

基于热湿传递二维模型的纺织材料孔隙率决定反问题

黄涛玺

浙江理工大学理学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2024年11月6日; 录用日期: 2024年12月10日; 发布日期: 2024年12月26日

摘要

本文研究了基于织物的二维动态热湿传递模型的纺织材料孔隙率最优决定反问题。首先改进一个低温条件下织物的二维动态热湿传递模型, 将其边界条件修正为第二类边界条件, 使其更符合实际情况, 采用有限差分方法求解该模型。接着基于该二维热湿传递模型, 根据低温条件下服装保暖透湿性最佳提出反问题, 利用透湿指数建立反问题数学模型, 并用粒子群算法进行计算。最后给出数值实例, 将粒子群算法计算结果与遍历算法结果进行比较, 说明算法的有效性。

关键词

动态二维热湿传递模型, 有限差分, 粒子群算法, 孔隙率, 反问题

Inverse Problem of Determining Porosity in Textile Materials Based on a Two-Dimensional Heat and Moisture Transfer Model

Taoxi Huang

School of Science, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang

Received: Nov. 6th, 2024; accepted: Dec. 10th, 2024; published: Dec. 26th, 2024

Abstract

This paper explores the inverse problem of optimally determining the porosity of textile materials based on a two-dimensional dynamic heat and moisture transfer model tailored for fabrics. Initially, an existing two-dimensional dynamic heat and moisture transfer model for fabrics under low-temperature conditions is refined by adjusting its boundary conditions to the second-type boundary conditions, enhancing its realism. The finite difference method is utilized to solve this refined model. Furthermore, based on this two-dimensional heat and moisture transfer model, an inverse problem is formulated with the aim of optimizing the thermal insulation and moisture permeability of clothing under low-temperature conditions. A mathematical model for this inverse problem is constructed using the moisture permeability index, and is solved through the application of the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm. Lastly, numerical examples are presented, comparing the results obtained from the PSO algorithm with those derived from the exhaustive search algorithm, thereby illustrating the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords

Dynamic Two-Dimensional Heat and Moisture Transfer Model, Finite Difference Method, Particle Swarm Optimization (PSO) Algorithm, Porosity, Inverse Problem

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在物质文化生活日益充盈的今天，人们对服装的需求已从基本的遮体避羞转变为追求舒适性、实用功能与审美价值的完美融合。服装的舒适性包括压力舒适性、热湿舒适性和触感舒适型，其中热湿舒适性是衡量服装舒适性的重要指标。纺织材料是服装的载体，因此研究纺织材料的热湿舒适性对提升服装的整体舒适性至关重要。关于服装热湿舒适性的研究主要有两类方法，一类是实验的方法，通过实验测试纺织材料热湿性能，该过程通常需要耗费大量时间与经济成本；另一类

是数学建模的方法,利用物理原理对热湿传递问题进行建模,再通过构建高精度算法对模型进行求解并在此基础上设计服装参数决定反问题,最终达到对服装性能进行优化的目的。

采用数学建模的方法研究服装热湿舒适性的问题始于1930年,从最初的热量传导水分传输模型到包含辐射、对流、相变的复杂模型,从简化的一维热湿传递模型到接近实际穿着情况的三维热湿传递模型。1939年, Henry等 [1]首次提出并分析了水分和热量瞬时扩散到纺织纤维中的一维模型,用来描述纺织品中的热量和水分传递,此后,国内外学者不断对热湿传递正问题的数学模型进行研究与改进,1948年, Henry等 [2]进行分析提出组合扩散过程在数学上可视为两个量的独立扩散,每个量都是蒸汽浓度和温度的线性函数,改进了第一个一维模型。2000年, Nishimura和Matsuo等 [3]提出了首个二维模型,并借助二维模型对纤维组件中水分随时间的变化进行了数值讨论,由纤维材料占据的面积和空气空间占据的面积组成讨论了模型厚度与宽度之比对水分传输的影响。2006年, Xu等 [4]提出了一个二维广义热湿传递模型,此模型包含了水分的传输与热量的传导,建立模型不同材料的热湿分布, Luo等 [5]基于二维热湿传递模型构建了更高精度的有限差分格式,该格式在空间方向具有四阶精度。2012年, Hang等 [6]提出了一种六面体结构网格上的分裂半隐式有限体积方法,用于求解三维多相多组分热湿传递模型。2016年, Lai等 [7]通过考虑人体各部分的二维热传递,开发了一个适用于瞬态和非均匀周围条件的12段模型。2019年, Jia等 [8]将热辐射融入三维热湿模型中,并采用Stefan-Boltzmann定律对其进行分析。然后采用有限体积法求解耦合的热湿传递方程。2020年, Choudhary [9]采用有限体积法开发了一个虚拟热人体模型的三维数值模型,该模型穿着具有实际尺寸和形状的空气通风冷却服装,以确定人体与环境之间的热传递。2021年, Shen等 [10]搭建了考虑耦合热对流、热辐射及热传导的防寒服三维热传递模型,并借助AnsysFluent软件的有限体积法对模型进行了数值求解。2022年, Joshi等 [11]通过将人体皮肤通过空间异质服装向环境散热的详细模型通过双向耦合集成到人体体温调节模型中,提出了一个完整的虚拟三维人体热生理反应模型。该模型考虑了空气和服装层中的各种热量和质量传递机制,例如传导、自然对流、强制对流、辐射和蒸发。2024年, Wang [12]等考虑了织物的三维编织结构该模型可用于研究织物内部热量和水蒸气的分布。现有的模型以一维模型为主,而二维、三维的研究较少,需进一步的完善。

基于热湿传递正问题的模型,近年来有不少学者采用反问题的方式优化热湿传递参数从而提升服装舒适性,即根据服装的功能性或舒适性要求提出反问题,反推服装的结构参数或物理参数。2008年, Du等 [13]考虑了绝热用均匀纤维絮垫的最佳孔隙率和非均匀纤维絮垫的最佳孔隙率分布,利用近似解析解和有限体积法数值模拟均匀纤维絮垫的最佳孔隙率,利用模拟退火法研究非均匀纤维絮垫的最佳孔隙率,用于研究材料的隔热性能。2009年, Du等 [14]在低温条件下,提出了一个包含热传导和辐射的纺织材料一维热湿传递模型,根据织物热量损失最少,来决定织物的最优孔隙率。2011年, Xu等 [15]基于动态的热湿传递模型,根据人体皮肤与服装内侧间的微气候区的舒适温度和相对湿度区间,提出织物热湿传递参数最优决定反问题。2014年, Wen等 [16]建立基于一维热湿传递单层纺织材料与双层纺织材料的反问题,但反问题目标函数的收敛率不高。2017年, Ge等 [17]基于一个非线性热湿传递模型,提出了一种纺织材料孔隙率的确定方法。2018年, Xu等 [18]基于低温环境下的稳态热湿传递模型提出了满足织物热舒适性的三参数决定反问题,并使用结合马尔可夫链随机动态模拟方法的贝叶斯推理方法对反问题进行了求解。2021年, Zhu [19]等,研究低温条件下为保证纺织材料保暖透湿性能最佳,提出的有限体积格式应用于多层

