

# 基于风险感知的SIR疾病传播动力学研究

王海英

上海理工大学管理学院, 上海

收稿日期: 2022年8月1日; 录用日期: 2022年9月1日; 发布日期: 2022年9月8日

## 摘要

近年来传染病的暴发给全球带来巨大的负面影响, 越来越多的人具有风险感知的能力并采取了一定的防护措施, 从而从个人角度减少疫情的扩散。为了从理论角度研究该实际情况, 本文将构建基于风险感知的SIR (Susceptible-Infected-Recovered)的疾病传播模型进行研究, 同时提出相应的应对策略。具体为, 首先分析影响疾病传播的因素, 即风险感知因素和出生率及死亡率因素, 构建基于风险感知的SIR疾病传播模型。其次对该模型进行理论分析, 并求出传染病扩散动力学过程的基本再生数。最后用Matlab在生成的随机规则网络、WS小世界网络、BA无标度网络和无标度特性的社区网络上开展传染病扩散的模拟仿真。研究得出, 风险感知能力提升可以有效控制基本再生数, 并降低感染者的数量。同时, 无标度特性网络更易于传播病的扩散。最后, 提出相应的传染病防控的应对策略建议。

## 关键词

疾病传播, 复杂网络, 风险感知

# Research on the Transmission Dynamics of SIR Disease Based on Risk Perception

Haiying Wang

School of Management, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai

Received: Aug. 1<sup>st</sup>, 2022; accepted: Sep. 1<sup>st</sup>, 2022; published: Sep. 8<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

In recent years, the outbreak of infectious diseases has brought huge negative impacts to the world. More and more people have the ability to perceive risks and take certain protective measures, therefore, it is common sense that we can reduce the spread of the epidemic from a personal perspective. In order to study this situation, in this paper we will build a risk perception-based SIR (Susceptible-Infected-Recovered) disease spreading model, and propose corresponding control strate-

gies. Specifically, we consider two additional factors, comprising risk perception, and birth and mortality, and build an SIR (Susceptible-Infected-Recovered) disease spreading model. Secondly, we provide detailed theoretical analysis of the model, as well as the basic reproduction number. Finally, we conduct simulation results on four generated networks using Matlab software, considering the random regular network, WS small world network, BA scale-free network and scale-free community network. This study shows that the improvement of risk perception ability can effectively control the basic reproduction number and reduce the number of infected people. At the same time, scale-free networks more easily spread disease. Finally, we give corresponding countermeasures and suggestions for the prevention and control of infectious diseases.

## Keywords

Disease Spreading, Complex Networks, Risk Perception

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

2019 年底, 新型冠状病毒肺炎(COVID-19)以传播速度快、感染能力强、影响范围广等特征成为全球重大突发公共卫生事件之一。提升居民对风险的警惕性和认知水平, 对提升疫情防控效果具有重要作用。研究公众的风险感知对于传染病扩散的作用, 是传染病疫情常态化防控的重要问题之一。公众风险感知是公众对某事物表达的担心或忧虑, 体现了公众对特定风险状态进行主观评价的过程。公众觉察到风险出现激发出应对风险的心理状态, 进一步产生对风险相关信息的需求和基于主观判断的应急行为, 这决定了公众将如何应对现有和未知的风险。尤其在以网络为主导的全媒体信息时代, 公众的信息需求、信息渠道和信息内容呈现多元化和复杂化的特点, 导致公众风险感知动态变化、不可预测, 这加大了突发卫生事件防控的难度。

近年来, 科技的进步推动着医疗水平逐渐提升, 人们可以尽力减少传染病带来的危害, 曾经的重重困难现已被人们逐渐克服。例如, 人们可以通过接种疫苗减少被传染的可能性, 疫苗接种技术是给接种者体内接种一定量的疫苗制剂, 使其获得抵抗某一特定病原的免疫力, 进而产生较强的抵抗力。到现在, 医学研究人员针对不同的传染病已经研制出了各种疫苗, 保障人们的生命健康。除了接种疫苗, 人们也可以通过戴口罩、勤洗手、减少外出等方式降低传染率, 这便是人们对于疾病的风险感知。风险感知能够直接影响人们的社会行为, 当疾病暴发时, 人们可以很容易地从新闻媒体及社交平台上得知疾病的蔓延情况从而采取防疫措施, 或是当身边有人感染疾病时, 也会提高警惕减少接触。中国工程院的张伯礼院士表明, 一个小小的口罩, 可以以 90% 的概率降低疾病的传播, 即患者戴口罩可以以 90% 的概率减少传染给别人; 健康人戴口罩可以以 90% 的概率减少被传染。

大众的风险感知能力可以起到有效的管控作用, 因此, 我们需要研究在风险感知因素影响下传染病的传播过程, 并找出抑制其传播的办法。同时, 提出提升风险感知以应对传染病扩散的策略, 能够对政府制定相关疫情防控政策提供帮助。该研究具有现实意义和学术研究价值。本文将构建基于风险感知的 SIR (Susceptible Infected Recovered) 疾病传播动力学模型, 并提出应对疾病传播的防控策略。文章的结构安排为, 第二章介绍文献综述; 第三章描述了基于风险感知的 SIR 疾病传播模型, 并进行理论分析; 第四章开展模拟仿真; 最后在第五章提出应对策略建议。

