

高压油管的压力控制问题

龚一帆*, 段德园

云南师范大学数学学院, 云南 昆明

收稿日期: 2024年3月7日; 录用日期: 2024年3月26日; 发布日期: 2024年4月28日

摘要

在工业生产生活中, 燃油发动机的工作原理是通过燃油进出高压油管而实现的。本文运用数学建模, 通过MATLAB、SPSS、Excel、CAD等软件对数据处理, 控制油管燃油进出速率改善发动机间歇性工作, 实现高压油管压力控制模型。首先, 在确定量燃油与恒温的状态下, 通过设置单向阀每次开启关闭的时间间隔, 运用波义尔定理建立模 $P_{进}V_{进} + P_{管}V_{管} - P_{出}V_{出} = P'_{管}V_{管}$, 根据所搜集的弹性模量与压力的关系数据进行Excel拟合处理, 运用压力、体积计算公式和微分方程进行求解计算, 最后利用MATLAB进行求解编程, 得出管内外压力都控制在100 MPa左右时, $t = 2.7457$ ms; 再假设油管内部压力分别在 $t_a = 2$ s、5 s、10 s内从100 MPa调整到150 MPa并趋于稳定时, $t = 5.7934$ ms、5.7862 ms和5.7838 ms。然后, 通过控制内部压力的凸轮角速度, 由角速度计算公式 $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, 由于 $\Delta\theta$ 和 Δt 未知, 先对查找的有关针阀运动曲线数据进行SPSS分析, 做出针阀运动曲线, 再用CAD软件做出凸轮运动示意图, 结合Excel处理凸轮边缘曲线数据, 运用参变分离的常微分思想做出极角与极轴拟合关系图形, 分析图形、数据再结合质量守恒定律得出 $\Delta\theta$ 和 Δt 的值, 进而计算出角速度 $\omega = 0.0487$ rad/ms。最后, 再增加一个喷油嘴的前提下, 建立高压双轨道燃油喷射模型, 运用MATLAB软件分析所选择的指标作出双针阀运转策略图像, 分析图像得出喷油嘴B、C交替开启, 并取时间间隔为50 ms, 高压油泵凸轮旋转角速度设置为0.0993 rad/ms; 再增加一个单向减压阀门, 判别公式 $Q_D > Q_A$, 计算减压阀开启时初始压强范围, 并得出减压阀需要在喷油嘴关闭时开启, 高压油泵凸轮角速度 $\omega = 0.7575$ rad/ms。再将设计的高压双轨燃油喷射模型与数据库进行对比, 验证算法的实用性。

关键词

波义尔定理, 数据拟合, 质量守恒, 高压双轨燃油喷射模型

Pressure Control Problem of High Pressure Tubing

Yifan Gong*, Deyuan Duan

*通讯作者。

Abstract

In industrial production, the basic working principles of fuel engines are realized by fuel entering and ejecting high-pressure fuel pipes. In this paper, use the idea of mathematical modeling, through the use of MATLAB, SPSS, Excel, CAD and other software for intuitive data analysis, and then improve the fuel entry and ejection rate of the high-pressure fuel pipe to improve the intermittent operation of the engine and realize the pressure control model of the high-pressure fuel pipe. In the first place, under the condition of a certain amount of fuel and constant temperature, by setting the time interval for each opening and closing of the one-way valve, use Boyle's theorem to establish a model: $P_{进}V_{进} + P_{管}V_{管} - P_{出}V_{出} = P'_{管}V_{管}$, and fit according to the collected data of the relationship between elastic modulus and pressure by Excel Processing, use the pressure, volume calculation formula and differential equation to solve the calculation, and finally use MATLAB to solve programming: when the pressure inside and outside the tube is controlled at about 100 MPa, $t = 2.7457$ ms; when the internal pressure of the tubing is adjusted from 100 MPa to 150 MPa within 2 s, 5 s, and 10 s, and becomes stable, $t = 5.7934$ ms, 5.7862 ms and 5.7838 ms. After that, by controlling the cam angular velocity of the internal pressure, the angular velocity calculation formula: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, and $\Delta\theta$, Δt are unknown, first analyzing by SPSS the searched needle valve movement curve data, make the needle valve movement curve, and then use the CAD software to make the cam movement schematic diagram. By the Excel processing of cam edge curve data, use the idea of parametric separation of ordinary differentials to make a graph of the fitting relationship between polar angle and polar axis, analyze the graph and data and combining the law of conservation of mass to obtain the value of $\Delta\theta$, Δt . And then calculate the angular velocity: $\omega = 0.7575$ rad/ms. In the end, under the premise of adding another fuel injector, readjust the fuel supply and fuel injection strategy, establish a high-pressure dual-track fuel injection model, using MATLAB software to process and analyze the selected indicators to make a data image, and analyze the image to draw a conclusion: Oil nozzles B and C are opened alternately, and the time interval is 50 ms, the rotation angular velocity of the high-pressure oil pump cam: 0.0993 rad/ms; if a one-way pressure reducing valve is added, according to the discriminant formula: $Q_D > Q_A$, the initial pressure range when the pressure reducing valve is opened is calculated. And it is concluded that the pressure reducing valve needs to be opened at the time when each injector is closed, and the high-pressure oil pump is set to control the angular velocity of the cam: $\omega = 0.7575$ rad/ms. At the same time, the designed high pressure dual-track fuel injection model is compared with the database to verify the practicability of the algorithm.