纺织材料厚度设计反问题及孔隙率决定反问题,并将有限体积格式与粒子群算法结合得到反问题的最优解。2022年, Li等 [20]为TCC/TPC设计提出了纺织材料测定的逆问题,采用最小二乘法或正则化法和贝叶斯统计推断方法的思想,将IPTMD公式化为函数最小化问题; 闵等 [21]研究了二维热传导方程的初始条件反问题并利用Crank-Nicolson-Galerkin有限元方法对二维热传导方程进行离散。2023年, 王等 [22]据服装热湿舒适性指标和蒙特卡洛统计思想,以落在舒适性区间的概率最大为目标提出双层织物厚度以及内层织物厚度和孔隙率的双参数决定反问题,并利用粒子群算法对反问题进行求解。

目前国内外学者在热湿传递模型反问题的研究中,主要集中于研究一维模型,对二维、三维模型参数反演问题的研究仍然缺失。对热湿传递模型反问题的提出主要集中于以热湿舒适性条件构造反问题。基于对服装舒适型的要求以及孔隙率对服装舒适度影响的重要性,本文在Xu等 [4]建立的二维热湿传递模型基础上,考虑到数值模拟的仿真性,将原模型第一类边界条件修改为第二类边界条件,增加了数值实验结果的稳定性。考虑低温条件下人体对服装舒适性的要求,以织物保暖性与透湿性最佳为目标,提出了织物孔隙率决定反问题,并采用粒子群算法求解,并将粒子群算法的结果与遍历结果相比较以验证粒子群算法的。

本文分为4节研究纺织材料热湿传递二维模型及其参数反问题。第1节引言部分介绍了高维模型的研究现状。第2节给出一个二维热湿传递模型,并利用有限差分数值算法进行求解。第3节根据保暖透湿性最佳提出反问题,并利用透湿指数构建反问题数学模型,提出求解反问题的粒子群算法。第4节对本文进行总结,并指出下一步的研究方向。

2. 正问题数学模型

2.1. 模型的假设与建立

本节给出一个包含人体-织物-外界环境的动态二维纺织材料热湿传递模型,如图1,图1左侧是人体-织物的模型三维图,将织物看作是织物纤维组件与空气间隙的组合,图1右侧是将三维模型在二维平面的展示。

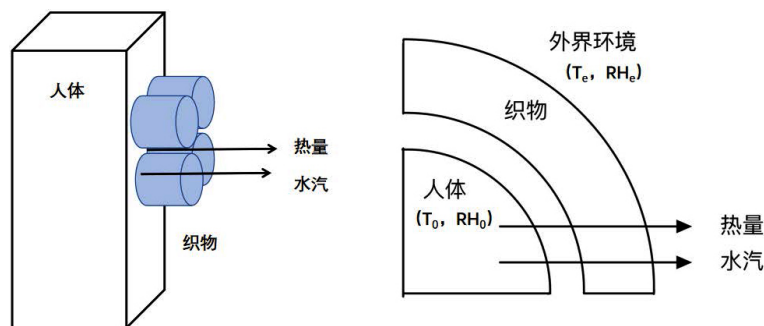


Figure 1. Human body-fabric-external environment

图 1. 人体-织物-外界环境

服装中的纤维组件三维结构可由下图2所示,为了避免复杂的三维计算,于是本文将织物纤维组件与空气间隙简化为方形的结构的组合,如图2左侧所示。进一步将通过人体传输的热量与水

汽按照二维分散到两个方向，即代表宽度的 x 轴与代表厚度的 z 轴方向， y 方向不在二维考虑范畴，如图2右侧所示，阴影部分即为本文计算区域。

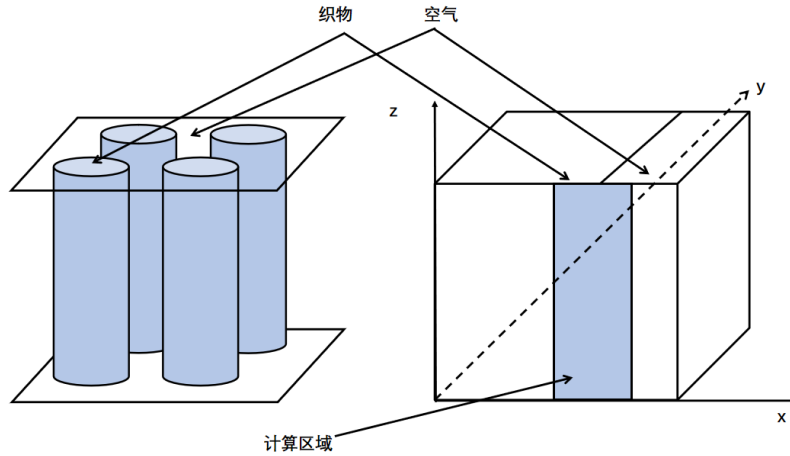


Figure 2. The three-dimensional schematic diagram of clothing is simplified to the two-dimensional schematic diagram of clothing components

图 2. 服装三维示意图简化为服装组件二维示意图

织物内边界和外边界存在温度差，因此在织物内部存在热量的传递，由于内外水汽浓度不一致，故也存在水汽的扩散。在给出织物热湿传递模型前，先作出如下假设：

- (A1) 热湿传递过程中，织物结构几乎不变，织物孔隙的曲折系数视为常数。
- (A2) 由于液体传输速度相对较低，惯性力被忽略。
- (A3) 在环境区域，除了与织物相邻的边界层，温度和湿度是一致的。
- (A4) 过程中的辐射被忽略。
- (A5) 在外界环境变化不大的情况下织物热传导系数恒为常数。
- (A6) 微气候区域与织物接触面、织物与环境接触面上，温度和湿度都是连续的。
- (A7) 当微气候区域内温度差很小时，可以把区域内空气看作是固定不动的，没有自然对流的存在。

文章利用质量和热量守恒，建立描述织物热湿传递的二维偏微分方程。该模型来源于文献 [4]。首先根据能量守恒得出热传递方程：

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \varepsilon_f \Gamma_f (\xi_1 \lambda_v + \xi_2 \lambda_l). \quad (1)$$