## 2. 文献综述

对于传染病模型的研究已有多年的历史,国内外的一些研究已经取得了巨大的成就。1927年 Kermack 与 McKendrick 在研究黑死病时最早提出了 SIR 仓室模型[1],随后建立了 SIS (Susceptible Infected Susceptible)模型,并提出了传染病动力学中的传播阈值理论。这为后续有许多研究打下了坚实的基础。进百年来,学者丰富了传染病动力学模型,包括有通过细化个体状态,考虑个体行为因素,结合人际构成网络结构等方面。特别是近两年中对于新冠肺炎疫情扩散动态模型研究中,学者考虑新冠疫情扩散过程中表现出的特性、管控中的特点和人群反应行为等,提出不同研究模型。例如, Wang 等加入 E 节点状态表示疾病的潜伏状态,且假定潜伏期内的患者具备传染性,构建了 SEIR 模型[2]。有学者在 SEIR 模型的基础上进行改良, Zhang 等人考虑了隔离措施和潜伏感染者的特点,在模型中又加入了 Q 节点状态表示被隔离的患者,构建了 SEIQR 模型[3]。Niu 等人基于新冠肺炎管控措施和个体迁移因素,加入了 H 节点状态表示确诊住院者,构建了 SEIHR 模型[4]。于振华等人认为,在疾病传播过程中,一部分人可以佩戴口罩减小被感染的可能,因此加入了 L 节点状态表示佩戴口罩的低危群体,构建了 SLEIR 模型[5]。

复杂网络作为描述各种复杂系统的组成成分间的相互作用的有效工具,在社会系统、金融系统、生物系统等得到了广泛的应用[6]。在人际接触关系可以通过复杂网络进行有效刻画,个体可以通过网络节点表示,个体间的关系可以通过连边表示。在近 20 余年以来,随着网络科学领域的急速发展,网络上的传染病扩散过程的研究吸引了不同领域学者的广泛关注。特别是,1998 年 Watts 和 Strogatz 提出小世界网络模型时,同时发现,相比于规则网络,疾病在小世界网络更容易传播[7]。随后,Pastor-Satorras 和 Vespignani 提出基于平均场方法定量刻画无标度网络上的传播动力学过程[8]。Newman 利用生成函数方法研究了 SIR 传染病扩散过程,同时分析网络中个体感染时间和传染率[9]。随后的研究从研究方法、网络结构、个体行为等角度展开相关研究。研究方法方面,目前常见的理论研究方法有平均场理论、生成函数、矩封闭方法、连续和离散马尔科夫链方法等[2]。网络结构方便的研究,时序网络[10]、社区网络、多层网络,高阶网络[11]等。个体行为方便的研究主要从个体活动行为、传染病对于个体感知和行为的角度开展,包括人口迁移[12]、感知机制、风险意识[13]等等。总之,考虑到个体行为的网络传染病研究已得到广泛关注,但是深层次的风险感知对于传染病扩散动力学作用仍需要不断探索。

本文将借助复杂网络以及传染病模型的相关理论,构建基于风险感知的 SIR 疾病传播模型,并求解其平衡点和传播阈值,对比不同初始值和参数变化对疾病传播的影响,为后续找出传染疾病的应对策略提供理论依据。

## 3. 基于风险感知的 SIR 疾病传播模型及理论分析

### 3.1. 基于风险感知的 SIR 疾病传播模型

在传统的 SIR 模型中,加入风险感知水平,并考虑风险感知因素、出生率及死亡率的影响,构建基于风险感知的 SIR 疾病传播模型。此模型下各状态的名称、简称和含义如表 1 所示:

**Table 1.** Definition of SIR model nodes based on risk perception

**表 1.** 基于风险感知的 SIR 模型节点定义

名称	简称	含义
易感者	S	尚未感染但容易感染疾病的人
感染者	I	已经感染疾病的人
免疫者	R	获得一定免疫能力的人或暂时免受感染的人

基于风险感知的 SIR 疾病传播提出如下疾病传播机制：

1) 易感者 S 的状态转化

易感者 S 由于受到风险感知因素的影响，其中一部分会以一定的概率  $\mu$  直接成为免疫者 R，即成为暂时免受感染的人；一部分会受到风险感知水平  $\rho$  的影响，以一定的概率  $\frac{\alpha}{\rho}$  感染疾病，成为感染者 I；还有一部分受到死亡率的影响，以一定的概率  $d$  退出系统。此外，由于受到出生率的影响，外界以一定的概率  $b$  进入系统。

2) 感染者 I 的状态转化

感染者 I 通过治疗可获得一定的免疫能力，即以一定的概率  $\beta$  成为免疫者，同时受到死亡率的影响，以一定的概率  $d$  退出系统。

3) 免疫者 R 的状态转化

免疫者 R 为获得一定免疫能力的人或暂时免受感染的人，但是并不是永久性免疫态，因此这类人群会以一定的概率  $\gamma$  再次成为易感者 S，同时免疫者 R 由于受到死亡率的影响，以一定的概率  $d$  退出系统。