Keywords

Boyle's Theorem, Data Fitting, Mass Conservation, High-Pressure Dual-Rail Fuel Injection Model

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

燃油发动机工作的基础是燃油进入和喷出高压油管, 燃油系统的工作原理是燃油经过高压油泵进入高压油管, 再由喷油嘴喷出。燃油进入和喷出的间歇性工作过程会导致高压油管内压力的变化, 使得所喷出的燃油量出现偏差, 从而影响发动机的工作效率。因此如何精确通过控制高压油泵的进油和喷油嘴出油速率使发动机发挥最大功率已经成为一个刻不容缓的问题。

本文主要通过数学模型解决工业生产中高压油管的压力控制问题, 通过查找数据, 确定某型号高压油管相关数据和工作原理, 由波义尔定理得到 $P_{进}V_{进} + P_{0管}V_{管} - P_{出}V_{出} = P_{1管}V_{管}$, 根据压力、体积和管内压强恒定和质量守恒建立动态平衡模型, 利用 MATLAB、SPSS、Excel 等软件处理数据来确定控油进出的单向阀最佳开启时长、高压油泵凸轮的角速度、最后在再增加一个喷油嘴调整喷油和供油策略的情况下, 建立高压双轨燃油喷射模型, 讨论喷油嘴交替开启或测试的最佳时间以及高压油泵凸轮的角速度, 进而确定高压油泵和减压阀的控制方案, 通过简单的数学模型和编程计算, 有效地提高了燃油发动机的工作效率, 加快工业生产进度。

2. 高压油管的压力控制问题基础理论

2.1. 高压油管

2.1.1. 高压油管的工作原理

燃油压入和喷出高压油管的整个过程是多数燃油发动机运转工作的基础, 如图 1 高压油管示意图所给出的高压燃油系统工作原理, 燃油在高压油泵的作用下由 A 处压入高压油管, 再由 B 处的喷油嘴喷出 [1]。



Figure 1. Schematic diagram of high-pressure oil pipe
图 1. 高压油管示意图

2.1.2. 影响高压油管工作的因素

高压燃油系统的生产工作因素有效率性、安全性两个因素[2]。

① 效率性

效率是对于燃油系统乃至整个工业生产生活都是至关重要的。燃油压入和喷出的间歇性工作过程会导致高压油管内部压力值产生不断的变化, 导致喷油嘴的燃油量产生出重要偏差, 从而影响燃油发动机的工作效率。

② 安全性

安全是对于燃油系统和工业生产制造的前提条件。高压油管的间歇性工作所带来的内外压力差忽变会导致燃油系统安全系数增高的关键节点。只有保障燃油系统安全性, 才能确保工业生产的各个环节正常运转, 实现工厂长远发展的目标。

2.2. 波义尔定律

2.2.1. 波义尔定律的简介

波义尔定律, 又称波马定律是由波义尔和马里奥特互不知情的情况下, 先后发现。在 1662 年根据实验得出结论: “在密闭容器中的定量气体, 在恒温下, 气体的压强和体积成反比关系。”称之为波义尔定理。也是人类史上首个被发现的“定律” [3]。

2.2.2. 波义尔定律的数学模型

由波义尔定律公式: 在定量定温下, 理想气体的体积与气体的压强成反比, 即: $V = \frac{C}{P}$ 。其中 V 是气体的体积, p 是压强, C 是常数。这个公式继续推导, 就可以得出理想气体的体积与压强的乘积为常数, 即: $VP = C$ 。从而, 如果在温度相同的状态下, A 、 B 两种状态下的气体可建立数学模型:

$$P_A V_A = P_B V_B \quad (1-1)$$

2.3. 高压双轨燃油喷射模型

高压双轨燃油喷射模型是以燃油在高压油管内部流动为基础工作原理, 包含质量守恒、能量守恒等微分方程, 通过数学软件编程求解微分方程组即可得出模型的仿真结果[4]。

随着模型研究的深入, 喷油过程会产生许多的影响因素, 如燃油压缩性、管内部摩擦、油管对燃油压力的波动等[5]。由于共轨的喷油系统自身就比较复杂, 所有作为初学者, 本文需要对模型进行一定的假设: ① 燃油在高压下呈现气态以及燃油自身重力对流动影响忽略不计[6]; ② 凸轮运转所消耗的机械能忽略不计; ③ 燃油在压力变化时不在高压油管产生热量损失变化; ④ 燃油的物理性质不会随压力值的变化而变化; ⑤ 除工作效率和安全性因素外, 其余影响喷油、供油以及减压阀运转的因素可忽略不计。

2.4. 特殊符号说明

下表 1 中仅对本文中重复出现的重点符号进行着重说明, 其他符号在文中出现时再进行特殊解释:

Table 1. Description of special symbols

表 1. 特殊符号说明

符号	含义
Q	燃油单位径流量
C	流量系数
A	小孔面积
ΔP	小孔两侧的压力差
E	弹性模量
ω	凸轮运转角速度
$\Delta \theta$	凸轮极角变化量
Δt	凸轮时间变化量

2.5. 本章小结

本章分别对高压油管、波义尔定律、高压双轨燃油喷射模型的相关理论进行了系统地归纳梳理。首

先对高压油管工作原理和影响生产的因素进行了总结, 然后对波义尔定律进行了概念叙述和数学模型的推导, 最后又阐述了高压双轨燃油喷射模型涉及的概念原理以及模型假设, 均为本文的研究打下了坚实的理论基础。

3. 考虑开启时长控制压力问题模型建立及求解

3.1. 考虑开启时长控制压力问题模型构建

3.1.1. 问题描述

已知某型号高压油管内腔长度为 500 mm, 内直径为 10 mm, 供油入口直径为 1.4 mm, 供油时长由单向阀控制, 并且每开启一次要关闭 10 ms。高压油泵每次喷油 2.4 ms, 并且每工作 10 次, 均压入 160 MPa 的柴油进入到初始压强设置为 100 MPa 高压油管。如果将管内压强稳定在 100 MPa, 则该如何设置单向阀每次开启的时长? 如果将管内压强分别在 2 s、5 s 和 10 s 时间间隔内从 100 MPa 稳定到 150 MPa, 那么该如何分别调整单向阀开启的时长?

