

基于混合耗散不等式约束优化的故障检测新方法

宋 健, 李思睿

上海理工大学理学院, 上海

收稿日期: 2024年12月25日; 录用日期: 2025年2月16日; 发布日期: 2025年2月28日

摘 要

本文基于混合耗散不等式约束优化提出了一种面向离散时间脉冲系统的分布式故障检测方法, 充分考虑了系统单元间的相互作用特性。首先针对脉冲作用下的故障检测观测器设计, 确保其满足故障混合敏感性和干扰混合鲁棒性要求。通过引入混合矢量耗散性概念, 系统地处理脉冲效应、故障混合敏感性和干扰混合鲁棒性条件, 确保脉冲误差动态相对于混合供给率是混合矢量耗散的。接着, 推导出保证脉冲估计误差动态矢量耗散的充分条件。最后, 通过求解混合耗散不等式约束的优化问题离线获得观测器参数, 并实现在线故障检测。在数值仿真中, 通过与现有方法的比较, 验证了本文提出方法的有效性和优越性。

关键词

故障检测, 混合耗散不等式, 敏感性, 鲁棒性

A New Fault Detection Method Based on Mixed Dissipativity Inequality Constrained Optimization

Jian Song, Sirui Li

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Dec. 25th, 2024; accepted: Feb. 16th, 2025; published: Feb. 28th, 2025

Abstract

This paper presents a novel distributed fault detection approach for discrete-time impulse systems, leveraging an optimization framework constrained by a mixed dissipativity inequality. The interaction

文章引用: 宋健, 李思睿. 基于混合耗散不等式约束优化的故障检测新方法[J]. 理论数学, 2025, 15(2): 204-217.

DOI: 10.12677/pm.2025.152061

characteristics between system units are considered. First, the research emphasizes the design of a fault detection observer that operates under impulse actions, ensuring compliance with fault mixed sensitivity and disturbance mixed robustness requirements. By introducing the concept of mixed vector dissipativity, the proposed approach systematically addresses the effects of impulse actions, fault sensitivity conditions, and disturbance robustness conditions, ensuring that the impulse error dynamics are mixed vector dissipativity with respect to the mixed supply rate. Then, sufficient conditions are derived to guarantee the dynamic vector dissipativity of the impulse estimation error. Finally, the parameters of the fault detection observer are obtained offline by solving the optimization problem constrained by mixed dissipativity inequalities, and online fault detection is realized. In numerical simulation, the effectiveness and superiority of the proposed method are verified by comparing with existing method.

Keywords

Fault Detection, Mixed Dissipativity Inequality, Sensitivity, Robustness

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着复杂系统的普及和应用, 复杂过程对自动控制系统的性能要求愈发严苛, 其故障发生频率也呈上升趋势。故障是引起系统整体性能下降的异常现象, 涵盖了过程故障、传感器故障、执行器故障以及网络连接失效等多种情形[1]。若故障未能得到及时有效的处理, 可能会带来一系列安全隐患[2]。近年来, 随着复杂系统尤其是脉冲系统在实际应用中的不断扩展, 如何有效地进行故障检测已成为一个亟需解决的问题。脉冲现象在现代工程和生物系统中普遍存在, 如无线电工程、生物系统和神经网络等。脉冲系统的动态行为通常表现为离散时间的脉冲信号, 脉冲系统因其在实际应用中的重要性而得到了广泛的研究, 例如脉冲系统的指数稳定性[3]、输入状态稳定性[4]、滤波问题[5]等。然而, 针对脉冲系统的分布式故障检测问题的研究仍然较为有限, 尤其是在离散时间脉冲系统中的故障检测问题[6], 依然面临诸多挑战。离散时间脉冲系统由于其周期性的脉冲输入与输出特性, 往往导致系统在不同的时间段表现出不同的动态行为, 这给故障检测带来了复杂性和挑战。在实际应用中, 离散时间脉冲系统广泛应用于通信网络、自动化控制和生物医疗等领域, 如智能电网中的负载控制、无人机的状态监测等。因此, 如何准确、及时地检测脉冲系统中的故障, 特别是分布式故障, 是确保系统长期稳定运行的关键。

