

核心素养视角下高中数学教材比较研究

——以2019人教A版与南一书局数列部分为例

曹万忠*, 董玉成#

新疆师范大学数学科学学院, 新疆 乌鲁木齐

收稿日期: 2024年3月20日; 录用日期: 2024年4月28日; 发布日期: 2024年6月11日

摘要

本文选取2019人教A版与南一书局数列部分作为比较研究对象, 使用比较分析法对两版教材的章节目录编排、教学内容、教材插图、习题认知水平、数学文化渗透等方面进行比较研究, 用于阐明教材对于学生逻辑推理、数学应用等数学核心素养的培养。以期对两版高中数学教材编写提供一定的参考和启示。

关键词

核心素养, 数列, 教材比较

Comparative Study of High School Mathematics Textbooks from the Perspective of Core Literacy

—A Case Study of the Sequence Section in the 2019 People's Education Press Edition A and the Nan I Book Company Edition

Wanzhong Cao*, Yucheng Dong#

School of Mathematical Sciences, Xinjiang Normal University, Urumqi Xinjiang

Received: Mar. 20th, 2024; accepted: Apr. 28th, 2024; published: Jun. 11th, 2024

Abstract

This study selects the sequence sections from the 2019 People's Education Edition A and the South

*第一作者。

#通讯作者。

文章引用: 曹万忠, 董玉成. 核心素养视角下高中数学教材比较研究[J]. 理论数学, 2024, 14(6): 1-8.

DOI: 10.12677/pm.2024.146220

First Book Company Edition for a comparative analysis. It employs a comparative method to examine various aspects of the two textbook versions, including chapter organization, teaching content, illustrations, cognitive levels of exercises, and integration of mathematical culture. The research aims to elucidate how these textbooks cultivate students' core mathematical competencies, such as logical reasoning and practical applications in mathematics. The findings are expected to provide references and insights for the compilation of high school mathematics textbooks.

Keywords

Core Literacy, Sequences, Textbook Comparison

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高中数学教材也一直处于不断改革创新的状态,而数列作为高中数学必修的知识点,其不但能培养学生对于数学的核心素养,还能切实的感受到数学和实际生活的联系,帮助学生建立数学文化自信。数列不仅在人教版教材中编写,在翰林教材、南一书局教材中也有编写,乃至国外高中数学教材中都是非常重要的知识点,但不同版本的高中数学教材对于数列这个知识点的编写顺序、难度侧重点以及相关数学文化等都会呈现出不同,就会呈现出不同的教学结果,对于学生数学核心素养的培养效果也会不同。本文从章节目录、教学内容、教材插图、习题认知水平、数学文化渗透等方面比较人教 A 版与南一书局高中数学教材中数列内容,以此来分析两版教材习题认知水平、教材插图以及数学文化融入教材的程度,进而观察两版教材对培养学生数学核心素养的影响,好方便彼此借鉴。

2. 研究设计及其研究方法

研究样本选取人民教育出版社(以下简称“人教 A 版”)在 2019 年出版的选择性必修第二册第四章,以及台湾南一书局(以下简称“南一”)在 2019 年修订出版的高中数学 2 第一章节。这两个版本的教材是目前在使用的,且使用面积较广,使用人数较多的版本。

比较分析法是把两个相反、相对的事物或同一事物相反、相对的两个方面放在一起,用比较的方法加以描述或分析[1]。运用这种手法,有利于充分显示事物的矛盾,从而达到对事物本质和规律的认识[2]。本研究使用比较分析法对两版教材中“数列”内容的章节编排、教学内容、教材插图、习题认知水平、数学文化渗透等方面进行研究。

3. 两版教材数列章节体系结构的分析比较

3.1. 两版教材样本章节目录编排结构的分析比较

章节目录内容的编排顺序只有符合了学生的认知规律,才能更好的激发学生学习兴趣,对培养学生的数学核心素养有很大帮助。以下对两版教材样本的章节目录编排比较分析,如表 1 所示。