再通过质量守恒得到湿传递方程为：

$$\frac{\partial (C_a \varepsilon_a)}{\partial t} = \frac{1}{\tau_a} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{fabx} \frac{\partial (C_a \varepsilon_{ax})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{fabz} \frac{\partial (C_a \varepsilon_{az})}{\partial z} \right) \right] - \varepsilon_f \xi_1 \Gamma_f. \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho_l \varepsilon_l)}{\partial t} = \frac{1}{\tau_l} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{lax} (\varepsilon_{lx}) \frac{\partial (\rho_l \varepsilon_{lx})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{laz} (\varepsilon_{lz}) \frac{\partial (\rho_l \varepsilon_{lz})}{\partial z} \right) \right] - \varepsilon_f \xi_2 \Gamma_f. \quad (3)$$

其中 $(x, z) \in (0, 1) \times (0, 1)$ ， $t > 0$ ； $T(x, z, t)$ 表示织物的温度(e)； C_v 表示织物体积热熔($kg \cdot m^{-3} \cdot K$)；

$C_a(x, z, t)$ 为水蒸气的浓度($kg \cdot m^{-3}$); $\rho_l(x, z, t)$ 表示液态水的密度($kg \cdot m^{-3}$); Γ_f 表示水分的有效吸附率($kg \cdot m^{-3}$); λ_1, λ_v 表示纤维对液态水和对水蒸气的吸附或解放热($kJ \cdot kg^{-1}$); ε_a 表示织物中水蒸气体积分数, $\varepsilon_{ax}, \varepsilon_{az}$ 分别表示在x方向和z方向的水蒸气体积分数; ε_l 表示织物中液态水的体积分数, $\varepsilon_{lx}, \varepsilon_{lz}$ 分别表示在x方向和z方向的液态水的体积分数; ε_f 表示织物纤维的体积分数; ξ_1, ξ_2 分别表示纤维表面被空气和液态水覆盖的纤维表面吸湿的比例。

以上各参数之间的关系为:

$$\begin{aligned}\varepsilon_a + \varepsilon_f + \varepsilon_l &= 1. \\ \xi_1 &= \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon}. \\ \xi_2 &= \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon}. \\ \varepsilon_a &= \sqrt{\varepsilon_{ax}^2 + \varepsilon_{az}^2}. \\ \varepsilon_l &= \sqrt{\varepsilon_{lx}^2 + \varepsilon_{lz}^2}. \\ \varepsilon_{ax}, \varepsilon_{az}, \varepsilon_{lx}, \varepsilon_{lz} &\in (0.5, 0.7). \\ \tau_a, \tau_l &\in (0, 1).\end{aligned}$$

水蒸气的扩散比 D_{fab} 可以定义为:

$$D_{fabx} = \varepsilon_{ax}D_a + (1 - \varepsilon_{ax})D_f. \quad (4)$$

$$D_{fabz} = \varepsilon_{az}D_a + (1 - \varepsilon_{az})D_f. \quad (5)$$

其中 D_{fabx}, D_{fabz} 分别表示水蒸气在纤维中x方向和z方向的扩散系数, D_a 表示水蒸气在空气中的扩散系数, D_f 表示水蒸气在纤维中的扩散系数。

液态水的扩散比 D_l 定义为:

$$D_{lx}(\varepsilon_{lx}) = \frac{\gamma_x \cos \theta_x \sin^2 \alpha_x d_{cx} \varepsilon_{lx}^{1/3}}{20\eta \varepsilon_{lx}^{1/3}}. \quad (6)$$

$$D_{lz}(\varepsilon_{lz}) = \frac{\gamma_z \cos \theta_z \sin^2 \alpha_z d_{cz} \varepsilon_{lz}^{1/3}}{20\eta \varepsilon_{lz}^{1/3}}. \quad (7)$$

其中 $D_{lx}(\varepsilon_{lx}), D_{lz}(\varepsilon_{lz})$ 分别表示在纤维中x方向和z方向的液态水的扩散系数, γ_x, γ_z 分别表示x方向和z方向的表面张力($N \cdot m^{-1}$), θ_x, θ_z 分别表示x方向和z方向的接触角, α_x, α_z 分别表示x方向和z方向的织物有效角度, d_{cx}, d_{cz} 分别表示x方向和z方向的最大径向坐标(N), α_x, α_z 分别表示x方向和z方向的织物有效角度, η 表示动态黏度($kg \cdot m^{-1}$)。

有效导热系数定义为:

$$K_x = \varepsilon_{lx}K_l + (\varepsilon_{ax} + \varepsilon_f)K_{fab}. \quad (8)$$

$$K_z = \varepsilon_{lz}K_l + (\varepsilon_{az} + \varepsilon_f)K_{fab}. \quad (9)$$

其中 K_x , K_z 分别表示水蒸汽在纤维中 x 方向和 z 方向的热传导系数; K_l , K_{fab} 表示液态水和水蒸气在纤维中的热传导率($kg \cdot m^{-1} \cdot e^{-1}$)。

水分的有效吸附率 Γ_f 定义为:

$$\Gamma_f = \text{const.} + a_1 C_a + a_2 T. \tag{10}$$

其中 a_1 , a_2 为计算常数。

方程(3)对应的初始条件如下所示:

$$\begin{cases} T(x, z, 0) = T_I(x, z) \\ C_a(x, z, 0) = C_{aI}(x, z) \\ \rho(x, z, 0) = T_I(x, z) \end{cases} \tag{11}$$

原模型在时间 $t = 0$ 时, 表面 $z = 0$ 处的边界条件为 $C_a = 96\%$, $T = 33e$ 。 $z = 1$ 时织物周围空气的相对湿度和温度分别为 $C_a = 80\%$ 和 $T = 20e$ 。 如下所示:

$$\begin{cases} T(0, z, 0) = 303 \\ T(x, 0, 0) = 303 \\ T(L, z, 0) = 293 \\ T(x, L, 0) = 293 \end{cases}, \begin{cases} C_a(0, z, 0) = 0.96 \\ C_a(x, 0, 0) = 0.96 \\ C_a(L, z, 0) = 0.8 \\ C_a(x, L, 0) = 0.8 \end{cases} \tag{12}$$

对比与原模型 [4]的边界条件, 本文将边界条件修改为第二类边界条件, 因为第二类边界条件能够更好地描述物体与周围环境之间的热交换过程, 减少了因边界条件设置不当而导致的数值波动和发散现象。 修改后温度的边界条件如下:

$$\begin{cases} K \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{T|_{x=0} - T_0}{R_s} \\ K \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{T_e - T|_{x=L}}{R_s + (1/h_t)} \\ K \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{T|_{z=0} - T_0}{R_s} \\ K \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L} = \frac{T_e - T|_{z=L}}{R_s + (1/h_t)} \end{cases} \tag{13}$$