综上，个体状态转化过程如图 1 所示：

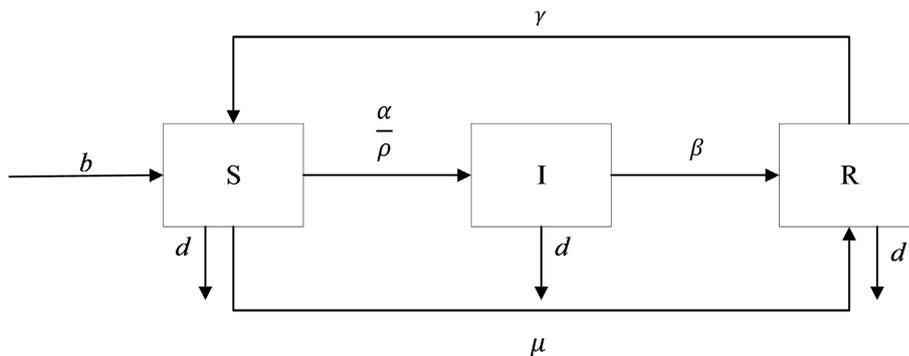


Figure 1. Node state transition of SIR model based on risk perception

图 1. 基于风险感知的 SIR 模型节点状态转化

各状态转化参数含义如表 2 所示：

Table 2. The meaning of each state transition parameter

表 2. 各状态转化参数含义

参数	含义
$b$	出生率
$d$	死亡率
$\rho$	易感者变为感染者的风险感知水平
$\alpha$	易感者通过接触病毒变为感染者概率
$\beta$	感染者通过治疗变为免疫者
$\mu$	易感者在自身风险感知能力因素影响下直接变为免疫者
$\gamma$	免疫者在一段时间后失去免疫能力变为易感者

本文使用平均场理论对该模型进行分析，平均场理论不考虑邻居节点的单独作用，而是把环境对物体的作用平均化，以平均作用效果替代单个作用效果的加和的方法，从而简化对复杂问题的研究。根据疾病传播过程中个体连接结构特征的不同，本文分为匀质网络和异质网络上的传播动力学。

### 1) 基于匀质网络的传播动力学模型

当个体连接结构呈现出均化的特征，即个体连接网络中的度分布类似于泊松分布，或者个体的度具有近似相同的特点，称为匀质网络。根据基于风险感知的 SIR 模型节点状态转化规则，匀质网络上的传播动力学方程可以表达为：

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{d(t)} = b - \frac{\alpha}{\rho} \langle k \rangle S(t) I(t) + \gamma R(t) - dS(t) - \mu S(t) \\ \frac{dI(t)}{d(t)} = \frac{\alpha}{\rho} \langle k \rangle S(t) I(t) - \beta I(t) - dI(t) \\ \frac{dR(t)}{d(t)} = \beta I(t) - \gamma R(t) - dR(t) + \mu S(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中， $\langle k \rangle$  表示平均度的大小， $S(t)$  表示  $t$  时刻易感者在人群中所占的比例， $I(t)$  表示  $t$  时刻感染者在人群中所占的比例， $R(t)$  表示  $t$  时刻免疫者在人群中所占的比例，且  $S(t) + I(t) + R(t) \equiv 1$ 。

### 2) 基于异质网络的传播动力学模型

通常现实网络具有异质性，常见的有无标度网络特性，即小部分节点具有很高的度，大部分节点的度较小。因此，异质网络上的传播动力学研究具有重要意义。基于平均化思想，根据网络度对节点进行分类，并基于不同度的节点状态演化过程，构建基于平均场理论的传播动力学。本文中异质网络上的基于风险感知的 SIR 传播动力学方程可以表达为：

$$\begin{cases} \frac{dS_k(t)}{d(t)} = b - \frac{\alpha}{\rho} k S_k(t) \Theta(t) + \gamma R_k(t) - dS_k(t) - \mu S_k(t) \\ \frac{dI_k(t)}{d(t)} = \frac{\alpha}{\rho} k S_k(t) \Theta(t) - \beta I_k(t) - dI_k(t) \\ \frac{dR_k(t)}{d(t)} = \beta I_k(t) - \gamma R_k(t) - dR_k(t) + \mu S_k(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中， $\Theta(t) = \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kp(k) I_k(t)$  代表  $t$  时刻任一连接中节点为感染者状态的概率， $\langle k \rangle = kp(k)$  表示网络的平均度。 $S_k(t)$  表示  $t$  时刻度为  $k$  的易感者在人群中所占的比例、 $I_k(t)$  表示  $t$  时刻度为  $k$  的感染者在人群中所占的比例、 $R_k(t)$  表示  $t$  时刻度为  $k$  的免疫者在人群中所占的比例，且  $S_k(t) + I_k(t) + R_k(t) \equiv 1$ 。

## 3.2. 模型分析

假设网络节点总数在研究期间保持不变，即  $b = d$ 。容易验证匀质网络中和异质网络下的传播动力学方程满足  $S(t) + I(t) + R(t) \equiv 1$ 。

### 1) 匀质网络

令上述方程(1)  $\frac{dS(t)}{d(t)} = 0$ ,  $\frac{dI(t)}{d(t)} = 0$ ,  $\frac{dR(t)}{d(t)} = 0$ , 可以计算出匀质网络下该模型的平衡点，平衡点

表示各点的状态不会再发生变化，则满足下列方程：

$$\begin{cases} b - \frac{\alpha}{\rho} \langle k \rangle S(t) I(t) + \gamma R(t) - dS(t) - \mu S(t) = 0 \\ \frac{\alpha}{\rho} \langle k \rangle S(t) I(t) - \beta I(t) - dI(t) = 0 \\ \beta I(t) - \gamma R(t) - dR(t) + \mu S(t) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

解方程得出,  $I(t)$  一定存在零解, 此时有  $S(t) = \frac{r+d}{r+d+\mu}$ ,  $R(t) = \frac{\mu}{r+d+\mu}$ 。平衡点为

$$E^0 = \left( \frac{r+d}{r+d+\mu}, 0, \frac{\mu}{r+d+\mu} \right), \text{ 称为零平衡点。另一个解为 } I(t) = \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)\langle k \rangle - (r+d+\mu)(\beta+d)}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)\langle k \rangle}, \text{ 易见}$$

$0 \ll I(t) \ll 1$ 。为了保证该解为非零解, 则需要满足

$$\frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)\langle k \rangle - (r+d+\mu)(\beta+d)}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)\langle k \rangle} > 0.$$