从表 1 可以发现,两版教材数列内容都是从数列的概念出发,从而引出等差、等比数列的概念以及其通项和求和的概念和公式,两版教材都涉及到了“数学归纳法”。

章节目录编排主要的差异表现为:人教版教材中等差、等比数列通项和求和是合在一起的,而在南

一教材中, 等差、等比数列通项和求和是分开叙述的; 在人教版中的“数列求和”在南一教材中用“级数”概念代替, 数列求和与级数其本质是有明显的区别, 数列之和强调的是序列元素的累加结果, 而级数关注的是这个累加过程的极限行为, 级数的研究往往更加复杂且具有特殊性。除此之外, 人教版教材中“数学归纳法”这个知识点带“*”, 说明该知识点只是作为了解性的数学知识点, 不设置考察, 而在南一教材中, 这个知识点是会在考察时涉及到的。

Table 1. Catalogue organization of the sequence chapters in the two textbook editions

表 1. 两版教材数列章节目录编排

人教 A 版	南一书局
四、数列	一、數列與級數
4.1 数列的概念	1-1 數列與數學歸納法
阅读与思考: 斐波那契数列	1. 等差數列與等比數列
4.2 等差数列	2. 數列的規律——遞迴關係
4.3 等比数列	3. 數學歸納法
阅读与思考: 中国古代数学家求数列和的方法	1-2 級數
4.4* 数学归纳法	1. 等差級數與等比級數
小结	2. 常用級數求和公式
复习参考题 4	

从以上章节目录编排内容分析可知, 南一教材在数列这个章节中, 所涉及到的知识点是要比人教版教材中涉及到的知识点要多, 且难度要更大一些。这说明, 人教版教材更侧重于基础, 相比于南一教材缺乏一些知识点的广度和深度, 相对应的, 南一教材对于基础知识的关注略少, 课程难度较大。

3.2. 两版教材教学内容差异的分析比较

培养学生数学核心素养时, 培养学生灵活思维以及知识的迁移是必不可少的! 在人教版教材中, 对于等差、等比数列概念的引入设置了充分的实际问题, 从实际问题中探求等差、等比数列的概念, 符合学生认知特征。而在南一教材中, 等差、等比数列概念是直接给出的, 不利于学生逻辑推理素养的养成。除此之外, 数列是一种特殊的函数, 这也是培养学生知识点之间的融会贯通, 对知识的迁移应用。在人教版教材中, 有明确的书面说明数列是函数, 以及两者之间的包含关系, 更有函数图像说明, 而在南一教材中, 没有该知识点的明确书面说明。

从教材内容分析对比可知, 人教版教材更侧重于学生数学核心素养的培养, 从知识点的充分引入, 以及知识之间的迁移应用等, 都设置的非常合理, 完全符合学生目前的认知水平以及思维逻辑。南一教材更侧重于学生解题水平的培养, 教材设置单一, 缺乏知识之间的融合, 且知识难度较大, 对学生学习能力要求较高, 不利于大众学生的学习和培养。

4. 两版教材插图分析比较

教材插图是教材的重要组成部分, 有研究表明, 教材插图对学生理解教材知识、记忆教材内容以及教材阅读能力都有促进作用[3]。本文将按照插图的总量、出现的位置、内容以及插图所要体现的功能四个维度来对两版高中数学教材样本中的插图进行比较分析。

4.1. 教材样本插图宏观比较

如表 2, 人教版教材插图密度比南一教材插图密度小, 章节页数却更多, 这说明, 人教版更多的是使用文字描述, 而南一教材更习惯用图像来阐述问题。

Table 2. Statistics on the number of sample illustrations in the two textbook editions
表 2. 两版教材样本插图数量统计

教材	插图总数	总页数	插图密度
人教 A 版	73	57	1.28
南一书局	68	45	1.51

4.2. 插图位置比较分析

两版教科书插图按位置分布分为章首图、栏目图、练习题图和文中图[3]。两版教材插图位置统计见表 3。

Table 3. Statistics on the positioning of sample illustrations in the two textbook editions
表 3. 两版教材样本插图位置统计

教材	章首图	栏目图	练习题图	文中图
人教 A 版	1	11	30	31
南一书局	2	2	37	27
占比	0.01	0.15	0.41	0.43
	0.03	0.03	0.54	0.40