修改后的水汽浓度的边界条件如下:

$$\begin{cases} D_{fabx} \varepsilon_{ax} \frac{\partial C_a}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{C_a|_{x=0} - C_0}{w_0} \\ D_{fabz} \varepsilon_{az} \frac{\partial C_a}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{C_a|_{z=0} - C_0}{w_0} \\ D_{fabx} \varepsilon_{ax} \frac{\partial C_a}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{C_{ae} - C_a|_{x=L}}{w_0 + (1/h_c)} \\ D_{fabz} \varepsilon_{az} \frac{\partial C_a}{\partial z} \Big|_{z=L} = \frac{C_{ae} - C_a|_{z=L}}{w_0 + (1/h_c)} \end{cases} \tag{14}$$

其中 T_0 表示人体的初始温度, T_e 表示环境温度, C_{aer} 表示环境中水蒸气浓度, w_0 表示织物的湿阻, R_s 表示织物的热阻, h_c 表示织物的传质系数, h_t 表示织物的传热系数。

Table 1. Particle swarm optimization algorithm**表 1.** 粒子群算法

输入：

材料参数、控制方程参数，适度函数。

输出：

输出最优结果：当满足终止条件时，输出全局最优解 $pBest$ ，即最优的孔隙率分布。

步骤：

- 1、初始化：

初始化最大迭代次数，随机选择每个粒子的初始位置和速度；
- 2、计算适应度：

计算每个粒子的适应值；对透湿指数进行标准化后，定义为适度函数。

$$P(X_i) = C \cdot \frac{\bar{M}(X_i)}{Q(X_i)}, i = 1, 2, \dots, N.$$
- 3、更新粒子最优解：

对于每个粒子，如果当前位置的适应度值优于其历史最优位置（ $pBest$ ）的适应度值，则更新 $pBest$ 。在所有粒子的 $pBest$ 中找出最优的，作为当前的全局最优解 $gBest$ 。
- 4、更新粒子速度和位置：

根据PSO算法的速度更新公式，利用 $pBest$ 和 $gBest$ 更新每个粒子的速度：
确保更新后的位置仍在搜索空间 $[0, 1]^2$ 。第 i 个粒子的速度为：

$$V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}), i = 1, 2, \dots, N.$$

第 i 个粒子根据下面的公式更新自己的速度和位置：

$$\begin{aligned} v_{id} &= w \times v_{id-1} + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}). \\ x_{id+1} &= x_{id} + v_{id}. \end{aligned}$$
- 5、迭代更新：

重复步骤2-4,重复计算适应度、更新最优解和更新粒子速度和位置的过程，直到达到最大迭代次数。在每次迭代中，记录全局最优解 $pBest$ 的适应度值，绘制收敛曲线。
- 6、输出结果：

当达到最大迭代次数时，输出全局最优解 $pBest$ ，即最优的孔隙率分布。

2.1.1.1. 数值求解

下面对模型(1)-(3)进行数值求解，采用有限差分格式，引入笛卡尔网格上的空间与时间函数的以下符号：

$$\begin{aligned} C_a(x, z, t) &= C_a(l\Delta x, n\Delta z, k\Delta t) = C_a^k(l, n). \\ \rho_l(x, z, t) &= \rho_l(l\Delta x, n\Delta z, k\Delta t) = \rho_l^k(l, n). \\ T(x, z, t) &= T(l\Delta x, n\Delta z, k\Delta t) = T^k(l, n). \end{aligned}$$

将多孔介质区域划分为 $L \times N$ 的网格， Δx ， Δz 表示网格中 x 和 z 轴上的步长，于是得到 $x = l \times \Delta x$ ， $z = n \times \Delta z$ ，其中 $l = 1, 2, \dots, L$ ， $n = 1, 2, \dots, N$ 。 Δt 是时间增量， $t = k \times \Delta t$ ，其中 k 是时间步长 $k = 1, 2, \dots, K$ 。

Table 2. Example 1: Wool parameter coefficient

表 2. 实例一：羊毛参数系数

ε	L	K_a	K_f	K_w
0.91	0.05	0.025	0.052	0.57

Table 3. Example 2: Parameter coefficient of polypropylene

表 3. 实例二：聚丙烯参数系数

ε	L	K_a	K_f	K_w
0.87	0.05	0.025	0.01	0.57

首先对热方程进行离散：

$$C_v \frac{T_{l,n}^{k+1} - T_{l,n}^k}{\Delta t} = K_x \frac{T_{l+1,n}^k - 2T_{l,n}^k + T_{l-1,n}^k}{\Delta x^2} + K_z \frac{T_{l,n+1}^k - 2T_{l,n}^k + T_{l,n-1}^k}{\Delta z^2} + \varepsilon_f (\Gamma_f)_{l,n}^k (\xi_1 \lambda_v + \xi_2 \lambda_l). \quad (15)$$

其中， $T_{l,n}^k$ 表示在 $k\Delta t$ 时刻， (x_l, z_n) 位置处织物的温度。

接着对湿方程进行离散：

$$\begin{aligned} \frac{(C_a \varepsilon_a)_{l,n}^{k+1} - (C_a \varepsilon_a)_{l,n}^k}{\Delta t} = & D_{fabx} \frac{(C_a \varepsilon_{ax})_{l+1,n}^k - 2(C_a \varepsilon_{ax})_{l,n}^k + (C_a \varepsilon_{ax})_{l-1,n}^k}{\tau_a \Delta x^2} \\ & + D_{fabz} \frac{(C_a \varepsilon_{az})_{l,n+1}^k - 2(C_a \varepsilon_{az})_{l,n}^k + (C_a \varepsilon_{az})_{l,n-1}^k}{\tau_a \Delta z^2} \\ & - \varepsilon_f \xi_1 (\Gamma_f)_{l,n}^k. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_l \varepsilon_l)_{l,n}^{k+1} - (\rho_l \varepsilon_l)_{l,n}^k}{\Delta t} = & D_{lx} (\varepsilon_{lx}) \frac{(\rho_l \varepsilon_{lx})_{l+1,n}^k - 2(\rho_l \varepsilon_{lx})_{l,n}^k + (\rho_l \varepsilon_{lx})_{l-1,n}^k}{\tau_l \Delta x^2} \\ & + D_{lx} (\varepsilon_{lz}) \frac{(\rho_l \varepsilon_{lz})_{l,n+1}^k - 2(\rho_l \varepsilon_{lz})_{l,n}^k + (\rho_l \varepsilon_{lz})_{l,n-1}^k}{\tau_l \Delta z^2} \\ & - \varepsilon_f \xi_2 (\Gamma_f)_{l,n}^k. \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $(C_a \varepsilon_{ax})_{l,n}^k$, $(C_a \varepsilon_{az})_{l,n}^k$, 分别表示在 $k\Delta t$ 时刻， (x_l, z_n) 位置处纤维间空隙中水蒸气质量在 x-方向，z- 方向的值； $(\rho_l \varepsilon_{lx})_{l,n}^k$, $(\rho_l \varepsilon_{lz})_{l,n}^k$, 分别表示在 $k\Delta t$ 时刻， (x_l, z_n) 位置处纤维间空隙中液态水质量在 x-方向，z- 方向的值。