即可求出传播阈值, 为

$$R_0 = \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)\langle k \rangle}{(r+d+\mu)(\beta+d)}.$$

当传播阈值  $R_0 > 1$  时, 系统(1)存在非零平衡点

$$E^* = \left( \frac{\beta+d}{\frac{\alpha}{\rho}\langle k \rangle}, \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)\langle k \rangle - (r+d+\mu)(\beta+d)}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)\langle k \rangle}, \frac{\frac{\alpha}{\rho}\beta\langle k \rangle - (\beta+d)(\beta-\mu)}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)\langle k \rangle} \right).$$

综上所述, 当传播阈值  $R_0 < 1$  时, 疾病无法传播开, 即感染者人数直接下降, 系统(1)随时间达到零平衡点  $E^0$ 。当传播阈值  $R_0 > 1$  时, 疾病可以传播开, 即感染者的人数会在一段时间内逐渐上升, 系统(1)随时间达到零平衡点  $E^*$ 。

## 2) 异质网络

令上述方程(2)  $\frac{dS_k(t)}{d(t)} = 0$ ,  $\frac{dI_k(t)}{d(t)} = 0$ ,  $\frac{dR_k(t)}{d(t)} = 0$ , 可得

$$I_k(t) = \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)k\Theta}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)k\Theta + (\mu+r+d)(\beta+d)} \quad (4)$$

将(4)式代入  $\Theta(t) = \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kp(k)I_k(t)$ , 我们可以得到  $\Theta$  的自相容函数, 即

$$\Theta(t) = \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kp(k) \left( \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)k\Theta}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)k\Theta + (\mu+r+d)(\beta+d)} \right).$$

令  $g(\Theta) = \Theta - \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kp(k) \left( \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)k\Theta}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)k\Theta + (\mu+r+d)(\beta+d)} \right)$ , 很显然  $0 < g(1) < 1$ , 并且

$$\frac{d^2g(\Theta)}{d\Theta^2} = \frac{2}{\langle k \rangle} \sum_k kp(k) \frac{(r+d)(\beta+d)(\mu+r+d)(\beta+r+d) \left( \frac{\alpha}{\rho} \right)^2 k^2}{\left( \frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)k\Theta + (\mu+r+d)(\beta+d) \right)^3}$$

易见  $\frac{d^2g(\Theta)}{d\Theta^2} > 0$ 。为了确保  $\Theta$  在  $[0,1]$  内存在一个正解, 需要满足如下不等式

$$\begin{aligned} \left. \frac{dg(\Theta)}{d\Theta} \right|_{\Theta=0} &= 1 - \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k kp(k) \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)k}{(\mu+r+d)(\beta+d)} \\ &= 1 - \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)\langle k^2 \rangle}{(\mu+r+d)(\beta+d)\langle k \rangle} \\ &< 0. \end{aligned}$$

即可求出传播阈值, 为

$$R_0 = \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)\langle k^2 \rangle}{(\mu+r+d)(\beta+d)\langle k \rangle}.$$