3.1.2. 问题分析

依据题意, 当管内恒温并且压力稳定在 100 MPa 时, 即管内初始压力等于燃油进入高压油管又喷出燃油后的高压油管内的压力值相同。可以结合波义尔定律列出数学模型 $P_{进}V_{进} = P_{出}V_{出}$, 通过对未知量 $V_{进}$ 、 $V_{出}$ 的求解, 带入公式解得关于时间 t 的函数关系, 最后利用 MATLAB 软件编程求解出每次单向阀开启时长。

当高压油管内的压力从 100 MPa 增加到 150 MPa 时, 此时高压油管内压力是随时间变化的, 利用 $\Delta P = P_{进} - P'_{管}$ 求出高压油管内压力变化量。记 t_a 为管内压力稳定时间间隔, 再次利用波义尔定律列出公式 $P_{进}V_{进} + P_{管}V_{管} - P_{出}V_{出} = P'_{管}V_{管}$, 带入已知数据与公式计算出关于 t 和 t_a 的数学函数模型, 带入 $t_a = 2\text{ s}$ 、 5 s 、 10 s 具体数据, 最终算出单向阀开始时长具体数值解。

3.1.3. 数学模型

高压油管燃油稳定在恒温的状态下, 就满足波义尔定律的数学模型, 即:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

显然, 高压油管内的压强与体积成反比。当管内压强趋于稳定时, 可以确定管内初始压强等于燃油压入后又喷射出高压油管整个过程的压力值。并记: $V_{管}$ 为高压油管体积、 $V_{进}$ 为从高压油泵进入高压油管的燃油体积、 $V_{出}$ 为从喷油嘴离开高压油管的燃油体积、 $P_{管}$ 为高压油管内初始压强、 $P_{进}$ 、 $P_{出}$ 分别为燃油从高压油泵进入和离开高压油管压强、 $P'_{管}$ 为燃油离开高压油管后高压油管内压强。因此, 依题意可以列出简单的柴油进出高压波义尔数学模型:

$$P_{进}V_{进} + P_{管}V_{管} - P_{出}V_{出} = P'_{管}V_{管} \quad (3-1)$$

3.2. 第一阶段算法设计

3.2.1. 相关改进策略

对于压力值稳定于 100 MPa 左右的求解, 在高压油管内部压力值趋于 100 MPa 左右时, 由于燃油进入油管和喷油嘴喷出油压几乎相同且体积不变[7]。于是: $P_{管}V_{管} = P'_{管}V_{管}$ 带入模型(2-1)式化简得

$$P_{进}V_{进} = P_{出}V_{出} \quad (3-2)$$

3.2.2. 第一阶段算法流程

依据题意, $P_{进}=160\text{ MPa}$ 、 $P_{出}=100\text{ MPa}$, 下面对 $V_{进}$ 、 $V_{出}$ 进行求解:

对于 $V_{\text{进}}$ 的求解: 首先将时间数据单位统一为毫秒作单位, 设单向阀每次开启时间间隔为 t ms, 已知高压油管内部径流量公式为:

$$Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \tag{3-3}$$

结合流量的定义关系可知:

$$V_{\text{进}} = Qt \tag{3-4}$$

依据题意, $C = 0.85$, $A = \pi r^2 = 0.49\pi$, $\Delta P = (160 - 100)\text{MPa} = 60\text{MPa}$, 而公式中 ρ 为压力值 160 MPa 下燃油密度, 下面对 ρ 进行求解:

记 $d\rho$ 表示燃油的密度变化量, dP 表示燃油压力变化量, 已知燃油压力变化量与密度变化量成正比, 且满足常微分方程:

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{E}{\rho} \tag{3-5}$$

利用 Excel 处理弹性模量与压力关系数据, 做出散点图, 并进行数据拟合, 拟合图像如图 2 所示:

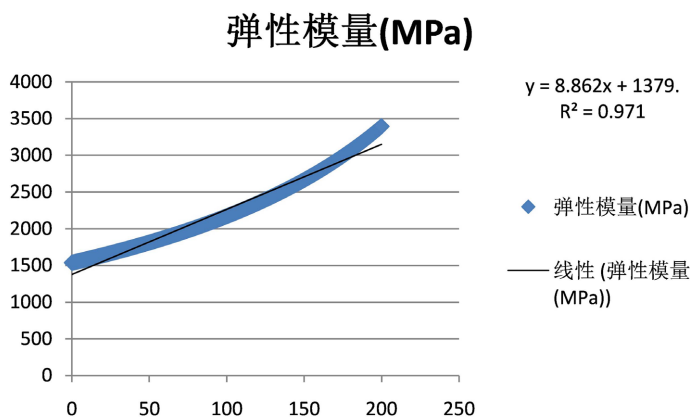


Figure 2. Fitting curve diagram of the relationship between elastic modulus and pressure