由表 3 可知，人教版中的“栏目图”占比比南一教材占比要高，主要原因是人教版设置的“栏目”要比南一教材设置的多，内容更丰富，所以涉及的插图更多一些。南一教材中“练习题图”占比要高于人教版，主要原因是南一教材练习题会用更多的图形来说明题目，帮助学生能更好的理解题目。

4.3. 插图内容比较分析

两版教科书插图按类型分为数学史图、数学图、实物情境图和总结结构图[3]，详情统计见表 4。

Table 4. Statistics on the content of sample illustrations in the two textbook editions
表 4. 两版教材样本插图内容统计

教材	数学史图	数学图	实物情景图	总结结构图
人教 A 版	2	59	10	2
南一书局	2	61	5	0
占比	0.03	0.80	0.14	0.03
	0.03	0.90	0.07	0

由表 4 分析可知，人教版教材中“实物情境图”要比南一教材中多，数学源于生活，所以教材中应该合理设计“实物情境图”，让学生把数学理论与实际相结合，从而激发学生学习的积极性。除此之外，南一教材中没有设计“总结结构图”，缺乏对知识的回顾和总结，不利于学生对知识点的系统掌握。

4.4. 从插图功能分析

两版教科书插图按照功能分为装饰作用、表征作用、解释作用[3]。装饰型插图是指用来引起学生兴

趣，但对学习内容无直接作用的插图；表征型插图是指描绘课文中内容成分的插图；解释型插图是指阐明某一系统中各主要成分状态变化之间的、受一般物理规律所支配的关系的插图[3]。详情统计见表 5。

Table 5. Statistics on the functions of sample illustrations in the two textbook editions
表 5. 两版教材样本插图功能统计

教材	装饰作用	表征作用	解释作用
人教 A 版	11	54	8
南一书局	6	59	3
占比	0.15	0.74	0.11
	0.09	0.87	0.04

人教版教材的“装饰作用”、“解释作用”插图占比都要高于南一教材，这说明人教版更注重用插图激发学生学习兴趣，帮助学生更好理解知识内容。而南一教材表征作用插图占比要远高于人教版教材，这说明，南一教材更注重插图的实际作用，设置的插图大多与所学内容有关。

5. 两版教材习题分析比较

教材习题是对教材正文的复习巩固、延伸拓展，是教材不可分割的一部分。习题作为正文的延伸，同样也担负着培养学生数学核心素养的重责，还通过不同类型的题目设计来拓展学生的思维能力和培养学生解决问题的能力。

5.1. 两版教材样本习题数量统计

从表 6 的数据分析，人教版教材的习题总数要远高于南一教材习题总数，其主要的原因是，人教版教材更注重学生对于习题的重复练习，以此来掌握所学知识，从而温故知新，举一反三。人教版教材相比于南一教材多了“复习巩固”、“综合应用”、“拓广探索”三个栏目，由此来导致了习题总数多于南一教材习题总数。除此之外，人教版教材还设计了“探究”、“思考”这两个模块，虽然涉及的题目不多，但使得教材更贴合学生思维，满足学生学习需求。南一教材习题的设置大体和人教版教材相似，但其更侧重于理解和实际应用，所以对于相同知识点的重复练习的题目设置相比与人教版教材较少。

Table 6. Statistics on the number of sample exercises in the two textbook editions
表 6. 两版教材样本习题数量统计

地区	教材样本	设计内容	模块	习题量	占比
中国 大陆	人民教育出版社：2019 年版 选择性必修第二册第四章	数列	例题、练习、复习巩固、综合应用、拓广探索、复习参考题	227	0.63
		等差数列			
		等比数列			
中国 台湾	南一书局：民国 112 年版必修 2 第一章	数学归纳法	例题、随堂练习、数学活动、基本能力题、进阶题、素养题与混合题	136	0.37
		数列与数学归纳法			
		级数			