$$\text{令 } r_1 = \frac{\Delta t D_{fabx}}{\tau_a \Delta x^2} r_3 = \frac{\Delta t D_{fabz}}{\tau_a \Delta z^2}, \quad u_1 = \frac{\Delta t D_{lx} (\varepsilon_{lx})}{\tau_l \Delta x^2} u_3 = \frac{\Delta t D_{lx} (\varepsilon_{lz})}{\tau_l \Delta z^2}, \quad w_1 = \frac{\Delta t K_x}{C_v \Delta x^2} w_3 = \frac{\Delta t K_z}{C_v \Delta z^2}.$$

Table 4. Parameter selection in control equation

表 4. 控制方程中的参数取值

D_a	D_f	w_0	R_s	τ_l	τ_a	λ_v	λ_l
2.5×10^{-5}	5×10^{-13}	64.99	3.5×10^{-2}	1.5	1.5	2522.0	2260.0

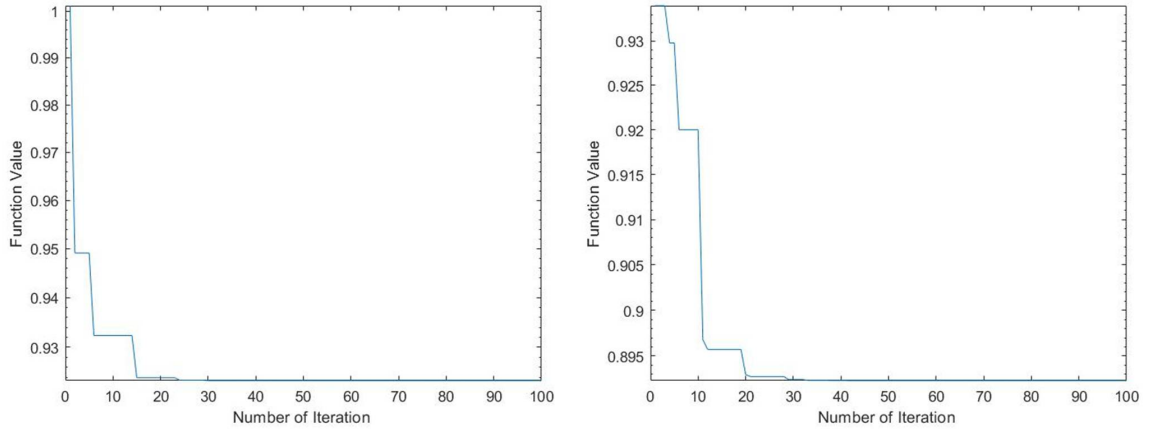


Figure 3. The optimal porosity convergence curve of two different materials, with wool on the left and polypropylene on the right

图 3. 两种不同材料最优孔隙率收敛曲线，左边为羊毛，右边为聚丙烯

将(15)-(17)式子合并同类项后得到(1)-(3)的显式有限差分格式如下：

$$\begin{aligned}
 (C_a \varepsilon_a)_{l,n}^{k+1} &= (1 - 2r_1 - 2r_3) (C_a \varepsilon_a)_{l,n}^k + r_1 \left((C_a \varepsilon_{ax})_{l+1,n}^k + (C_a \varepsilon_{ax})_{l-1,n}^k \right) \\
 &\quad + r_3 \left((C_a \varepsilon_{az})_{l,n+1}^k + (C_a \varepsilon_{az})_{l,n-1}^k \right) - \Delta t \varepsilon_f \xi_1 (\Gamma_f)_{l,n}^k.
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 (\rho_l \varepsilon_l)_{l,n}^{k+1} &= (1 - 2u_1 - 2u_3) (\rho_l \varepsilon_l)_{l,n}^k + u_1 \left((\rho_l \varepsilon_{lx})_{l+1,n}^k + (\rho_l \varepsilon_{lx})_{l-1,n}^k \right) \\
 &\quad + u_3 \left((\rho_l \varepsilon_{lz})_{l,n+1}^k + (\rho_l \varepsilon_{lz})_{l,n-1}^k \right) - \Delta t \varepsilon_f \xi_2 (\Gamma_f)_{l,n}^k.
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 T_{l,n}^{k+1} &= (1 - 2w_1 - 2w_3) T_{l,n}^k \\
 &\quad + w_1 (T_{l+1,n}^k + T_{l-1,n}^k) \\
 &\quad + w_3 (T_{l,n+1}^k + T_{l,n-1}^k) \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{C_v} \varepsilon_f (\Gamma_f)_{l,n}^k (\xi_1 \lambda_v + \xi_2 \lambda_l).
 \end{aligned} \tag{20}$$

3. 反问题

本节将基于二维热湿传递模型(1)-(3)，以保暖透湿性最佳为目的提出单层纺织材料厚度及孔隙

率决定反问题，并利用粒子群算法进行求解。

Table 5. Comparison of two examples of particle swarm optimization with ergodics

表 5. 两种实例粒子群算法与遍历相比较

	材质	粒子群	遍历	透湿指数
实验一	羊毛	0.923	0.920	0.926
实验二	聚丙烯	0.892	0.873	0.890

Table 6. Experiment 1: Wool parameter coefficient

表 6. 实验一：羊毛参数系数

ε	L	K_a	K_f	K_w
0.91	0.05	0.025	0.052	0.57

Table 7. Experiment 2: Polypropylene parameter system

表 7. 实验二：聚丙烯参数系

ε	L	K_a	K_f	K_w
0.87	0.05	0.025	0.01	0.57

3.1. 反问题的提出

孔隙率是指材料内部孔隙体积占其总体积的百分率，是纺织材料内部结构特征的一个重要参数。纺织材料的孔隙率不仅影响着服装的保暖性能，还关系到透湿性能。孔隙率对织物保暖性有重要影响：孔隙率越大，且闭口孔隙越多，孔隙直径越小，保温性能往往越好，孔隙率较大的材料，其内部空气含量增加，而空气的热传导性远低于固体材料，因此整体热传导性降低，有助于保暖。孔隙率对于透湿性的影响：孔隙率及其特征（如孔隙大小、形状、分布等）影响材料的透湿性，较大的孔隙率为水蒸气提供了更广阔的通道，促进了水蒸气的顺畅扩散与传输，有助于保持身体的干爽与舒适。因此本文以孔隙率为参数，以保暖透湿性最佳为目的提出孔隙率决定反问题。