图 2. 弹性模量与压力关系拟合曲线图

由图 2 可得出弹性模量 E 与压力 P 之间的拟合方程为:

$$E = 8.8623P + 0.5175 \tag{3-6}$$

$$(R^2 = 0.9714)$$

再把(3-6)式带入(3-5)式中, 利用 MATLAB 程序求解出常微分方程, 密度 ρ 与压强 P 之间的关系如下:

$$\rho = 0.0033P + 0.5175 \tag{3-7}$$

带入数据 $P = 160\text{MPa}$, 即可解出高压侧密度 ρ_{160} , 再将算出来的 ρ_{160} 代入(3-3)式中, 解出 $V_{\text{进}}$ 和单向阀开启时长 t 关系式函数:

$$V_{\text{进}} = f(t) \tag{3-8}$$

对于 $V_{\text{出}}$ 的求解: 设喷油瞬时速度为 v , 单向阀打开后关闭的时间为 t_0 , 可知:

$$V_{\text{出}} = v(t + t_0) \tag{3-9}$$

依题意可知, $t_0 = 10 \text{ ms}$, 下面对未知量 v 进行求解: 由于喷油器每秒工作十次, 不妨设每次平均工作周期 $T = 100 \text{ ms}$, 则在整个工作周期内喷油速率如图 3 所示:

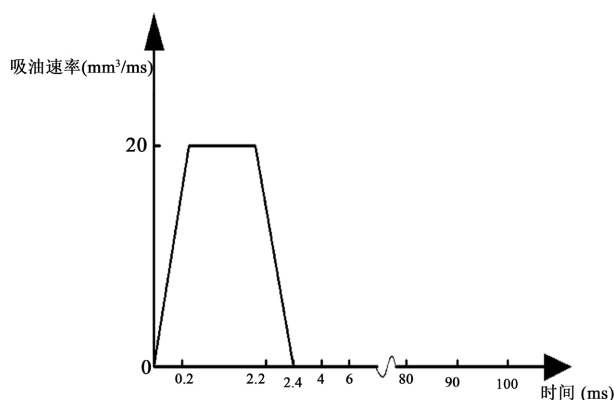


Figure 3. Instantaneous injection rate diagram of the entire cycle of the fuel injector

图 3. 喷油嘴整周期瞬时喷油速率图

由图 3 可计算出喷油嘴工作周期内的平均喷油速率 \bar{v} :

$$\bar{v} = \frac{v'_{\text{喷}}}{T} = \frac{\left[\frac{1}{2} \times (2 + 2.4) \times 20 \right] \text{mm}^3}{100 \text{ ms}} = 0.44 \text{ mm}^3/\text{ms}$$

现在用平均喷油速率 \bar{v} 代替瞬时喷油速率 v , 即 $v = \bar{v}$ 。带入公式(2-9)中得出 $V_{\text{出}}$ 关于单向阀开启时长 t 的函数:

$$V_{\text{出}} = g(t) \quad (3-10)$$

故, 将公式(3-8)和(3-10)带入化简的波义尔定理公式(1-1)中, 解得: 单向阀应设置的开启时长 $t = 2.7457 \text{ ms}$, 并进行质量守恒验证, 结果正确。

3.3. 第二阶段算法设计

3.3.1. 相关改进策略

在管内压力值从 100 MPa 上升到 150 MPa 时, 当高压油管内部燃油压强在一定时间段 t_a 下, 从 100 MPa 上升到 150 MPa 的过程中同样满足公式(2-1)波义尔数学模型: $P_{\text{进}}V_{\text{进}} + P_{\text{管}}V_{\text{管}} - P_{\text{出}}V_{\text{出}} = P'_{\text{管}}V_{\text{管}}$ 。

3.3.2. 第二阶段算法流程

分析其中此时 $P_{0\text{管}} = 100 \text{ MPa}$ 、 $P_{1\text{管}} = 150 \text{ MPa}$, 同 2.2.2 的求解过程, 下面需要对 $V_{\text{进}}$ 、 $V_{\text{出}}$ 、 $P_{\text{出}}$ 进行求解:

记 $P'_{\text{管}}$ 为高压油罐内瞬时压强变化值, t_a 为调整高压油管压力单向阀开启时长, 则满足:

$$P'_{\text{管}} = \frac{P_{1\text{管}} - P_{0\text{管}}}{t_a} \times t + P_{0\text{管}} \quad (3-11)$$

$$\Delta P = P_{\text{出}} - P'_{\text{管}} \quad (3-12)$$

联立公式(3-3)、(3-4)、(3-7)、(3-11)、(3-12)可求解出 $V_{\text{进}}$ 、 $V_{\text{出}}$ 。

我们再假设高压油管内部燃油压强与喷油嘴喷出油压 $P_{\text{出}} = P'_{\text{管}}$ 。将算出的数值全部带入到(3-1)中, 用

MATLAB 软件编程计算, 求解得出答案。将管内压强分别在 2 s、5 s 和 10 s 时间间隔内从 100 MPa 稳定到 150 MPa, 分别调整单向阀开启的时长为: 5.7934 ms、5.7862 ms、5.7838 ms [8]。

3.4. 本章小结

本章初步运用波义尔定律数学模型, 先简化计算出控制高压油管的针阀开启时间来控制高压油管内压力值大小。通过设置压强稳定 100 MPa 和压强在不同时间梯度下从 100 MPa 增加到 150 MPa 两种阶段, 会运用模型应对不同情况下控制针阀开启时长设置。

4. 考虑角速度控制压力问题模型建立及求解

4.1. 考虑角速度控制压力问题模型构建

4.1.1. 问题描述

由凸轮边缘曲线与角度的关系以及在一个喷油嘴周期针阀运转与时间的关系。已知柱塞腔内直径为 5 mm、喷油嘴针阀直径 2.5 mm、密封座半角为 9° 的圆锥和最下端喷射孔的直径 1.4 mm, 并且柱塞运动到上止点位置时, 其内腔残余容积为 20 mm³。柱塞运动到下止点时, 低压燃油会充满针腔且此时燃油压力为 0.5 MPa。在问题一中所给出喷油器工作次数、高压油管尺寸和初始压力下, 为保证高压油管内的压力稳定在 100 MPa 左右, 如何调整凸轮旋转角速度?