5.2. 两版教材习题认知水平的分析比较

教材对于学生认知水平有很大的影响,是值得做对比研究的。本文使用顾泠沅教授改进的认知水平分析框架:水平框架 1: 计算——操作性记忆水平(低认知水平),水平框架 2: 概念——概念性记忆水平(低认知水平),水平框架 3: 领会——说明性理解水平(较高认知水平),水平框架 4: 分析——探究性理解水平(高认知水平) [4]。运用以上顾泠沅教授改进的数学认知水平分析框架,研究者将两版的教材样本习题进行统计分析,并计算出各个水平所占比例。详情如表 7。

Table 7. Comparison of cognitive levels in the samples of the two textbook editions
表 7. 两版教材样本认知水平比较

	水平-1	水平-2	水平-3	水平-4
人教 A 版	19	67	117	24
	(8.4%)	(29.5%)	(51.5%)	(10.6%)
南一书局	8	34	87	7
	(5.8%)	(25%)	(64%)	(5.2%)

从表 7 对比分析可知,人教版教材的水平-1、水平-3、水平-4 都要高于南一教材,说明人教版教材相对于南一教材对于基础能力和探究能力更重视,更有利于培养学生数学核心素养,培养学生更全面的发展。南一教材水平-3 要远高于人教版教材,说明南一教材常规题目较多,更侧重于训练学生对于该知识点的掌握。数列这个知识点考验学生逻辑思维能力,所以水平-4 探究性题目应需涉及。

6. 两版教材样本数学文化的渗透对比

数学文化融入教材是两版高中数学课程改革都提到的话题,将数学文化引入课堂,是教学的基本要求,只有重视数学文化价值,才能完成数学教育立德树人的根本任务。在教材中数学文化主要以数学史、数学与生活、数学与科技、数学与人文艺术等形式存在[5],现将两版教材样本中的数学文化按照不同类型进行统计分析并做卡方检验(表 8)。

Table 8. Statistics on the types of mathematical culture in the samples of the two textbook editions and Chi-Square test
表 8. 两版教材样本数学文化类型统计和卡方检测

内容类型	数学文化(百分比)		卡方检验	
	人教 A 版	南一书局	卡方值	P 值
数学史	13 (24%)	6 (20.7%)	0.929	0.146
数学与生活	27 (50%)	12 (41.4%)		
数学与科技	4 (7.4%)	3 (10.3%)		
数学与人文艺术	10 (18.5%)	8 (27.5%)		
总计	54	29		

由卡方检验 P 值($P = 0.146 > 0.05$)可知,两版教材在数学文化类型上一致性显著。从表 8 数据分析对比可知,两版教材设计数学文化的量,人教版教材明显高于南一教材,可见人教版教材对于数学文化是

非常重视的。从数学文化类型分析, 人教版教材中“数学史”、“数学与生活”两个类型百分比要高于南一教材, 说明人教版教材更注重学生对于历史的了解以及培养学生实际应用数学的能力。而“数学与文化艺术”这个类型, 南一教材百分比要高于人教版, 主要是南一教材不但设计了历史人文, 还设计了美术绘画, 这是人教版教材所缺乏的。“数学与科学”类型, 两版教材都有设计且占比差别不大, 说明了解科学与数学的融合两版教材重视度相同。

7. 总结与启示

7.1. 总结

通过以上几个维度对两版教材分析对比, 得出以下结论:

(1) 从章节目录编排内容来看, 两版教材数列内容还是略有不同的, 主要的不同在于数列求和的概念, 在南一教材中, 数列求和这个概念是用级数概念来代替的, 两者在本质上有明显区别, 且级数指定范围更广, 难度更大; 除此之外, 数学归纳法这个知识点在两版教材中考察侧重点也有不同, 人教版只是作为了解, 而南一教材需要设置考察。从大体内容分析来看, 南一教材内容难度更大, 对学生学习能力要求更高。

(2) 从插图维度比较分析, 人教版教材数列内容插图总数有 73 副, 南一教材插图有 68 副, 两者数列上差距不大, 但因为南一教材数列内容所占页数更少, 所以插图密度更大, 但南一教材插图更多的是表征作用, 其占比有 87%, 比人教版占比多了 13%。从插图内容分析, 人教版教材“数学史”图占比比南一教材大, 而南一教材还没有设计“总结结构图”, 不利于教材结构的完整性。