孔隙率决定反问题:假设织物除孔隙率以外的材料参数及物理参数已知，织物的厚度已知，根据热湿传递模型寻找最优的织物孔隙率，使得织物的保暖透湿性最佳。

3.2. 反问题数学模型

根据上面提出的反问题，下面我们为了使织物热保暖和透湿性最佳，建立保暖透湿性最佳孔隙率决定反问题的要优化模型为：

$$\max P(\varepsilon) = C \cdot \frac{M(\varepsilon)}{Q(\varepsilon)}. \quad (21)$$

其中 $M(\varepsilon)$ 表示通过织物的质通量， $Q(\varepsilon)$ 表示通过织物的热通量， C 表示是常数。

我们以透湿指数来构建反问题，所谓透湿指数，是指热阻和湿阻的比值，其表达式如下所示：

$$P_i = \frac{1}{6.45 \cdot 0.155 \cdot 0.015} \frac{R_t}{R_w}. \quad (22)$$

其中 R_t 为热阻， R_w 表示湿阻，且有计算表达式：

$$R_t = \frac{T_0 - T_e}{Q_{Tot}}. \quad (23)$$

$$R_w = \frac{P_{S0} - P_{Se}}{M_{Tot}}. \quad (24)$$

其中 Q_{Tot} 表示通过织物的总热通量， P_{S0} 表示贴近人体皮肤的饱和气压， P_{Se} 表示贴近外界环境的气压， M_{Tot} 表示通过织物的总质通量。在低温环境条件下，织物热阻大，意味着通过服装散失的热量少；织物湿阻小，意味着透气性能好。

在低温条件下，由模型基本假设，在织物与环境的接触面上，总热流和总质流可表示为：

$$Q_{Tot} = - \int_0^{T_t} (K_x \frac{\partial T}{\partial x} + K_z \frac{\partial T}{\partial z} + \varepsilon_f \Gamma_f (\xi_1 \lambda_v + \xi_2 \lambda_l)) dt. \quad (25)$$

$$M_{Tot} = Q_{wet} - Q_{dry} = - \int_0^{T_t} ((\xi_1 \lambda_v + \xi_2 \lambda_l) \varepsilon_f \Gamma_f(0, 0, t)) dt. \quad (26)$$

其中 $C = \frac{1}{6.45 \cdot 0.155 \cdot 0.015} \cdot \frac{T_0 - T_e}{P_{S0} - P_{Se}}$ ， C 是常数。

3.3. 反问题的数值算法

本文采用粒子群算法求解。粒子群算法是通过模拟鸟群觅食行为而发展起来的一种基于群体协作的搜索算法，属于启发式算法，是由Kennedy和Eberhart两位学者1995年所提出 [23]，其基本思想在于通过群体中个体之间的协作和信息共享来寻找最优解。

根据上述原理，表 1 是粒子群算法求解反问题 (21) 的具体步骤，用于求解单层纺织材料反问题的最优值。

4. 数值实验

4.1. 实验参数

本节给出两个数值实验。实验一中织物选取羊毛，实验二织物选取聚丙烯。选取两种材料的结构参数分别如表 2，表 3 所示。

控制方程(1)-(3)中的参数如表 4 所示。

4.2. 实验结果

确定单层纺织材料孔隙率最优的粒子群算法参数定义如下：个体学习因子 $c_1=1.4962$ ，社会学习因子 $c_2=1.4962$ ，惯性因子 $w=0.7298$ ，粒子群个数 $D=20$ ，搜索空间为2维，粒子坐标被定义

在 $[0, 1]$ ，最大迭代次数为100次，粒子群算法中的适度函数由二维热湿传递模型的有限差分格式和透湿指数来定义。

基于前文二维热湿传递模型的有限差分格式，本节采用粒子群算法求解孔隙率最优分布。假设人体温度 35°C ，相对湿度为96%；环境温度为 0°C ，相对湿度为80%。织物的初始温度为 20°C 。运行Matalb程序利用粒子群算法进行求解，求得的孔隙率收敛曲线去下图所示。

为验证算法的有效性，将粒子群算法与遍历得到的结果(表 5)进行比较。

从图 3两种不同材料最优孔隙率收敛曲线可以得出：羊毛和聚丙烯在相同环境条件下都能利用粒子群算法得到最优孔隙率。其最优孔隙率羊毛是0.923，聚丙烯是0.892。实验一结果表明最优孔隙率与羊毛的最优孔隙率非常接近，在低温条件下羊毛作为纺织材料满足人体的热湿舒适性。实验二结果表明最优孔隙率与聚丙烯的最优孔隙率非常接近，在低温条件下聚丙烯作为纺织材料满足人体的热湿舒适性。粒子群算法在反问题中得到的结果与遍历得到的结果误差较小，这表明粒子群算法在求解该问题时的有效性。

当取最优孔隙率时，利用初始条件和边界条件计算出温度分布与水汽浓度分布。假定人体皮肤温度为 36°C ，相对湿度为96%；环境温度为 $T_e = 0e$ ，相对湿度为80%；初始温度为 $T_I(x, z) = 20e$ ，对织物进行6min的数值模拟，其参数如表 6，表 7所示。