4.1.2. 问题分析

在问题一中给出的喷油器工作次数不变、高压油管大小不变和初始压力值不变的情况下, 保障管内压力值在 100 MPa 来确定凸轮运转角速度。利用角速度计算公式 $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, 为求出未知量 $\Delta\theta$ 和 Δt , 需利用 SPSS 对针阀运动曲线数据加以分析处理[9], 再利用 CAD 软件做出针阀运动曲线示意图, 最后 Excel 数据拟合处理凸轮边缘曲线数据, 带入常微分方程求解出极角与极径的关系, 并制作出关系示意图分析、处理得出 $\Delta\theta$ 和 Δt 的值, 从而计算出角速度的数值解。

4.1.3. 数学模型

在问题一的已给出的喷油次数、高压油管尺寸大小以及初始压力的基础上来确定控制压油的凸轮旋转角速度, 并使得高压油管内的压力值稳定在 100 MPa 左右。首先, 对整理的针阀运动曲线数据进行 SPSS 分析, 做出针阀运动曲线示意图, 如图 4 所示:

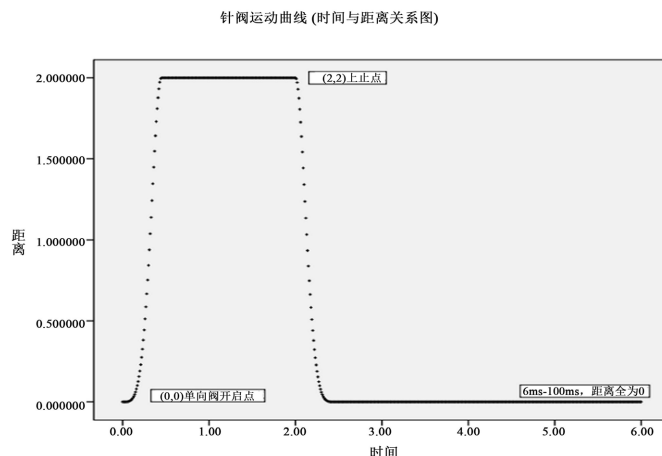


Figure 4. Relationship between needle valve movement time and distance
图 4. 针阀运动时间与距离关系图

分析图 2 可知, (0,0) 是单向阀开始启点, 此时高压油泵内柴油压力值带到 100 MPa, 开始向高压油管注入燃油。从此时开始, 高压油管内部压强上升, 针阀开始向上转动, 喷油嘴也开始喷油。当到达 0.45 ms 时, 针阀上升至最高点位置; 当到达 2 ms 时, 针阀开始下降, 此时高压油管内压强不再上升, 柱塞运动到上止点位置; 当到达 2 ms 以后, 柱塞下移, 单向阀关闭; 当到达 2.45 ms 直至 100 ms, 喷油嘴针阀上升距离一直保持为 0。凸轮运动平面示意图, 如图 5 所示:

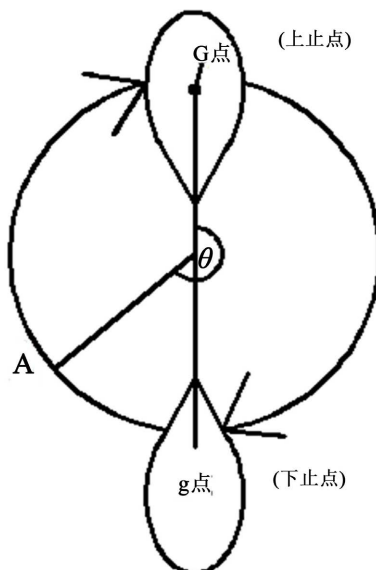


Figure 5. Cam motion diagram
图 5. 凸轮运动示意图

在 $G \rightarrow A$ 的过程中, 查找凸轮边缘曲线数据可知: G 为柱塞运动到上止点的位置, G 点极值为 2.413, 极角为 3.14; 当运动到下止点 g 时, g 点的极值为 7.239, 极角为 0; 当运动到单向阀开启点 A , 此时高压油泵的压力为 100 MPa, 此时极值与极角数值未知需要我们进一步去求解。根据凸轮角速度定义, 角速度为单位时间内所走的弧度, 列出公式:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (4-1)$$

4.2. 求解凸轮运转角速度算法的计算流程

角速度 ω 需要通过求解 $G \rightarrow A$ 的极角变化量 $\Delta\theta$ 和时间变化量 Δt 来解决。下面是对于公式(4-1)中未知量 $\Delta\theta$ 与 Δt 的求解:

对于求解 Δt , 可以结合图 4、图 5 分析: A 为图 4 中单向阀开启点; G 为上止点, 喷油嘴喷油的整个周期是 100 ms, 单向阀开启时针阀到针阀到达上止点的时间为 2 ms, 记从上止点运动到下依次单向阀开启点的时间间隔为 Δt , 则:

$$\Delta t = 100 \text{ ms} - 2 \text{ ms} = 98 \text{ ms} \quad (4-2)$$

对于求解 $\Delta\theta$, 将凸轮边缘曲线的数据用 Excel 进行处理分析, 做出极角与极径关系图, 如图 6 所示。

由于二次拟合效果并不是很好, 决定令 $t = -\cos\theta$, 将极角与极径进行线性化处理, 做出图像, 如下图 7 所示。

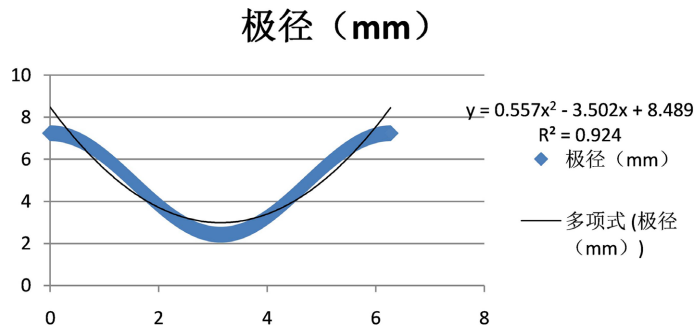


Figure 6. Intuitive relationship between cam edge polar angle and polar diameter

图 6. 凸轮边缘极角与极径直观关系图

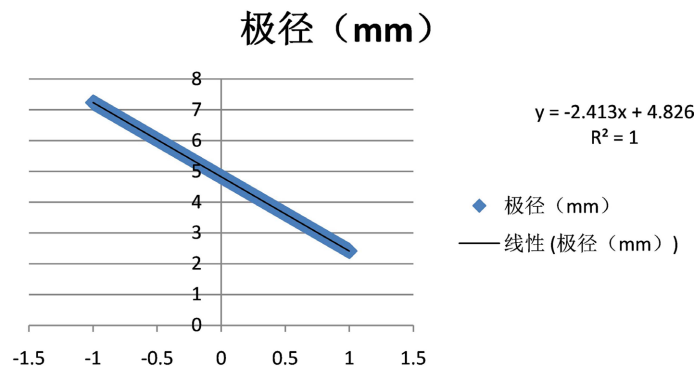


Figure 7. Linear processing diagram of the relationship between cam edge polar angle and polar diameter

图 7. 凸轮边缘极角与极径关系线性处理图

根据图 7 拟合图像, 可得出极角与极径数学模型关系如下:

$$\begin{cases} r = -2.413t + 4.826 \\ t = -\cos\theta \end{cases} (R^2 = 1) \quad (4-3)$$

由于 $R^2 = 1$, 说明拟合效果非常好。下面通过求出极径的变化量 Δr 来计算 $\Delta\theta$:

对于 Δr 的求解: 根据题意可知, 在下止点和单向阀开启点燃油均为低压值, 并且压力值都为 0.5 MPa, 记: 下止点在压力是 0.5 MPa 的密度为 ρ_g , 单向阀开启点在压力是 100 MPa 的密度为 ρ_A , 高压油泵总体积为 V_g , 燃油压强为 100 MPa 时高压油泵体积为 V_A 。由于参加返佣的各物质总量和等于反映后生成各物质的质量总和, 列出质量守恒公式:

$$\rho_g V_g = \rho_A V_A \quad (4-4)$$

分析可知, 我们需要对未知量 ρ_g 、 ρ_A 、 V_g 、 V_A 进行求解运算。

首先对于 ρ_g 、 ρ_A 的求解, 我们直接代用第 3 章中我们已经建立的压强与密度数学模型关系表达式(3-7)中。当 $P = 0.5 \text{ MPa}$ 、 $P = 100 \text{ MPa}$ 时, 即可解出 $\rho_g = 0.5196$ 、 $\rho_A = 0.85$ 。

接下来是对 V_g 的求解, 不妨设 r_g 为下止点极径, r_G 为上止点极径, 依据图 4 针阀运动曲线图可知柱塞从上止点运动到下止点的距离 d 为:

$$d = r_g - r_G = 7.239 \text{ mm} - 2.413 \text{ mm} = 4.806 \text{ mm}$$

已知当柱塞运动到上止点, 上部柱塞残余容积为 $V' = 20 \text{ mm}^3$, 记柱塞运动经过的体积 V_d , 则有

$V_g = V_d + V'$ 。再依据体积公式 $V_d = \pi \times d \times \left(\frac{R}{2}\right)^2$ ，其中 R 为柱塞腔内直径，代入数据可得：

$V_g = 114.3656 \text{ mm}^3$ 。再将解出的 ρ_g 、 ρ_A 、 V_g 、带入到公式(4-4)当中，求得燃油压强为 100 MPa 时的体积 $V_A = 70.0565 \text{ mm}^3$ 。

若用 h_A 代表燃油压强为 100 MPa 时高压油泵的高， S 为柱塞面积，则 V_A 用公式表示为 $V_A = S \times h_A = 70.0565 \text{ mm}^3$ ，由已知数据可求出 $h_A = 3.5679 \text{ mm}$ 。同理，若 h' 代表柱塞残余容积的高度，则 $h' = 1.0186 \text{ mm}$ 。所以柱塞运动时的高度变化量 $\Delta h = h_A - h' = 2.5493 \text{ mm}$ 。

由于单向阀开启点的极径 $r_A = r_G + \Delta h = 4.9623 \text{ mm}$ ，再将 r_A 联立公式(4-3)，可以倒推出 $\theta_A = 1.515$ 。由于极角的变化是从上止点运动到下一次的单向阀开启点之间的角度，如图 5 中 θ 所示。即，极角的变化量 $\Delta\theta = \theta = 2\pi - \theta_A = 4.7682$ 。

