Pure Mathematics 理论数学, 2019, 9(3), 414-416
Published Online May 2019 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/pm
https://doi.org/10.12677/pm.2019.93055

Hans汉斯

Proof of Collatz Conjecture

Sanzhong Zou

Guangzhou Guangdong
Email: 75473066@qq.com

Received: Apr. 26th, 2019; accepted: May 6th, 2019; published: May 22nd, 2019

Abstract

Assume that Collatz conjecture is incorrect, and represent the set of natural numbers as N, then the N set can be divided into B set and H set. Set B satisfies the Collatz conjecture; set H does not satisfy the Collatz conjecture. After performing the Collatz operation on the number in the H, it proves that the Collatz conjecture is correct.

Keywords

Collatz Algorithm, B Set, H Set

证明角谷猜想是正确的

邹山中

广东 广州
Email: 75473066@qq.com

收稿日期：2019年4月26日；录用日期：2019年5月6日；发布日期：2019年5月22日

摘　要

假设角谷猜想不正确，那么可将自然数分为两种数的集合，满足角谷猜想的自然数集记为集合B，不满足角谷猜想的自然数集记为集合H，通过对H中的数进行角谷运算，证明了角谷猜想是正确的。

关键词

角谷算法，B集合，H集合

作者简介：出生年月：1959 年 9 月，籍贯：广东省始兴县，学历：本科，职称：工程师。

文章引用: 邹山中. 证明角谷猜想是正确的[J]. 理论数学, 2019, 9(3): 414-416.
DOI: 10.12677/pm.2019.93055

1. 预备工作

角谷算法，$f(n)=\begin{cases} n/2 & 如果 n\equiv 0(\bmod 2) \\ 3n+1 & 如果 n\equiv 1(\bmod 2) \end{cases}$

角谷猜想任给一自然数通过角谷算法后最后都将进入 $4\to 2\to 1\to 4$ 的循环中。

假设角谷猜想不正确，则有：

定义 1 角谷数集 B，非角谷数集 H。

设 N 是自然数集，把 N 分成 B、H 两个数集：

1) 满足角谷猜想的自然数，记为集合 B

$$\mathrm{B}=\{b_1,b_2,b_3,b_4,\cdots,b_i\}，\ b_1=1,b_2=2,b_3=3,b_4=4,b_i\to\infty$$

2) 不满足角谷猜想的自然数称为非角谷数集，记为集合 H

$$\mathrm{H}=\{h_1,h_2,h_3,h_4,\cdots,h_i\}$$

显然有 $\mathrm{B}\cup\mathrm{H}=N$，$\mathrm{B}\cap\mathrm{H}=\varnothing$，且 h_1 是奇数[1]，由于 h_1 是 H 集合中最小自然数，所以凡是小于 h_1 的自然数都在集合 B 中。

2. 命题证明

在集合 $\mathrm{H}=\{h_1,h_2,h_3,h_4,\cdots,h_i\}$ 中，因为 h_1 是 H 中最小的自然数，且 h_1 是奇数。所以有：

引理一：$h_1=2p+1$，$p=2n+1$，即：$h_1=2(2n+1)+1=4n+3$，并且 $3h_1+1$ 不能被 4 整除。

证：如果 $p=2n$，即 $h_1=4n+1$，根据角谷算法，$3\times(4n+1)+1=12n+4$，$(12n+4)/2=6n+2$，$(6n+2)/2=3n+1$，而 $3n+1<4n+1=h_1$，$\therefore 3n+1\in\mathrm{B}$，$\because 3h_1+1=3(4n+3)+1=12n+10$，而 $(12n+10)/4=3n+5/2$，$\therefore 3h_1+1$ 不能被 4 整除。#

为了直观地看到 H 集合中 h_i 在角谷运算过程中的变化情况，我们建立直角坐标系如下：

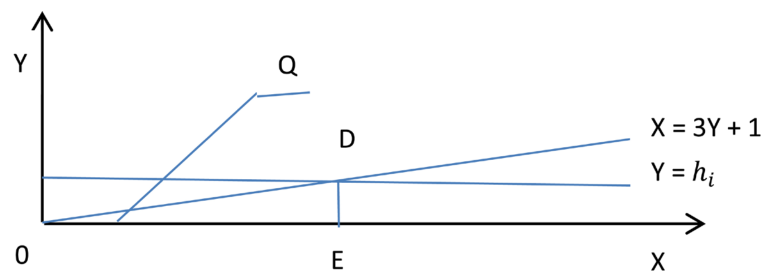

Figure 1. Line $X=3Y+1$ intersects Line $Y=h_i$

图 1. 直线 $X=3Y+1$ 与直线 $Y=h_i$ 相交

在图 1 中，$Y=h_i$ 直线与 $X=3Y+1$ 直线相交于 D [1]，过 D 点作垂线与 X 轴交于 E，可得到直角三角形 $D0E$，设角 $D0E$ 为 Q，有 $\tan Q=\dfrac{Y}{3Y+1}$，设 $DE=Y=h_1$ 则有 $0E=X_1=3h_1+1$，X_i 与 h_i 是一一对应