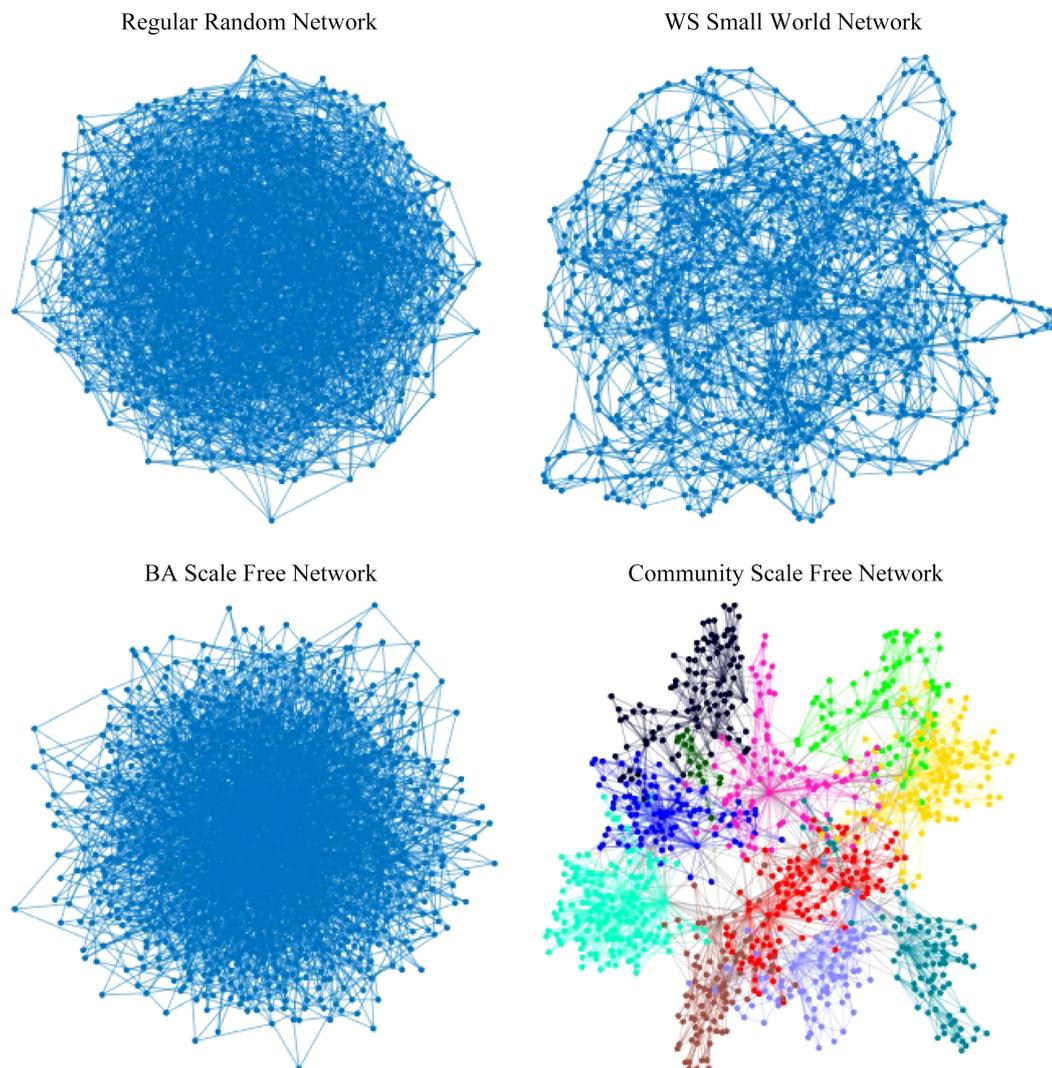
当传播阈值  $R_0 > 1$  时, 系统(2)存在非零平衡点

$$E^* = \left( \frac{(\beta+d)(r+d)}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)k\Theta + (\mu+r+d)(\beta+d)}, \frac{\frac{\alpha}{\rho}(r+d)k\Theta}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)k\Theta + (\mu+r+d)(\beta+d)}, \frac{\frac{\alpha}{\rho}k\Theta\beta + \mu(\beta+d)}{\frac{\alpha}{\rho}(\beta+r+d)k\Theta + (\mu+r+d)(\beta+d)} \right).$$

综上所述, 当传播阈值  $R_0 < 1$  时, 疾病无法传播开, 即感染者人数直接下降, 系统(1)随时间达到零平衡点  $E^0 = \left( \frac{r+d}{r+d+\mu}, 0, \frac{\mu}{r+d+\mu} \right)$ 。当传播阈值  $R_0 > 1$  时, 疾病可以传播开, 即感染者的人数会在一段时间内逐渐上升, 系统(1)随时间达到零平衡点  $E^*$ 。