最后，将求解出来的 $\Delta\theta$ 、 Δt 带入公式(4-1)中，得出凸轮的角速度为： $\omega = 0.0487 \text{ rad/ms}$ 。

4.3. 本章小结

本章在前一章求出单向阀开启时长的基础上，通过凸轮运转角速度公式以及凸轮边缘运转曲线与针阀运动曲线拟合的形式，进一步求解得出通过机械控制凸轮运转角速度的方式算法程序与仿真数据。

5. 考虑增加设备控制压力模型构建求解

5.1. 考虑增加设备控制压力问题模型构建

5.1.1. 问题描述

在问题二的基础上，如果在增加一个相同规格的喷油嘴，那么该如何调整供油与喷油策略。若在安装一个出口直径为 1.4 mm 的单向减压阀，给出高压油泵和减压阀的控制方案。

5.1.2. 问题分析

在问题二的基础上，再增加一个喷油嘴，要调整供油与喷油策略，需建立高压双轨燃油喷射模型，对所选指标进行数学分析，综合考虑效率与安全性双重指标，再利用 MATLAB 软件编程得出喷油与供油方案策略。在前一基础上，再安装一个单向减压阀 D 。应合理设置减压阀开启压强 P_D ，使得它在减压过程中能保障高压双轨喷射系统的安全性稳定。

5.2. 数学模型算法设计

5.2.1. 相关改进策略

根据问题二的条件，若再增加一个喷油嘴。在调整供油与喷油策略时，首先选取高压喷油泵的工作效率和高压油管压力在 100 MPa 时的稳定性作为评价方案优劣的重要指标。建立决策模型，接下来针对这两个重要指标进行调整分析以及必要的修缮。

针对喷油方案的调整：考虑高压喷油泵工作效率指标，影响工作效率的重要因素为工作周期 T ，而工作周期 T 受到凸轮运转的角速度 ω 限制，并且随着角速度 ω 的增大，高压油泵工作周期 T 越小，工作效率越高；再考虑高压油管压力稳定在 100 MPa 时的安全性指标，必须保证高压油泵在供油工作的时间周期内， B 、 C 两个针阀处于连续不间断，即尽量减少两个同时处于关闭不能喷油的状态防止高腰油管内压升高。

5.2.2. 第一阶段算法流程

软件编写程序：综合考虑对于效率性与安全性两个指标的考虑，用 MATLAB 软件编写程序，得出供油和喷油运行策略方案。如下图 8 所示：

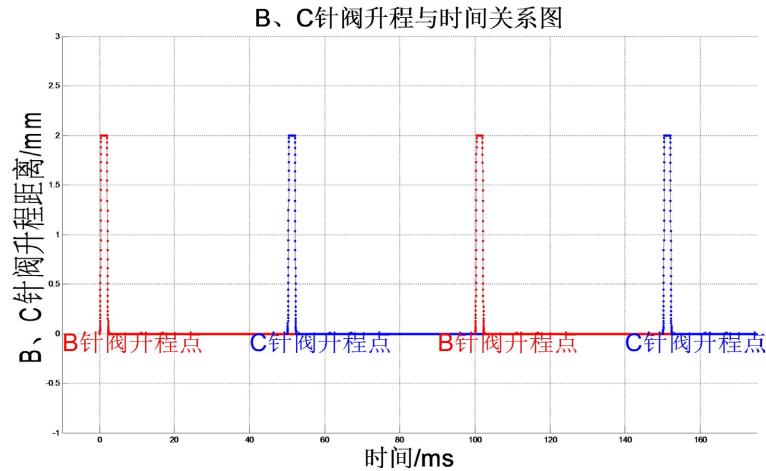


Figure 8. Double needle valve operation strategy diagram
图 8. 双针阀运行策略图

即, B 、 C 两个针阀先后开始喷油, 当高压油管内部压强到达 100 MPa 时, 首先开启 B 针阀进行喷油泄压, 之后再调整供油策略, 当下一次高压油管内部压强到达 100 MPa 时, 正好是 B 针阀工作周期的二分之一时刻。此时, 升起 C 针阀开始工作进行喷油泄压。同理, 当下一次高压油管内压力达到 100 MPa 时又刚好是 C 针阀工作周期的二分之一时刻, 此时正好 B 针阀开始工作。以此类推, 循环往复下去。此时既能保证 B 、 C 连个针阀不同是供油, 又能使高压油泵的工作效率得以提高[10]。

针对供油方案的调整, 根据问题二可知, 我们凸轮运转角速度公式 $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ 。其中 $\Delta\theta$ 已知, 而根据上述方案设计时间变化量应为 $\Delta t = (50 - 2) = 48$ ms。带入数据, 即可解得凸轮运转角速度为 $\omega = 0.0993$ rad/ms。即, 供油方案调整使高压油管凸轮旋转角速度设置为 0.0993 rad/ms。

5.2.3. 第二阶段算法流程

针对再增加一个单向阀的求解, 依据前面方案的设计基础。若再安装一个单向阀 D 。首先应该合理设置减压阀开启的起始压力值 P_D , 使它在减压过程中能够保障高压双轨喷射系统的安全性。