得到相应的温度和水蒸气浓度的数值解如下所示。

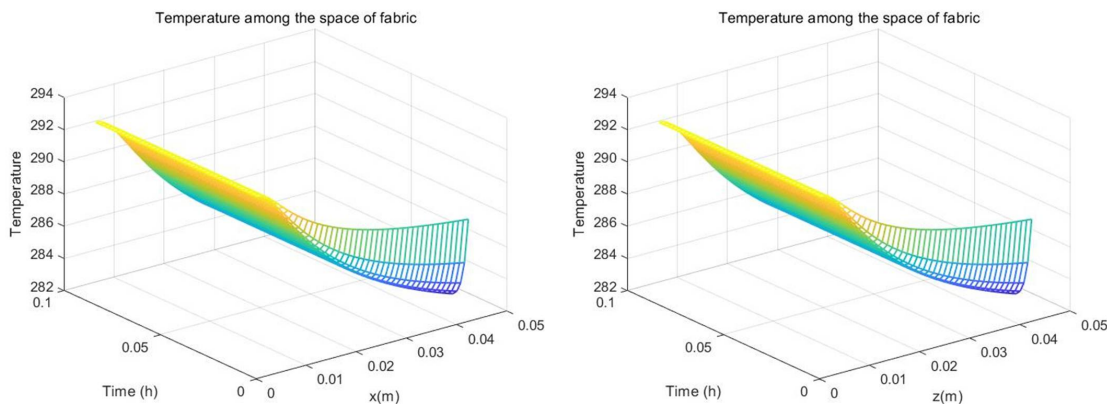


Figure 4. Optimum porosity of wool: Temperature change in fabric

图 4. 羊毛最优孔隙率：织物内部温度变化

图 4-图 5展示了将特定条件下通过反问题得到的羊毛最优孔隙率0.923与聚丙烯最优孔隙率0.892分别代入模型得到的织物内部温度随时间和空间变化的曲线。由图可以观察到随着与人体皮肤距离的减小，织物内部的温度变化逐渐减缓，即从人体皮肤至外界环境，随着织物厚度的增加，温度梯度逐渐减小。将羊毛和聚丙烯的最优孔隙率分别代入模型后，可以观察到两种材料在温度分布上存在一定的差异，羊毛温度曲线变化较为平缓，聚丙烯温度曲线变化相对较快。尽管整体趋势相似，但具体数值和变化速率可能因材料的不同而有所变化。这也反映了孔隙率作为材料特性的一个重要参数，对温度分布具有显著的影响。

从图 6-图 7中可以观察到，水汽浓度的分布主要集中在0.79至0.96的范围内，在织物内部形成

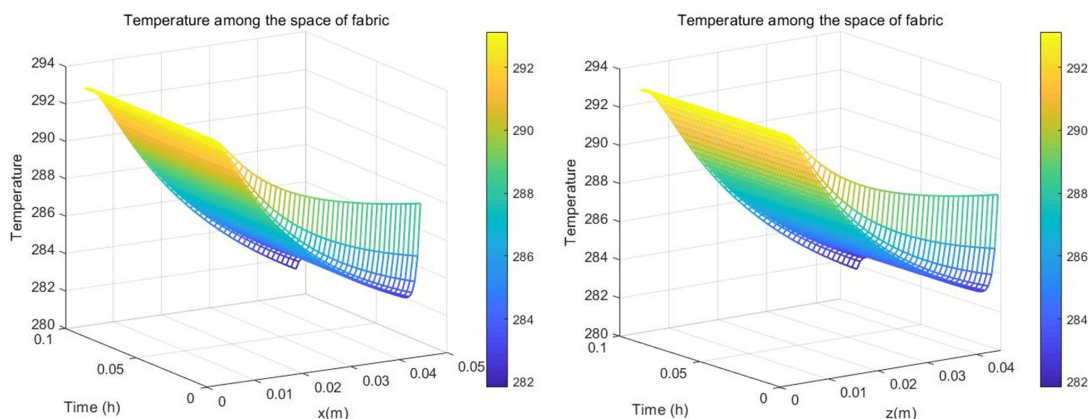


Figure 5. Optimal porosity of polypropylene: Temperature change in fabric

图 5. 聚丙烯最优孔隙率：织物内部温度变化

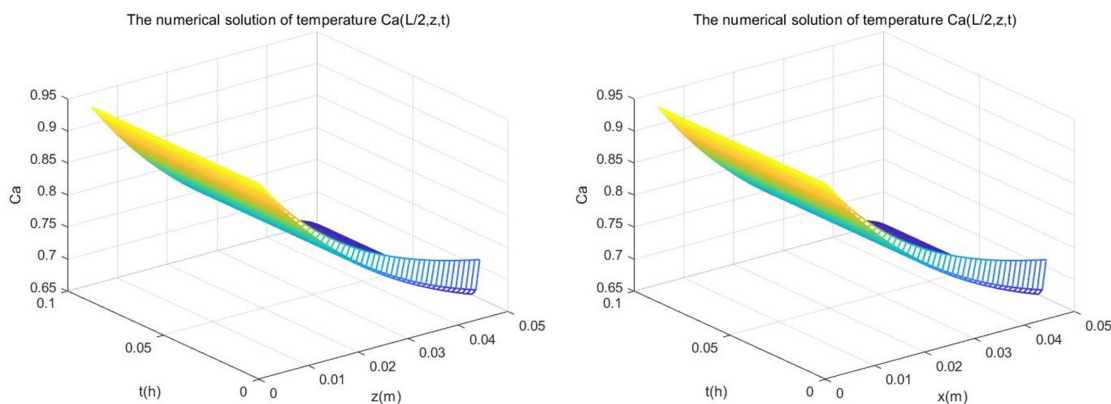


Figure 6. Porosity of wool: Variation of water vapor concentration in fabric

图 6. 羊毛孔隙率：织物内部水汽浓度变化

了一个明显的梯度。随着与皮肤距离的增大，水汽浓度逐渐降低，这表明水汽在织物中的传递存在一种由内向外的趋势。在靠近人体皮肤的织物内部，水汽浓度达到了一个相对较高的水平。这是由于皮肤表面的水汽蒸发以及织物对水汽的吸附作用共同导致的。当水汽浓度较高时，织物内部的温度可能会因为水汽的蒸发和冷凝而发生变化。织物外部几乎没有变化。这正好与水蒸气的分布相一致。

5. 总结

本文为提高服装热湿舒适性，对织物热湿传递二维模型进行分析，综合考虑织物的热阻和湿阻特性，以织物保暖透湿性最佳为目的，建立低温环境下孔隙率决定反问题。在低温条件下，首先对正问题模型进行了分析，对已有的二维热湿传递模型由常温条件推广至低温条件，将原模型的边界条件修改为第二类边界条件；在反问题设置上根据织物的最佳保暖透湿性构造反问题，建立孔隙率决定反问题，并利用粒子群算法求解反问题。

