

欠驱动垂直起降飞行器解耦反演跟踪控制

刘志民

上海出版印刷高等专科学校基础教学部, 上海

收稿日期: 2023年9月27日; 录用日期: 2023年11月29日; 发布日期: 2024年5月11日

摘要

针对欠驱动垂直起降飞行器这种典型的强耦合非线性系统的跟踪问题, 引入坐标变换和输入变换, 把原模型变为一种方便控制器设计和稳定性分析的形式, 变换后的模型可以分解为一个线性可控子系统和一个低阶的非线性系统, 对于非线性系统, 采用反演法设计输出反馈控制律, 确保系统可以渐近收敛于预定轨迹。这种方法同已有的方法比较, 简单直观, 仿真结果表明, 飞行器的实际轨迹和实际速度可以较好地收敛到预定的轨迹和速度。

关键词

欠驱动飞行器, 垂直起降, 反演控制

Decoupling Inversion Tracking Control of Underactuated Vertical Takeoff and Landing Aircraft

Zhimin Liu

Department of Foundational Teaching, Shanghai Publishing and Printing College, Shanghai

Received: Sep. 27th, 2023; accepted: Nov. 29th, 2023; published: May 11th, 2024

Abstract

For the tracking problem of a typical strongly coupled nonlinear system, underactuated vertical takeoff and landing aircraft, coordinate transformation and input transformation are introduced to transform the original model into a convenient form for controller design and stability analysis. The transformed model can be decomposed into a linear controllable subsystem and a low order nonlinear system. For the nonlinear system, the inversion method is used to design the output

feedback control law, ensuring that the system can asymptotically converge to the pre controller fixed trajectory. Compared with existing methods, this method is simple and intuitive. Simulation results show that the actual trajectory and speed of the aircraft can converge well to the pre-determined trajectory and speed.

Keywords

Underactuated Aircraft, Vertical Takeoff and Landing, Inversion Control

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

欠驱动系统是指用较少的输入控制机械系统较多的自由度，这种控制问题一般属于本质非线性控制系统的范畴，随着科技的发展，欠驱动系统的应用领域日趋广泛，如水下机器人、船舶、卫星、垂直起降飞行器(VTOL)等。VTOL 主要指轰炸机或战斗机，一般具有推动和滚动两个控制输入，三个输出的欠驱动系统。由于它可以自由起降，不受跑道的限制，在军用和民用两方面都有重要的价值，近年来引起了人们极大的研究兴趣。VTOL 的控制难点在于这是一个欠驱动、强耦合的非线性系统。早期的研究者多是通过输入输出非线性反馈线性化的方法研究系统的位姿、稳定性和轨迹跟踪问题[1] [2] [3] [4]。但在设计控制器时，没有考虑滚动输入和横向控制两者的耦合作用，这些耦合作用是客观存在的。随后的研究者注意到了耦合因素，并引入坐标变换，采用李雅谱诺夫方法设计控制器，使系统可以有较好的渐近稳定性。文献[5]通过坐标变换将三个二阶系统解耦，设计了全局渐近稳定跟踪器。文献[6]研究了不确定有界扰动条件下系统的稳定问题。文献[7] [8] [9]利用 kaerman 滤波方法，设计了一种非线性反馈控制律，补偿 VTOL 的未建模动态并提升系统的鲁棒性。文献[10]针对外部扰动的提出了一种神经网络跟踪算法，这些都为本文开展工作打下了好的基础，但目前 VTOL 的输出反馈跟踪控制问题仍然没有很好地解决，鉴于此，本文通过引入坐标输入变换解耦，把 VTOL 的动力学模型变为二阶的链式系统，利用反演法设计输出反馈控制律，保证系统渐近收敛于参考轨迹。本文较之于文献[5]，控制器的设计更为直观，方法更为简便，而且可以更好地渐近收敛于参考轨迹。