(3) 两版教材习题水平也略有差异, 从习题总量分析, 人教版教材有 227 道习题, 占比 63%, 南一教材有 136 道习题, 占比 37%, 明显人教版习题更多, 对于知识的复习巩固、延伸创新更重视。从习题认知水平分析: 水平-1: 人教版占比 8.4%, 南一教材占比 5.8%, 人教版略高于南一教材, 说明人教版更注重基础运算。水平-4: 人教版占比 10.6%, 南一教材占比 5.2%, 人教版略高于南一教材, 说明对于创新知识, 人教版还是更重视一些。水平-3: 人教版教材占比 51.5%, 南一教材占比 64%, 高于人教版教材 13.5%, 表示南一教材习题注重常规题目, 重视学生打基础、熟练掌握所学知识。

(4) 两版教材对数学文化都有设计, 其中“数学与科技”、“数学史”两个类型占比相近, 而人教版“数学与生活”占比 50%, 高南一教材 8.6%, 说明人教版教材更注重培养学生理论与实践相结合的能力。南一教材中“数学与人文艺术”占比 27.5%, 高于人教版教材 9%, 主要是南一教材设计了绘画艺术, 而人教版没有设计。

根据各个维度的比较分析, 显而易见, 人民教育出版社 A 版和南方出版社的高中数学教科书在设计上存在不同程度的差别。这些差异对于学生的数学核心素养的培养产生了显著的影响。两种教材都具备众多优势, 通过相互学习, 有望对彼此的教材编纂工作提供一定的参考与帮助。

7.2. 启示

“它山之石, 可以攻玉”, 借助以上分析比较, 对两版高中数学教材有如下几个启示:

(1) 人教 A 版教材可适量增加插图密度, 可以帮助学生更直观的理解数学原理和概念, 有效吸引学生注意力, 帮助学生理论联系实际, 更好的理解和记忆知识内容。南一教材可以合理增加插图种类, 例如: 结构图、数学史等, 以此丰富课本内容。

(2) 合理安排习题认知水平的占比, 人教 A 版教材可适当增加水平-3 (较高认知水平) 的习题数量, 帮助学习熟练掌握知识。南一教材习题认知水平-4 较缺乏, 可适当增加占比, 由此来提升学生逻辑思维能力, 锻炼学生的高阶思维。

(3) 关于“数学与人文艺术”这个类型的数学文化, 人教版教材只涉及到了其中的历史人文, 其它并没有设计, 可以合理的增加一些艺术类的数学文化, 比如: 绘画、雕塑、音乐、乐器等与数学相关的, 可以提升学生艺术审美。除此之外, 两版教材对于“数学与科学”这类数学文化教材设计也较少, 为了学生与现代科学的接轨, 该类数学文化还需合理增加。

(4) 对于教材内容, 南一教材中用级数代替了数列求和, 而在人教版教材中却没有提到级数这个概念, 可能会导致大陆学生对于该知识点的学习缺失, 所以可以适当增加知识栏目, 来解释一些与所学知识相关的其它知识, 增加学习知识的广度。

参考文献

- [1] 雷沛瑶, 胡典顺. 中国大陆和中国台湾高中数学教科书中数学史的比较研究[J]. 数学教育学报, 2022, 31(2): 1-7.
- [2] 贺益苗, 贺益萌, 黄俊, 等. 比较分析法运用于提高研究生课堂教学质量实践——以有机化学中的芳烃卤代反应为例[J]. 广西师范学院学报(自然科学版), 2019, 36(2): 159-162.
- [3] 李锐, 张玉杰, 王思亮. 我国高中数学教科书插图的比较研究——以人教 A 版与北师大版为例[J]. 辽宁师专学报(自然科学版), 2023, 25(4): 11-16+51.
- [4] 张维忠, 程孝丽. 中国和澳大利亚教科书习题的数学认知水平比较——基于“高中函数”的分析[J]. 数学教育学报, 2016, 25(2): 15-19.
- [5] 温建红, 王培培. 高中数学人教 A 版和湘教版教材数学文化比较研究——以必修教材函数内容为例[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2023, 36(4): 130-136.