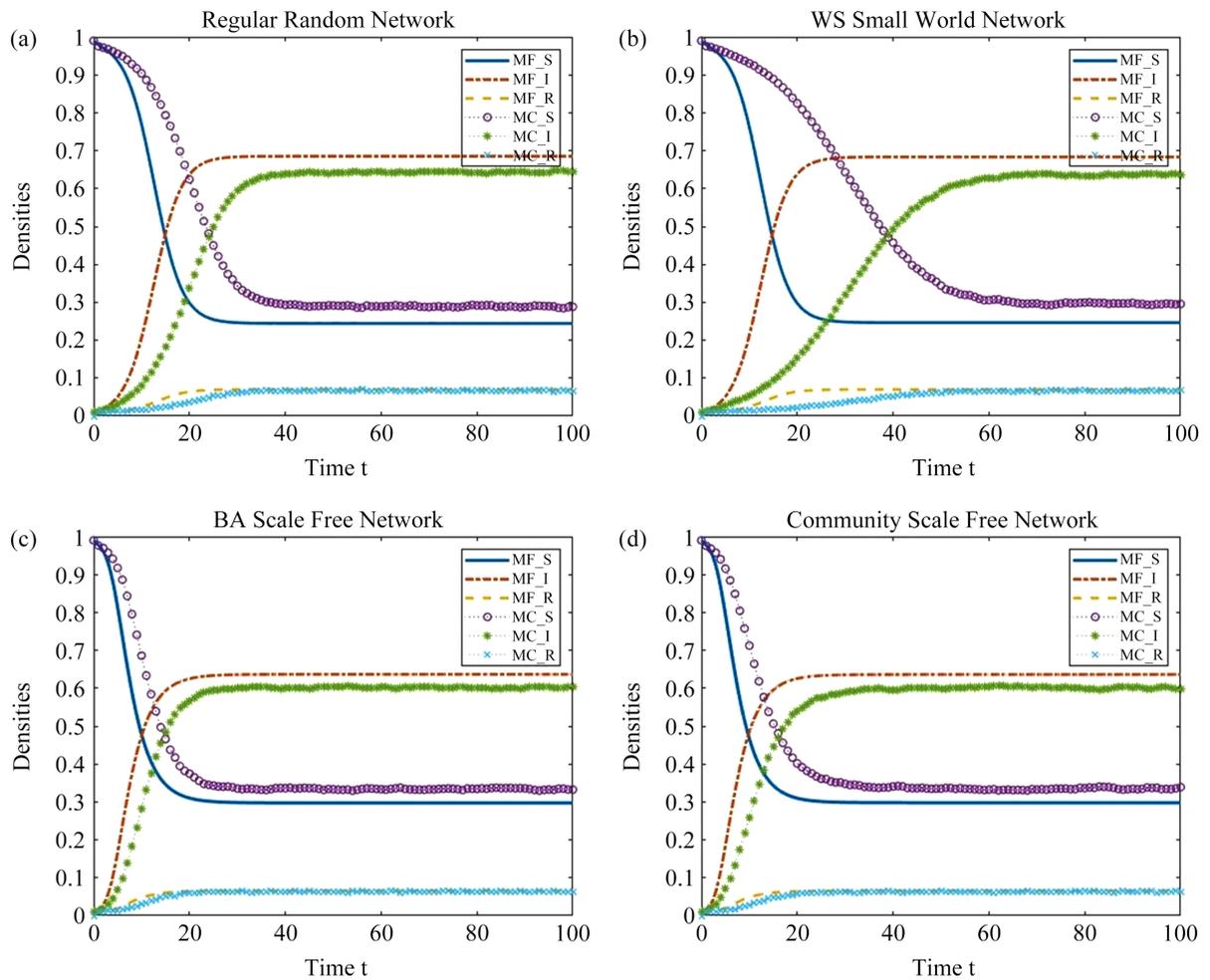
#### 4. 模拟仿真

基于 Matlab 软件, 生成规则随机网络(Regular Random Network)、WS 小世界网络(WS Small World Network), BA 无标度网络(BA Scale Free Network)和无标度网络特性的社区网络(Community Scale Free Network), 进行疾病传播模拟仿真实验。网络大小都固定为  $N = 1000$ , 并且假定为静止网络。其中 WS 小世界网络的随机连通概率  $p = 0.01$ , BA 无标度网络为度分布服从幂  $\gamma = 3$  的幂律分布, 无标度网络特性的社区网络依据文献[14]中的算法生成, 其中社区包容性  $r = 1$ , 同时度分布服从幂  $\gamma = 3$  的幂律分布。四种网络的结构如图 2 所示。



**Figure 2.** Four network structures  
**图 2.** 四种网络结构

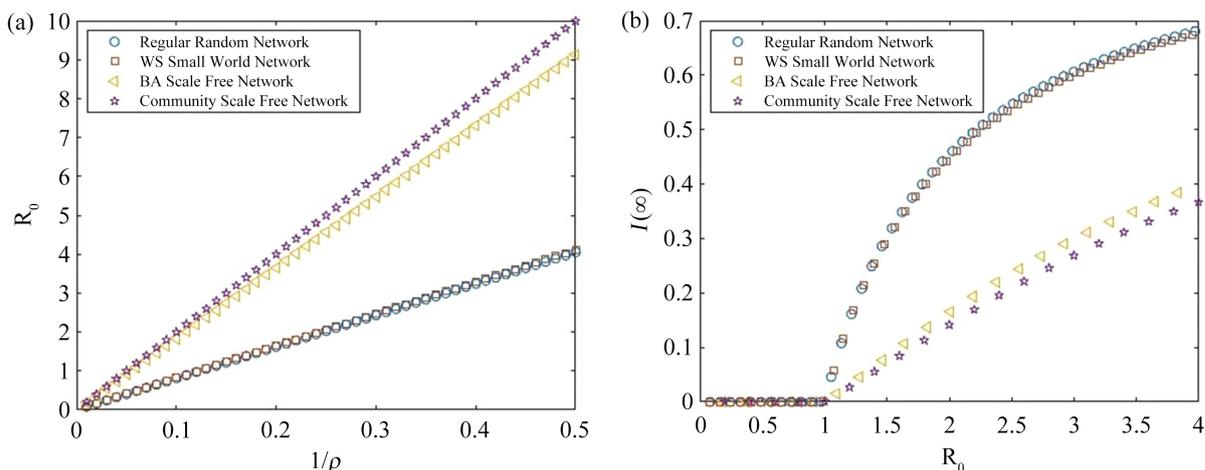
假设模型初始状态下感染者在总人群中占比为 0.01，其余均为易感者，除特殊说明外其余参数  $\beta = 0.1$ ， $\gamma = 0.1$ ， $\rho = 2$ ， $\mu = 0.25$ ， $b = 0.01$ ， $d = 0.01$ 。图 3 描述的是四种网络结构下，采用平均场方法(Mean Field, MF)和蒙特卡罗方法(Monte Carlo, MC)两种模拟仿真方法对风险感知 SIR 传染病扩散过程的展示。其中横坐标代表模拟时间或算法模拟次数，纵轴代表 S, I, R 三种状态下的密度。四种网络上的 SIR 传染病系统下的基本再生数分别为：规则随机网络的  $R_0 = 4.0508$ ；WS 小世界网络的  $R_0 = 4.1131$ ；BA 无标度网络的  $R_0 = 9.1296$ ；无标度网络特性的社区网络的  $R_0 = 9.9942$ 。另外，通过对比四种网络上的 SIR 传染病扩散过程，容易发现扩散速度遵循：BA 无标度网络 > 无标度网络特性的社区网络 > 规则随机网络 > WS 小世界网络。该结论与网络结构特性直接相关，无标度网络存在高连接度值的 hub 节点，导致扩散速度大大提升，而无标度网络特性的社区网络虽然存在高连接度值的 hub 节点，但是其社区结构会导致扩散范围受到限制，所以较 BA 无标度网络较慢。该研究中的规则随机网络是基于规则网络生成随机网络，与 WS 小世界网络相比，更具有随机性，所以理论上扩散速度更快。总之，该研究结论与之前的研究结论[6] [9]具有一致性。