本文的结构安排如下：第一部分介绍了 VTOL 机器人的控制方法并提出了自己的设计思路。第二部分建立了数学模型，第三部分对控制器的设计思路进行了介绍。第四部分对所设计的控制器的稳定性进行了分析。第五部分进行了 matlab 仿真实验。第六部分进行了总结讨论。

2. VTOL 的动力学建模

图 1 为垂直起降飞行器的飞行悬停示意图。为了使问题得到简化，VTOL 的空中运动可以简化为 xy 面内的运动，我们主要关注飞行器的质心位置 $x(t), y(t)$ 和偏航角 $\theta(t)$ ，控制输入为飞行器的底部推力 τ_1 和滚动转矩 τ_2 。显然，这是一个 2 输入 3 输出的欠驱动控制系统，其动力模型可用下式描述：

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\tau_1 \sin \alpha + \rho \tau_2 \cos \alpha \\ \ddot{y} = \tau_1 \cos \alpha + \rho \tau_2 \sin \alpha - g \\ \ddot{\alpha} = \tau_2 \end{cases} \quad (1)$$

其中, g 为重力加速度, ρ 为反映两个输入之间耦合关系的相关系数, $\rho > 0$ 表示施加向左滚动的正力矩, 形成向右的加速度; $\rho < 0$ 时结果相反。以前的控制问题总是假设 $\rho = 0$ 或者比较小, 本文对 ρ 的取值不做限制。

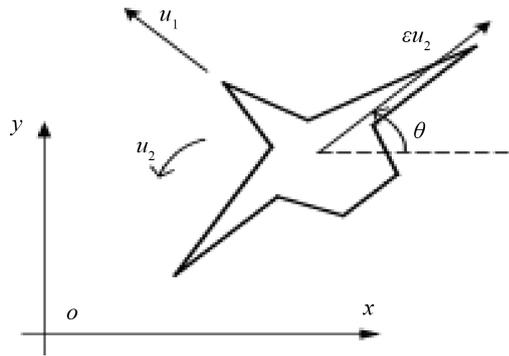


Figure 1. Hover diagram of a vertical take-off and landing aircraft

图 1. 垂直起降飞行器的悬停示意图

3. 动力学模型的解耦

由于各状态变量之间的耦合作用, 根据原动力学模型设计控制器难度较大, 为此引入非奇异的坐标变换, 把原动力学模型变为一种便于设计控制器和稳定性分析的模型。解耦步骤如下:

1) 由①式的前两式, 可知

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \rho \tau_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

令

$$\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \rho \tau_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 + g \end{pmatrix}$$

则

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 + g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$$

$$\rho \tau_2 = \omega_1 \cos \alpha + (\omega_2 + g) \sin \alpha$$

上式中, ω_1, ω_2 为待设计的新控制量, 整理上式, 则动力学模型为:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \omega_1 \\ \ddot{y} = \omega_2 \\ \ddot{\alpha} = \frac{1}{\rho} (\omega_1 \cos \alpha + (\omega_2 + g) \sin \alpha) \end{cases} \quad (2)$$

这样, \ddot{x}_1, \ddot{x}_2 的控制耦合被消除。

针对②式, 可令

$$\begin{cases} x = m + \rho \sin \alpha \\ y = n - \rho \cos \alpha \\ \omega_1 = \rho t \cos \alpha + (s - \rho \dot{\alpha}^2) \sin \alpha \\ \omega_2 = \rho t \sin \alpha - (t - \rho \dot{\alpha}^2) - g \end{cases}$$

则

$$\begin{cases} \ddot{m} = \ddot{x} - \rho (\sin \alpha)'' \\ \ddot{n} = \ddot{y} + \rho (\cos \alpha)'' \\ \ddot{\alpha} = \frac{1}{\rho} \left\{ \cos \alpha \left[(s - \rho \dot{\alpha}^2) \sin \alpha + \rho t \cos \alpha \right] + \left[(\rho t \sin \alpha - (t - \rho \dot{\alpha}^2) - g) + g \right] \sin \alpha \right\} \end{cases}$$