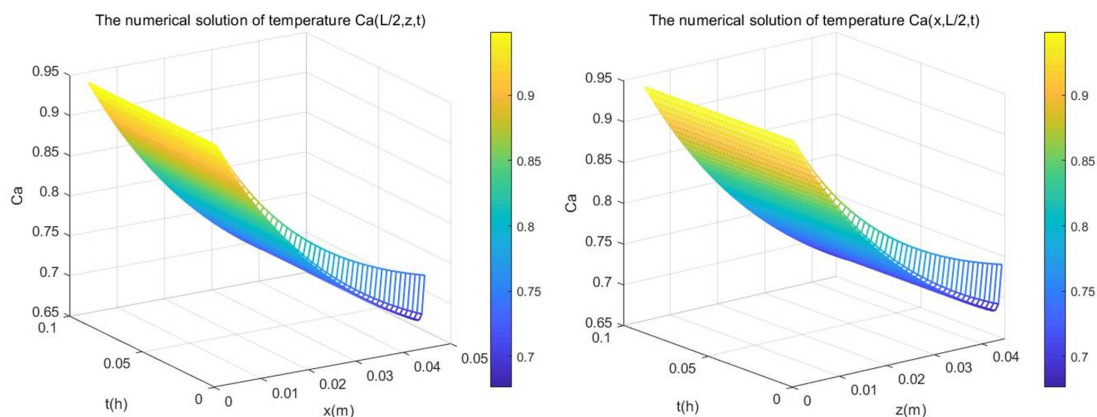


Figure 7. Optimal porosity of polypropylene: Variation of water vapor concentration in fabric

图 7. 聚丙烯最优孔隙率：织物内部水汽浓度变化

本文提出的反问题是以一个织物的动态二维热湿传递模型为基础进行的，后续可将模型拓展至三维空间，并考虑更多实际因素如对流、辐射等，以进一步提升模型的仿真性和实用性，并对反问题数值求解算法的收敛性与收敛速度进行进一步的理论分析。

基金项目

国家自然科学基金项目(11501513,11471287)；浙江省自然基金项目(LY18A010030)。

参考文献

- [1] Henry, P.S.H. (1939) Diffusion in Absorbing Media. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, **171**, 215-241.
- [2] Henry, P.S.H. (1948) The Diffusion of Moisture and Heat through Textiles. *Discussions of the Faraday Society*, **3**, 243-257. <https://doi.org/10.1039/df9480300243>
- [3] Nishimura, T. and Matsuo, T. (2000) Numerical Simulation of Moisture Transmission through a Fiber Assembly. *Textile Research Journal*, **70**, 103-107. <https://doi.org/10.1177/004051750007000203>
- [4] Luo, X. and Xu, Q. (2006) A New Numerical Implementation on 2D Heat and Moisture Transfer through Fabric. *Applied Mathematics and Computation*, **174**, 1135-1150. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.06.010>
- [5] Xu, Q. and Luo, X. (2006) Dynamic Thermal Comfort Numerical Simulation Model on 3D Garment CAD. *Applied Mathematics and Computation*, **182**, 106-118. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.03.042>

- [6] Hang, X.D., Sun, W. and Ye, C. (2012) Finite Volume Solution of Heat and Moisture Transfer through Three-Dimensional Textile Materials. *Computers & Fluids*, **57**, 25-39. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2011.11.010>
- [7] Lai, D. and Chen, Q. (2016) A Two-Dimensional Model for Calculating Heat Transfer in the Human Body in a Transient and Non-Uniform Thermal Environment. *Energy and Buildings*, **118**, 114-122. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2016.02.051>
- [8] Jia, N., Jia, X., An, H., Li, J. and Wang, R. (2019) A 3D Heat and Moisture Transfer Model with Radiation in Clothing. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **517**, 440-451. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.11.022>
- [9] Choudhary, B., Udayraj, Wang, F., Ke, Y. and Yang, J. (2020) Development and Experimental Validation of a 3D Numerical Model Based on CFD of the Human Torso Wearing Air Ventilation Clothing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **147**, Article 118973. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.118973>
- [10] Shen, H., An, Y., Zhang, H., Wang, F., He, Y., Wang, J., *et al.* (2021) 3D Numerical Investigation of the Heat and Flow Transfer through Cold Protective Clothing Based on CFD. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **175**, Article 121305. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121305>
- [11] Joshi, A., Wang, F., Kang, Z., Yang, B. and Zhao, D. (2022) A Three-Dimensional Thermoregulatory Model for Predicting Human Thermophysiological Responses in Various Thermal Environments. *Building and Environment*, **207**, Article 108506. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2021.108506>
- [12] Wang, H., Li, J., Liu, Z., Yang, Y. and Seyam, A.M. (2024) Three-Dimensional Simulation of Heat and Moisture Transfer in Woven Fabric Structures. *Textile Research Journal*, **94**, 2232-2252. <https://doi.org/10.1177/00405175241245913>
- [13] Du, N., Fan, J. and Wu, H. (2008) Optimum Porosity of Fibrous Porous Materials for Thermal Insulation. *Fibers and Polymers*, **9**, 27-33. <https://doi.org/10.1007/s12221-008-0005-5>
- [14] Du, N., Fan, J., Wu, H. and Sun, W. (2009) Optimal Porosity Distribution of Fibrous Insulation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **52**, 4350-4357. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.03.067>
- [15] 徐定华, 陈远波, 程建新. 低温环境下纺织材料类型设计反问题[J]. 纺织学报, 2011, 32(9): 24-28.
- [16] 徐定华, 文雷. 基于动态热湿传递的纺织材料孔隙率决定的反问题[J]. 数学年刊A辑(中文版), 2014, 35(2): 129-144.
- [17] Ge, M., Yu, Y. and Xu, D. (2016) Textile Porosity Determination Based on a Nonlinear Heat and Moisture Transfer Model. *Applicable Analysis*, **96**, 1681-1697. <https://doi.org/10.1080/00036811.2016.1262948>

- [18] Xu, D., He, Y., Yu, Y. and Zhang, Q. (2018) Multiple Parameter Determination in Textile Material Design: A Bayesian Inference Approach Based on Simulation. *Mathematics and Computers in Simulation*, **151**, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2018.04.001>
- [19] 朱佳佳. 低温条件下纺织材料热湿传递模型的有限体积法及其在参数设计反问题中的应用[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江理工大学, 2021.
- [20] Xu, D. and Li, T. (2021) Mathematical Modeling and Inverse Problem Approaches for Functional Clothing Design Based on Thermal Mechanism. In: Cheng, J., Dinghua, X., Saeki, O. and Shirai, T., Eds., *Mathematics for Industry*, Springer Singapore, 67-92. https://doi.org/10.1007/978-981-16-5576-0_4
- [21] 闵涛, 韩莹莹. 二维热传导方程初始条件反问题的数值求解[J]. 数学杂志, 2022, 42(6): 513-522.
- [22] 王艺融. 两类防护服热湿传递建模与参数决定反问题[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江理工大学, 2023.
- [23] Eberhart, R. and Kennedy, J. (1995) A New Optimizer Using Particle Swarm Theory. *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, Nagoya, 4-6 October 1995, 39-43. <https://doi.org/10.1109/MHS.1995.494215>