**Figure 3.** Risk-aware SIR infectious disease spreading process on four networks  
**图 3.** 四种网络上的风险感知 SIR 传染病扩散过程

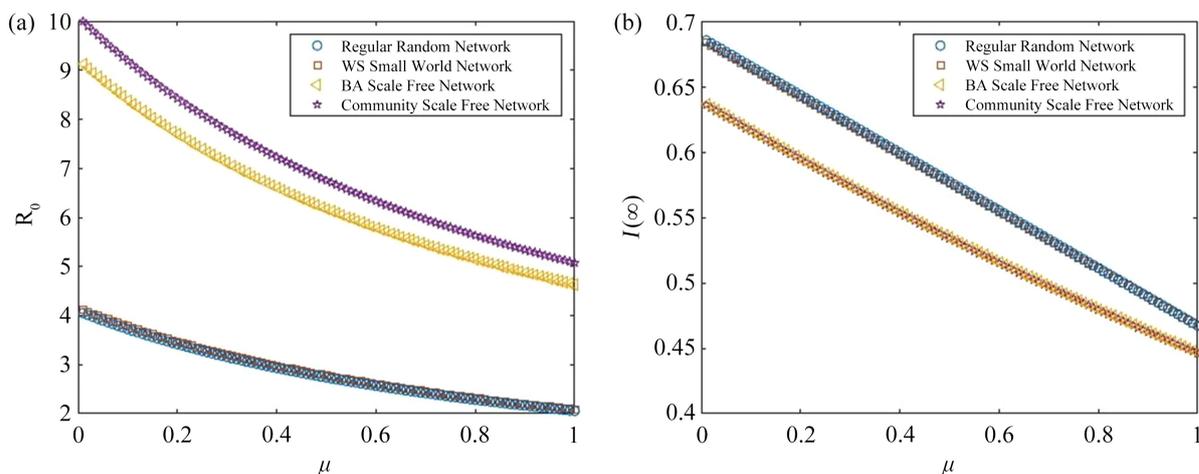
图 4(a)描述的是基于平均场方法, 四种网络上风险感知因素  $\rho$  对于基本再生数  $R_0$  的影响。易见, 风险感知能力  $\rho$  越大, 即  $1/\rho$  越小, 基本再生数  $R_0$  越小。规则随机网络和 WS 小世界网络上, 风险感知能力  $\rho$  对于基本再生数  $R_0$  的作用小于 BA 无标度网络和无标度特性的社区网络。图 4(b)说明的是基本再生数  $R_0$  与稳态下感染人数比例  $I(\infty)$  的对应关系。首先, 图 4(b)四种网络中当  $R_0 < 1$  时, 稳态下感染人数比例  $I(\infty)$  为 0 值, 当  $R_0 > 1$  时, 稳态下感染人数比例  $I(\infty)$  为正值, 并且随着  $R_0$  值的增大,  $I(\infty)$  增大, 即验证第 3 节的理论结论。其次, 同一基本再生数  $R_0$  数值下, 规则随机网络和 WS 小世界网络下的稳态感染人数比例  $I(\infty)$  远低于 BA 无标度网络和无标度特性的社区网络。

类似于图 4, 图 5(a)描述的是基于平均场方法的基本再生数  $R_0$  随风险感知能力  $\mu$  变化, 图 5(b)展示的是稳态下感染人数比例  $I(\infty)$  随风险感知能力  $\mu$  变化。明显, 基本再生数  $R_0$  随风险感知能力  $\mu$  增加而减小, 即说明通过调控风险感知能力  $\mu$  可以实现控制基本再生数  $R_0$  的目标。特别是, BA 无标度网络和无标度特性的社区网络上基本再生数  $R_0$  随风险感知能力  $\mu$  变化更明显。根据图 5(b)我们发现, 通过提高风险感知能力  $\mu$  可以有效的调控稳态下感染人数比例  $I(\infty)$ 。此外, 同数值下的风险感知能力  $\mu$ , 规则随机网络和 WS 小世界网络的稳态感染人数比例  $I(\infty)$  低于 BA 无标度网络和无标度特性的社区网络, 说明无标度特性网络更易于传染病扩散。



**Figure 4.** (a) shows the variation of the basic regeneration number  $R_0$  with  $1/\rho$ ; (b) shows the variation of  $I(\infty)$  with the basic regeneration number  $R_0$  in a steady state

**图 4.** (a)为基本再生数  $R_0$  随  $1/\rho$  变化; (b) 为稳态下  $I(\infty)$  随基本再生数  $R_0$  变化



**Figure 5.** (a) shows the basic regeneration number  $R_0$  as a function of  $\mu$ ; (b) shows  $I(\infty)$  as a function of  $\mu$  in a steady state

**图 5.** (a)为基本再生数  $R_0$  随  $\mu$  变化; (b) 为稳态下  $I(\infty)$  随  $\mu$  变化

### 5. 应对策略建议

传染病的扩散不仅危害人类的健康，也会阻碍国家的发展和进步。2020年初暴发的新型冠状病毒肺炎病毒无疑对全人类来说都是一场灾难，这场灾难同时也给世人敲响了警钟。我们需要更完善的政策、民众引导、法律法规以及现代医疗体系应对任何未知传染疾病的发生，尽可能降低传染病带来的风险。

#### 1) 降低传染病扩散概率 $\alpha$ ——居家隔离

在疫情严重的地区，居民会提高自己的风险感知，对于自身防护采取更加谨慎的态度，例如有些居民会选择居家隔离，直接断绝与外界的接触，便可降低传染病在人群中的扩散概率。由基本再生数的数学表达式可知，降低传染病扩散概率  $\alpha$ ，可以降低基本再生数，从而能够有效的抑制疾病的传播。

#### 2) 增加风险感知水平 $\rho$ ——通过戴口罩等自我防护措施

对于普通民众，面对疫情的到来，可以通过社交网站、新闻媒体等得知疾病的蔓延情况，提高自身

风险感知意识,并采取一定的自我防护措施。由第3章研究可知,增加自身风险感知水平 $\rho$ ,能够有效的抑制疾病的传播。

提高自身风险感知水平,最简单、最直接的方法是通过戴口罩减少疾病的传播,中国工程院的张伯礼院士表明,一个小小的口罩,可以以90%的概率降低疾病的传播。除此之外,应当注意以下几点:第一,出门戴口罩、防护眼镜、手套;第二,防止公共场所感染,尽量不去或者少去人群聚集的地方,疫情期间不参加大型活动;第三,通过补充维生素,保证充足的睡眠,多做有氧运动,均衡饮食等方式增强自身免疫力等等。