对于 P_D 安全性指标的求解, 如需要保证高压油管的压强稳定在 100 MPa, 必须满足单位时间流经小孔 A 的燃油量 Q_A 小于单位时间流过小孔 D 的燃油量 Q_D , 即: $Q_D > Q_A$ 。结合公式(5-3)、(5-4), 我们需要求解出未知变量 $\Delta\rho$ 。根据质量守恒公式 $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$, 记 $C = \frac{V_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{\rho_1} = \frac{V_1 - V_2}{\rho_2 - \rho_1}$, 则有:

$$\frac{\Delta V}{\Delta\rho} = -C \tag{5-1}$$

其中, C 为常数, 带入已知特值对于 C 进行计算。将问题二中(5 MPa \rightarrow 100 MPa)求解出的数据, 带入公式(4-1), 解得 $C = \frac{V_A - V_g}{\rho_A - \rho_g} = 134.1074$ 。所以, 将 $\Delta\rho = -0.0075 \times \Delta V$ 代入高压油泵的体积公式

$\Delta V = \Delta r \times 2.5^2 \times \pi$ 。依据问题二 $r = -2.413 \cos\theta + 4.826$, 联立解得: $\Delta V = -47.3791 \sin\theta \times \Delta\theta$ 。将 ΔV 代入 $\Delta\rho = -0.0075 \times \Delta V$ 中, $\Delta\rho = 0.3553 \sin\theta \times \Delta\theta$ 。结合公式(3-3)、(3-5)联立 $Q_D > Q_A$, 即可解出减压阀开始的其实压强范围的数学模型[11]:

$$P_D > 0.5 + 23.9617\omega t \tag{5-2}$$

其中, t 为喷油嘴关闭到减压阀开启的时间间隔。

结合公式(5-2)的约束条件模型, 为保证高压双轨喷射系统的安全性需求 $P_D \rightarrow 100$, 并且有 ω 与 t 成反比关系, 随着 t 的减小, ω 的上升。当 $t \rightarrow 0$ 时, ω 的数值最大, 此时高压油泵工作效率最优化。因此, 综合效率想质保和安全性指标共同考虑我们得出以下策略调整: 压阀在喷油嘴关闭时开始工作, 调整高压油泵的凸轮运转角速度为:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = 0.7575 \text{ rad/ms}$$

5.3. 本章小结

结合第 2 章单向阀开启时长计算与第 3 章凸轮运转角速度策略的提出, 进一步设置分别依次增加喷油嘴和单向减压发后。通过思考效率性指标和安全性指标, 寻找影响燃油发动机效率的约束模型, 建立高压双轨燃油喷射模型。进一步切合实际工业生茶燃油发动机运转规律实际情况, 并结合实际情况给予更加可靠的高压油泵和减压阀的控制方案。

6. 结论

本文通过数学建模的思想, 去解决工业生产中所遇到的燃油发动机工作效率问题。在明确发动机正常工作情况后, 通过合理设置层层递进、螺旋上升的问题阶梯, 一步步深入靠近更加真实的现实工业生产生活:

针对问题一, 利用高压油管的恒温状态, 采用波义尔定理数学模型, 通过数学软件编程处理求解数据, 精确求解出恒压状态下以及如需要在不同时间梯度下升高压强时, 单向阀准确的开启关闭时间间隔;

针对问题二, 根据高压油管工作原理, 找到控制油泵内部压强的关键是确定凸轮运转角速度, 确定针阀运动曲线数据, 利用数学软件作图分析, 利用常微分思想确定变量 $\Delta\theta$ 和 Δt , 进而精确求出凸轮运转角速度;

针对问题三, 考虑在工业生产中高压油管实际运转中, 需要不止一个的喷油嘴和减压阀门。依次添加上述设备, 建立高压双轨燃油喷射模型。在确定效率指标和安全性指标的基础上, 通过设置高压油泵制凸轮旋转角速度的方式, 来给出供油和喷油方案策略。

虽然, 在建模的过程中分别运用微分方程思想找到了燃油压强与燃油密度的之间关系; 利用合理的计算机软件 MATLAB 编程、SPSS、Excel 和科学计算器提高模型高效性可靠性; 巧妙利用管内压强恒定和质量守恒建立动态平衡模型。但是, 由于数据有限, 以及时间紧张, 数学模型是建立在不考虑燃油压缩变化产生热量损失的基础上, 这在日常工业生产中是十分常见的现象, 如果未来时间充裕, 在数学模型的修缮过程中我会加入能量损失的部分, 使模型更加具有普遍推广性。

7. 本文优点

运用微分方程找到燃油密度和燃油压强的关系; 合理运用 MATLAB 编程、SPSS、Excel 和科学计算器得出结果; 利用管内压强恒定和质量守恒建立动态平衡模型。

8. 展望

由于数据有限, 我们未考虑燃油在压缩和流动过程中能量的损失, 导致结果会产生部分误差, 在未来我们可以进一步考虑能量的守恒让结果更加精确。

参考文献

- [1] 李勇, 郑国世, 高峻, 周念东. 8.9 L 柴油机用高压油管的设计与研究[J]. 内燃机工程, 2007, 28(2): 44-45.

- [2] 王云. 航空发动机原理[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009.
- [3] 蔡增基, 龙天渝. 流体力学泵与风机[M]. 第 5 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
- [4] 白云. 高压共轨燃油系统循环喷油量波动特性研究[D]: [博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
- [5] 付尧明. 活塞发动机[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [6] 董永仲, 卢成. 高速燃油机燃用重油高压油管压力分析[J]. 航海工程, 2011, 40(2): 91-92.
- [7] 蔡梨萍. 基于 MATLAB 的柴油机高压喷油过程的模拟计算[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2005.
- [8] 张智星. MATLAB 程序设计与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [9] 郭志刚. 社会统计分析方法 SPSS 软件应用[M]. 第 2 版. 北京: 中国人民大学出版社, 2015.
- [10] 李换琴, 朱旭. MATLAB 软件与基础数学实验[M]. 第 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2015.
- [11] 赵静. 数学建模与数学实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.