整理以上结果, 可得:

$$\begin{cases} \ddot{m} = s \cdot \sin \alpha \\ \ddot{n} = -(s \cdot \cos \alpha + g) \\ \ddot{\alpha} = t \end{cases} \quad (3)$$

这样, 实现 ω_1, ω_2 的解耦。

2) 为消除③中 $\sin \alpha$ 和 $\cos \alpha$ 的耦合, 再次令 $s \cdot \cos \alpha = f_1$, $\operatorname{tg} \alpha = r$, $\ddot{r} = f_2$, f_1, f_2 为新控制量。则③式变为令

$$P = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)^T \text{ 且 } p_1 = n, \quad p_2 = \dot{n}, \quad p_3 = m, \quad p_4 = \dot{m}, \quad p_5 = r, \quad p_6 = \dot{r},$$

则最后的解耦形式为:

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = p_2 \\ \dot{p}_2 = -f_1 - g \\ \dot{p}_3 = p_4 \\ \dot{p}_4 = p_5 f_1 \\ \dot{p}_5 = p_6 \\ \dot{p}_6 = f_2 \end{cases}$$

4. 轨迹跟踪控制器设计

设参考跟踪轨迹为 $P_d = (p_{1d}, p_{2d}, p_{3d}, p_{4d}, p_{5d}, p_{6d})^T$, 且满足:

$$\begin{cases} \dot{p}_{1d} = p_{2d} \\ \dot{p}_{2d} = -f_{1d} - g \\ \dot{p}_{3d} = p_{4d} \\ \dot{p}_{4d} = p_{5d} f_{1d} \\ \dot{p}_{5d} = p_{6d} \\ \dot{p}_{6d} = f_{2d} \end{cases}$$

f_{1d}, f_{2d} 为时变的参考控制输入, 跟踪过程产生的误差计为: $e = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6)^T = P - P_d$, 对误差矢量求导, 得到如下的子系统:

$$A: \begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = f_{1d} - f_1 \end{cases}$$

$$\mathbf{B}: \begin{cases} \dot{e}_3 = e_4 \\ \dot{e}_4 = f_1 e_5 + e_5 (f_1 - f_{1d}) \\ \dot{e}_5 = e_6 \\ \dot{e}_6 = f_2 - f_{2d} \end{cases}$$

由上式，飞行器的轨迹跟踪可转化为下述问题：在初始跟踪误差 $e(0)$ 条件下，寻找合适的时变状态反馈控制器， $f_1 = f_1(t, y)$ ， $f_2 = f_2(t, y)$ ，使 VTOL 可以渐近收敛于参考轨迹。由于系统 A 为线性子系统，设计如下的控制律：

$$f_1 = f_{1d} + \lambda_1 (e_2 + \lambda_2 e_1) + \lambda_2 e_2 \tag{4}$$

λ_1, λ_2 为正的常数增益且有 $\lambda_1 > \lambda_2$ 。这时子系统 A 的特征根均为负数，故 $e_1 \rightarrow 0$ ， $e_2 \rightarrow 0$ ，($t \rightarrow \infty$)。但如果子系统 B 稳定渐进于原点之前，若 $f_1 = 0$ ，则系统 B 中的 f_2 便会出现奇异，因此 e_1, e_2 的选取应保证 f_1 非零。根据 B 系统的具体形式，下面采用反演法设计 f_2 的渐近稳定控制器。第一步，利用中间虚拟量，定义 4 个误差变量：

$$\begin{cases} z_1 = e_3 \\ z_2 = e_4 - \mu_1(e_3) \\ z_3 = e_5 - \mu_2(e_3, e_4) \\ z_4 = e_6 - \mu_3(e_3, e_4, e_5) \end{cases} \tag{5}$$