### 3) 增加易感者到移除态转换率 $\mu$ ——推广疫苗接种

面对重大传染病的侵袭,加速疫苗的接种,扩大疫苗接种范围,能够有效增加获得免疫能力的人从而抑制疾病的传播。由第3章研究可知,增加免疫者转换率 $\mu$ ,能够有效的抑制疾病的传播。

接种疫苗无论是对个人还是社会都是有益的,对个人而言,是保护生命健康的基础护盾;对社会而言,是构建免疫屏障的必要过程。因此,推进全民接种新冠疫苗在疫情防控中至关重要。为了使疫情得以有效防控,在接种者知情、同意、自愿的情况下,全民应当尽量参与接种。

### 4) 增加感染者转变为免疫者的概率 $\beta$ ——加强疾病治疗方法

面对疾病的感染,不仅要通过接种疫苗来预防,更应该加强疾病的治疗方法。由基本再生数的数学表达式可知,增加感染者转变为免疫者的概率 $\beta$ ,能够有效的抑制疾病的传播。

最直接的办法是研究更有针对性的口服药物和临床治疗。目前针对新冠病毒的口服药物,国内医疗机构已经取得不错的进展。此外,中医药在防治新冠肺炎疫情中体现了重要的作用,一些中医药专家针对无症状感染者、轻症患者、重症患者等给出了不同的中药处方,使得治疗传染病更具针对性和有效性,并与世界中医药研究组织达成共识,后续可以推广于临床治疗。

## 6. 总结

本文在经典SIR传染病模型的基础上,考虑到风险感知因素和出生率及死亡率因素的影响,构建了基于风险感知的SIR疾病传播模型,并运用平均场方法得出了在匀质网络和异质网络下对应的传播动力学方程。并且对模型进行了理论分析,计算出了平衡点和传播阈值 $R_0$ 。传播阈值 $R_0$ 是影响疾病能否传播开的重要参数, $R_0 > 1$ 时疾病能传播开,否则疾病无法传播开,其在控制疾病传播方面发挥了不容小觑的作用。然后,通过Matlab分别在生成的随机规则网络、WS小世界网络、BA无标度网络和无标度特性的社区网络上对模型进行模拟仿真,进一步对第三章的理论分析进行验证,并分析感知因素对于传染病扩散的影响。第四章,结合基于风险感知的SIR模型和现实生活中疫情防控的条件和防护措施,提出加强疫情防控的应对策略建议,为政策引导者和管理者提供理论支撑。在未来的研究中,我们将结合实际传染病案例,对模型和参数进行改进和实际模拟,针对具体案例进行研究。

## 参考文献

- [1] Kermack, W.O. and McKendrick, A.G. (1927) A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, **115**. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>
- [2] Wang, H., Moore, J.M., Small, M., et al. (2022) Epidemic Dynamics on Higher-Dimensional Small World Networks. *Applied Mathematics and Computation*, **421**, 126911. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2021.126911>
- [3] Zhang, Y., Jiang, B., Yuan, J., et al. (2020) The Impact of Social Distancing and Epicenter Lockdown on the COVID-19 Epidemic in Mainland China: A Data-Driven SEIQR Model Study. MedRxiv. <https://doi.org/10.1101/2020.03.04.20031187>
- [4] Niu, R., Wong, E.W.M., Chan, Y.C., et al. (2020) Modeling the COVID-19 Pandemic Using an SEIHR Model with Human Migration. *IEEE Access*, **8**, 195503-195514. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3032584>

- 
- [5] 于振华, 黄山阁, 杨波, 高红霞, 卢思. SLEIR 新冠肺炎传播动力学模型构建与预测[J]. 西安交通大学学报, 2022(5): 1-11.
- [6] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 网络科学导论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
- [7] Watts, D.J. and Strogatz, S.H. (1998) Collective Dynamics of “Small-World” Networks. *Nature*, **393**, 440-442. <https://doi.org/10.1038/30918>
- [8] Pastor-Satorras, R. and Vespignani, A. (2001) Epidemic Spreading in Scale-Free Networks. *Physical Review Letters*, **86**, 3200. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3200>
- [9] Newman, M.E.J. (2002) Spread of Epidemic Disease on Networks. *Physical Review E*, **66**, 016128. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.66.016128>
- [10] Koher, A., Lentz, H.H.K., Gleeson, J.P., *et al.* (2019) Contact-Based Model for Epidemic Spreading on Temporal Networks. *Physical Review X*, **9**, 031017. <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.9.031017>
- [11] Iacopini, I., Petri, G., Barrat, A., *et al.* (2019) Simplicial Models of Social Contagion. *Nature Communications*, **10**, Article Number: 2485. <https://doi.org/10.1038/s41467-019-10431-6>
- [12] Silva, C.J., Cantin, G., Cruz, C., *et al.* (2022) Complex Network Model for COVID-19: Human Behavior, Pseudo-Periodic Solutions and Multiple Epidemic Waves. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **514**, 125171. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2021.125171>
- [13] Moinet, A., Pastor-Satorras, R. and Barrat, A. (2018) Effect of Risk Perception on Epidemic Spreading in Temporal Networks. *Physical Review E*, **97**, 012313. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.97.012313>
- [14] Moore, J.M., Small, M. and Yan, G. (2021) Inclusivity Enhances Robustness and Efficiency of Social Networks. *Physica, A. Statistical Mechanics and Its Applications*, **563**, 125490. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.125490>