的，当 $DE = h_1$ 时，$\tan Q = \dfrac{h_1}{3h_1+1}$，因为 $3h_1+1$ 是偶数，依照角谷运算法有，$h_2 = \dfrac{X_1}{2^{n_1}} = \dfrac{3h_1+1}{2^{n_1}}$，$n_1 \ge 1$，$h_2 \in \mathrm{H}$，$n_1$ 的取值取决于 $\dfrac{3h_1+1}{2^{n_1}}$ 是否是奇数，当 $\dfrac{3h_1+1}{2^{n_1}}$ 是奇数时 n_1 是最大值，设：$y = \dfrac{3h_1+1}{2^{n_1}} = h_2$，因为 $\tan Q = \dfrac{h_1}{3h_1+1} = \dfrac{h_2}{X_2}$ 即：$X_2 = \dfrac{h_2(3h_1+1)}{h_1}$，所以 $X_2 = \dfrac{(3h_1+1)^2}{2^{n_1}h_1}$，依照角谷算法有 $h_3 = \dfrac{X_2}{2^{n_2}} = \dfrac{(3h_1+1)^2}{h_1 2^{n_1}2^{n_2}}$，此时 $Y = h_3$，$\tan Q = \dfrac{h_1}{3h_1+1} = \dfrac{h_3}{X_3}$ 即：$X_3 = \dfrac{h_3(3h_1+1)}{h_1} = \dfrac{(3h_1+1)(3h_1+1)^2}{h_1^2 2^{n_1}2^{n_2}}$。

依照角谷算法有 $h_4 = \dfrac{X_3}{2^{n_3}} = \dfrac{(3h_1+1)^3}{h_1^2 2^{n_1}2^{n_2}2^{n_3}}$……以此类推有：

$$h_{i+1} = \frac{(3h_1+1)^i}{h_1^{i-1}2^{n_1+n_2+\cdots+n_i}}, \quad (n_1+n_2+\cdots+n_i) \ge i, \tag{1}$$

当 $n_1 = n_2 = \cdots = n_i = 1$ 时，$(n_1+n_2+\cdots+n_i) = i$，设 $(n_1+n_2+\cdots+n_i) = \beta, \beta \ge i$。

这样(1)式可写成：$h_{i+1} = h_1\left(\dfrac{3h_1+1}{h_1 2^{\beta/i}}\right)^i$，因为 h_{i+1} 是整数，所以 $\dfrac{3h_1+1}{h_1 2^{\beta/i}}$ 必须是整数，而 $\dfrac{3h_1+1}{h_1}$ 不是整数，所以 $\dfrac{3h_1+1}{2^{\beta/i}}$ 必须是整数，根据引理一，4 不能整除 $(3h_1+1)$，所以 $2^{\beta/i}$ 只能等于 2，即：$\beta/i = 1$，$\beta = i$，所以 $(n_1+n_2+\cdots+n_i) = i$，即有：$n_i = 1$，所以 $h_i = 4n+3$，所以 $p_i = 2n_j+1$，所以 $h_1 = 2p_1+1 = 2\left(2\left(2\cdots\left(2n_j+1\right)\cdots+1\right)+1\right)+1$，$j = 1,2,3,\cdots$，$j \to \infty$。

证：如果 j 不是无穷大，则在 H 集合中必须出现循环，而(1)出现循环的必要条件是：$h_1\left(\dfrac{3h_1+1}{h_1 2^{\beta/i}}\right)^i = h_1$，即有 $\left(\dfrac{3h_1+1}{h_1 2^{\beta/i}}\right)^i = 1$，即 $3h_1+1 = h_1 2^{\beta/i}$，显然 $3h_1+1 \ne 2h_1$，所以等式(1)不可能产生从 h_1 开始的循环，因为 $n_i = 1$，所以在 H 集合中任取一 h_i 来讨论都会得到同样的结果。所以 $j \to \infty$。#

因为 $j \to \infty$，所以我们永远无法找到一个 h_1 [2]，满足 h_1 在 H 集合中作角谷运算，所以非角谷数的集合是不存在的，即 $\mathrm{H} = \varnothing$，故角谷猜想是正确的。证明完！

参考文献

[1] Gu, C.H. (1992) Mathematics Dictionary. Shanghai Dictionary Press, Shanghai.

[2] Min, S.H. (1981) Method of Number Theory. Science Press, Beijing.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD
   下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2160-7583，即可查询
2. 打开知网首页 http://cnki.net/
   左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：http://www.hanspub.org/Submission.aspx
期刊邮箱：pm@hanspub.org