上式中， μ_1, μ_2, μ_3 为虚拟量，为使每一状态具有渐近稳定性，下面控制律设计的每一步都会定义一个 Lyapunov 函数，⑤式本质为微分同胚变换，故可通过镇定原系统的状态变量与虚拟反馈间的误差而达到镇定原系统 B 的目的，具体步骤如下：

1) 求 z_1 ， $\dot{z}_1 = e_4 = e_4 + \lambda_3 e_3 - \lambda_3 z_1$ ， λ_3 为正常数增益，令 $\mu_1 = -\lambda_3 e_3$ ， $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$ ，则有：

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -\lambda_3 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 = f_1 e_5 + (f_1 - f_{1d}) p_{5d} - \dot{\mu}_1 \\ \dot{V}_1 = -\lambda_3 z_1^2 + z_1 z_2 \end{cases}$$

由上式可知，若 $z_2 = 0$ ， $\dot{z}_1 = -\lambda_3 z_1$ ，指数稳定，但 z_2 一般不恒为 0，这时引入虚拟控制 μ_2 ，使误差 z_2 具备期望的渐近性，为此转入第二步设计：

2) 令 $V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2$ ， $\mu_2 = (\dot{\mu}_1 - z_1 - \lambda_4 z_2 - p_{5d} (f_1 - f_{1d})) / f_1$ ， λ_4 为正增益常数。则有：

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -\lambda_3 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 = -z_1 - \lambda_4 z_2 + f_1 z_3 \\ \dot{z}_3 = e_6 - \dot{\mu}_2 \\ \dot{V}_2 = -\lambda_3 z_1^2 - \lambda_4 z_2^2 + f_1 z_2 z_3 \end{cases}$$

若 z_3 为 0，则 z_1, z_2 在 0 处指数渐近稳定，但 z_3 一般不恒为 0，为使 z_3 具有期望的渐近状态，引入虚拟控制 μ_3 ，转入第三步设计：

3) 定义 $V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2$ ， $\mu_3 = -f_1 z_2 - \lambda_5 z_3 + \dot{\mu}_2$ ， λ_5 为正增益，可得：

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -\lambda_3 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 = -z_1 - \lambda_4 z_2 + f_1 z_3 \\ \dot{z}_3 = -f_1 z_2 - \lambda_5 z_3 + z_4 \\ \dot{z}_4 = f_2 - f_2 d - \dot{\mu}_3 \\ \dot{V}_3 = -\lambda_3 z_1^2 - \lambda_4 z_2^2 - \lambda_5 z_3^2 + z_3 z_4 \end{cases}$$

同上, z_4 为 0 时, z_1, z_2, z_3 在 0 处渐近稳定, 但 z_4 一般不恒为 0, 为使 z_4 具有期望的渐近状态, 可以通过 f_2 的选取实现, 为此转入最后一步设计:

4) 定义 $V_4 = V_3 + \frac{1}{2} z_4^2$, 令 $f_2 = \dot{\mu}_3 + f_2 d - \lambda_6 z_4 - z_3$, λ_6 为正增益, 则有:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \lambda_3 z_1 \\ \dot{z}_2 = f_1 z_3 - z_1 - \lambda_4 z_2 \\ \dot{z}_3 = z_4 - f_1 z_2 - \lambda_5 z_3 \\ \dot{z}_4 = -z_3 - \lambda_6 z_4 \\ \dot{V}_4 = -(\lambda_3 z_1^2 + \lambda_4 z_2^2 + \lambda_5 z_3^2 + \lambda_6 z_4^2) \end{cases} \quad (6)$$

由上式可以看出, z_1, z_2, z_3, z_4 在 0 处均指数渐近稳定, 且虚拟控制量 μ_1, μ_2, μ_3 也渐近稳定趋于 0, 这样, 系统 B 也是指数渐近稳定。

5. 系统的稳定性分析

在 f_2 的作用下, B 系统在原点处渐近稳定。

证明: 由推导过程可知, $V_4 = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2)$,

故

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 + z_3 \dot{z}_3 + z_4 \dot{z}_4 \\ &= z_1(-\lambda_3 z_1 + z_2) + z_2(f_1 z_3 - z_1 - \lambda_4 z_2) + z_3(z_4 - f_1 z_2 - \lambda_5 z_3) + z_4(-z_3 - \lambda_6 z_4) \\ &= -(\lambda_3 z_1^2 + \lambda_4 z_2^2 + \lambda_5 z_3^2 + \lambda_6 z_4^2) \\ &\leq -\lambda \|Z\|^2 \end{aligned}$$

$$\lambda = \min(\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$$

由李雅谱诺夫指数稳定定理, 可知:

$$\|Z(t)\|^2 \leq e^{-2\lambda t} \|Z(0)\|^2$$

即

$$\|Z(t)\| \leq \varepsilon e^{-\lambda t}, \lambda = \|Z(0)\| \quad (7)$$

由⑦可知, $|z_i(t)| \leq \varepsilon e^{-\lambda t} (i=1,2,3,4)$, 故 z_1, z_2, z_3, z_4 都指数渐近收敛于原点, 可以推出 $e_3 \rightarrow 0, e_4 \rightarrow \mu_1, e_5 \rightarrow \mu_2, e_6 \rightarrow \mu_3 (t \rightarrow \infty)$ 。若要 e_4, e_5, e_6 都趋于 0, 只需 μ_1, μ_2, μ_3 收敛于 0 即可。 $\mu_1 = -\lambda_3 e_3$, 故 $\mu_1 \rightarrow 0, \mu_2 = (\mu_1 - z_1 - \lambda_4 z_2 - p_{5d}(f_1 - f_{1d}))/f_1$, 由 $z_1 \rightarrow 0, z_2 \rightarrow 0$, 及④中 f_1 的定义, 可知 $\mu_2 \rightarrow 0$ 且指数收敛于原点, 其导数 $\dot{\mu}_2$ 也应指数收敛于原点。由 μ_3 的定义可知, μ_3 也指数渐近收敛于原点。这样就可以说明 e_4, e_5, e_6 都指数趋于 0, 故系统 B 渐近稳定于原点。综合以上结果, 在控制律 $f_1 = f_{1d} + \lambda_1(e_2 + \lambda_2 e_1) + \lambda_2 e_2$ 和 $f_2 = \dot{\mu}_3 + f_2 d - \lambda_6 z_4 - z_3$ 以及虚拟控制 μ_1, μ_2, μ_3 的作用下, 系统 A, B 是指数渐近稳定的。

6. 仿真结果和讨论

本文利用 Matlab 软件进行数值仿真, 验证所设计的控制器的性能。本文中, 取 $\rho=1$, $\lambda_1=2$, $\lambda_2=2$, $\lambda_3=3$, $\lambda_4=\lambda_5=\lambda_6=5.2$, $g=9.8(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$, 设控制输入 $p_{1d}=10+\sin t$, $p_{2d}=0$ 对应的参考轨迹为 $\dot{x}_d=1$, $\dot{y}_d=\cos t$, $\dot{\alpha}_d=0$, $x_d=t$, $y_d=10-\sin t$, $\alpha_d=0$, 数值仿真结果如下图 2 和图 3 所示:

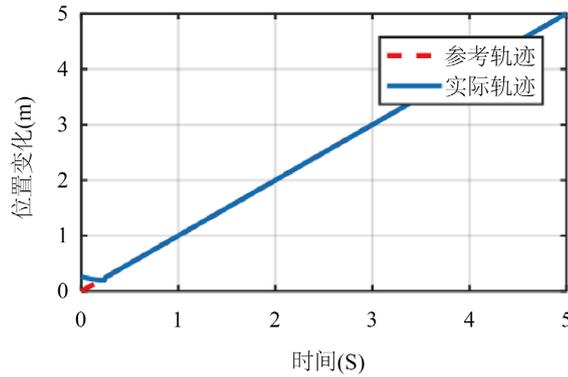


Figure 2. Position x changes with time curve

图 2. 位置 x 随时间变化曲线

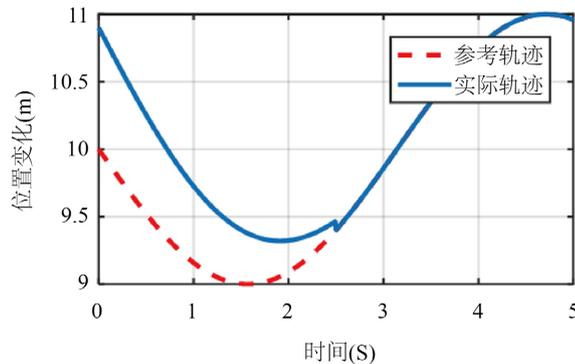


Figure 3. Position y changes with time curve

图 3. 位置 y 随时间变化曲线

从图 2 和图 3 可以看出, 控制量响应速度较快、在 $t=3\text{ s}$ 时稳定收敛。相比于文献[5]文献[7]中的控制方法, 本控制器设计方法简单, 编程易于实现, 可实现垂直起降飞行器的跟踪控制, 仿真结果还可以说明, 该算法可实现对横向和垂向运动的解耦, 实现垂直起降飞行器的快速稳态跟踪。

7. 结语

本文针对欠驱动空间垂直升降器的跟踪控制问题, 提出了一种控制器的反演设计方法, 首先对这种机械系统的动力学方程进行解耦, 解耦后的动力学模型分为两个子系统, 然后利用反步法设计了系统的控制器, 改设计可以避免一些文献中需要进行黎卡提方程的求解, 编程易于实现, 适合实际的工程应用。仿真结果也表明, 所设计的控制器可以有效地跟踪参考轨迹。

参考文献

- [1] 袁瑞侠, 刘金焜. 欠驱动 VTOL 飞行器的位置反馈动态面控制[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(11):

- 2266-2271.
- [2] 王元超, 孙辉. 基于 VTOL 飞行器的滑模控制器设计[J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(6): 102-105.
 - [3] 宋道喆, 耿云海, 易涛. 零角动量欠驱动航天器逆最优稳定控制律设计[J]. 宇航学报, 2016, 37(6): 729-736.
 - [4] Wang, Z.S., Wang, D.B. and Zhen, Z.Y. (2007) Primary Exploration of Nonlinear Information Fusion Control Theory. *Science in China Series F: Information Sciences*, **50**, 686-696. <https://doi.org/10.1007/s11432-007-0049-y>
 - [5] He, W., Chen, Y. and Yin, Z. (2016) Adaptive Neural Network Control of an Uncertain Robot with Full-State Constraints. *IEEE Transactions on Cybernetics*, **46**, 620-629. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2015.2411285>
 - [6] Sun, C., He, W. and Hong, J. (2017) Neural Network Control of a Flexible Robotic Manipulator Using the Lumped Spring-Mass Model. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Systems*, **47**, 1863-1874. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2016.2562506>
 - [7] Islam, S. and Liu, P.X. (2011) Robust Sliding Mode Control for Robot Manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **58**, 2444-2453. <https://doi.org/10.1109/TIE.2010.2062472>
 - [8] He, S., Lin, D. and Wang, J. (2016) Chattering-Free Adaptive Fast Convergent Terminal Sliding Mode Controllers for Position Tracking of Robotic Manipulators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, **230**, 514-526. <https://doi.org/10.1177/0954406215578703>
 - [9] 王鹏飞, 王光明, 吴豫杰, 等. 吸气式高超声飞行器控制技术研究综述[J]. 战术导弹技术, 2019(3): 12-18.
 - [10] 张民, 陈欣, 陆宇平. 基于改进 PSO 算法的弹道控制参数优化[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(4): 445-450.