过去几十年, 针对独立系统的故障检测发展了多种方法, 主要分为基于模型和数据驱动两类。基于模型的方法包括基于观测器、奇偶方程和参数估计等, 依赖于通过历史数据或基本原理构建的系统流程模型, 通过将指示故障状态的残差信号与预定义的阈值进行比较, 从而实现故障检测并作出决策[7]。而数据驱动方法则通过分析数据模式和异常, 无需依赖先验模型即可实现故障检测。通过从历史数据中提取特定的系统属性, 进而用于设计控制器或过滤器, 以满足不同的故障检测需求[8]。常见基于数据的故障检测方法包括主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)、子空间方法以及支持向量机(Support Vector Machine, SVM)等。近年来, 利用动态供应率[9]和基于过程动力学耗散特性[10]的故障检测方法逐渐兴起[11]。然而, 由于非线性系统的耗散性难以直接从模型推导, 基于数据提取耗散性的技术[8][12]也得到了发展。早在 20 世纪 70 年代, Willems 提出了耗散性理论[8], 后经 Hill 和 Moylan [13]扩展, 成为

研究复杂系统尤其是稳定性问题的重要工具。耗散性描述系统内能量存储的增长不超过外部输入能量, 通常由存储函数和供应率表征, 由于存储函数通常是 Lyapunov 函数的自然候选, 一旦满足耗散性, 稳定性问题也往往迎刃而解[14]。此外, 对于大规模过程系统, 集中式故障检测方法面临显著挑战, 而分布式故障检测提供了更优的解决方案。通过在每个单元部署本地故障检测系统, 并与其他单元协同工作, 可实现故障的识别与定位。与集中式方法相比, 分布式故障检测具备更强的可扩展性、容错性和可靠性。

综上, 尽管基于模型的故障检测技术和耗散性理论均已取得丰富的研究成果, 但为了增强分布式脉冲系统故障的可检测性, 基于混合耗散不等式约束优化的故障检测方法仍具有重要的研究价值。本文的主要贡献如下: (1) 针对离散时间脉冲系统提出了一种基于故障混合敏感性和干扰混和鲁棒性的分布式故障检测方法; (2) 基于混合矢量耗散性概念将上述约束转化为混合耗散性条件, 避免了传统方法中对这些约束的分离处理, 使得提出的分布式故障检测方案能够达到预期的性能; (3) 通过求解同时满足上述约束的混合耗散不等式优化问题, 离线获得故障检测观测器参数, 并应用于在线故障检测。

2. 问题描述

2.1. 系统模型和观测器设计

记 $\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, N\}$, 给定脉冲序列 $\{k_m, m \in \mathbb{N}\}$, 考虑下列离散时间脉冲系统:

$$\Sigma_{\mathcal{I}_i} (i \in \mathcal{N}): \begin{cases} x_{i,k+1} = A_i x_{i,k} + B_{p_i} u_{p_i,k} + D_i f_{i,k} + E_i w_{i,k}, & k \neq k_m, \\ x_{i,k_m+1} = A_{\mathcal{I}_i} x_{i,k_m} + B_{p_{\mathcal{I}_i}} u_{p_{\mathcal{I}_i},k_m} + D_{\mathcal{I}_i} f_{i,k_m} + E_{\mathcal{I}_i} w_{i,k_m}, & k = k_m, \\ y_{p_i,k} = C_{p_i} x_{i,k} + D_{p_i} u_{p_i,k}, & k \neq k_m, \\ y_{p_{\mathcal{I}_i},k_m} = C_{p_{\mathcal{I}_i}} x_{i,k_m} + D_{p_{\mathcal{I}_i}} u_{p_{\mathcal{I}_i},k_m}, & k = k_m, \\ y_{i,k} = C_i x_{i,k} + G_i f_{i,k}, & k \neq k_m, \\ y_{i,k_m} = C_{\mathcal{I}_i} x_{i,k_m} + G_{\mathcal{I}_i} f_{i,k_m}, & k = k_m. \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x_{i,k}$ 和 $y_{i,k}$ 是系统的状态和测量输出; $u_{p_i,k}$ 和 $y_{p_i,k}$ 是子系统 i 连接其他子系统时的互连输入、输出; $f_{i,k}$ 和 $w_{i,k}$ 是系统故障和干扰信号; $A_{(\bullet)}$, $B_{(\bullet)}$, $C_{(\bullet)}$, $D_{(\bullet)}$, $E_{(\bullet)}$ 和 $G_{(\bullet)}$ 都是已知的系数矩阵。这里将脉冲子系统间的互连输入定义为 $u_{p_i,k} = \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} y_{p_j,k} (k \neq k_m)$ 和 $u_{p_{\mathcal{I}_i},k_m} = \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} y_{p_j,k_m} (k = k_m)$ 。 $h_{p_{ij}} \in \{0, I\}$ 表示子系统 i 和 j 的连接情况。当子系统 i 和 j 相连接时, $h_{p_{ij}} = I$; 否则, $h_{p_{ij}} = 0$ 。记 $u_{p,k} \triangleq [u_{p_1,k}^\top, u_{p_2,k}^\top, \dots, u_{p_N,k}^\top]^\top$ 和 $y_{p,k} \triangleq [y_{p_1,k}^\top, y_{p_2,k}^\top, \dots, y_{p_N,k}^\top]^\top$, 脉冲系统的网络拓扑可以表示为:

$$\begin{cases} u_{p,k} = H_p y_{p,k}, & k \neq k_m, \\ u_{p,k_m} = H_p y_{p,k_m}, & k = k_m. \end{cases} \quad (2)$$

其中, $H_p \triangleq [h_{p_{ij}}]$ 是拓扑矩阵[15]。

为了检测故障信号 $f_{i,k}$, 现设计下列无外部干扰影响的故障检测观测器:

$$\begin{cases} \hat{x}_{i,k+1} = A_i \hat{x}_{i,k} + B_{p_i} \hat{u}_{p_i,k} + \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} L_{ij} (y_{j,k} - \hat{y}_{j,k}), & k \neq k_m, \\ \hat{x}_{i,k_m+1} = A_{\mathcal{I}_i} \hat{x}_{i,k_m} + B_{p_{\mathcal{I}_i}} \hat{u}_{p_{\mathcal{I}_i},k_m} + \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} L_{\mathcal{I}_i j} (y_{j,k_m} - \hat{y}_{j,k_m}), & k = k_m, \\ \hat{y}_{i,k} = C_i \hat{x}_{i,k}, & k \neq k_m, \\ \hat{y}_{i,k_m} = C_{\mathcal{I}_i} \hat{x}_{i,k_m}, & k = k_m. \end{cases} \quad (3)$$

其中, $L \triangleq [L_{ij}]$ 和 $L_{\mathcal{I}_i} \triangleq [L_{\mathcal{I}_i j}]$ 是待确定的估计增益矩阵。此时, 得到残差输出为:

$$\begin{cases} r_{i,k} = M_i (y_{i,k} - \hat{y}_{i,k}), & k \neq k_m, \\ r_{i,k_m} = M_{\mathcal{I}_i} (y_{i,k_m} - \hat{y}_{i,k_m}), & k = k_m. \end{cases} \quad (4)$$

其中, M_i 和 $M_{\mathcal{I}_i}$ 也都是待确定的残差增益矩阵。

2.2. 脉冲误差动态

为了保证观测器设计中状态估计问题的适定性, 假设矩阵 $I - H_p D_p$ 和 $I - H_p D_{p\mathcal{I}}$ 都是可逆矩阵, 其中分块对角矩阵 $D_p \triangleq \text{diag}[D_{p_1}, D_{p_2}, \dots, D_{p_N}]$, $D_{p\mathcal{I}} \triangleq \text{diag}[D_{p\mathcal{I}_1}, D_{p\mathcal{I}_2}, \dots, D_{p\mathcal{I}_N}]$ 。定义脉冲子系统的误差动态 $e_{i,k} = x_{i,k} - \hat{x}_{i,k}$ 和 $e_{i,k_m} = x_{i,k_m} - \hat{x}_{i,k_m}$, 给出下列引理:

引理 2.1 [9] 记 $C_p \triangleq \text{diag}[C_{p_1}, C_{p_2}, \dots, C_{p_N}]$, $C_{p\mathcal{I}} \triangleq \text{diag}[C_{p\mathcal{I}_1}, C_{p\mathcal{I}_2}, \dots, C_{p\mathcal{I}_N}]$, 那么等式 $u_{p_i,k} - \hat{u}_{p_i,k} = \sum_{j \in \mathcal{N}} U_{ij} e_{j,k}$ ($k \neq k_m$) 和 $u_{p_i,k_m} - \hat{u}_{p_i,k_m} = \sum_{j \in \mathcal{N}} U_{\mathcal{I}_i j} e_{j,k_m}$ ($k = k_m$) 成立。其中, 矩阵

$$U = (I - H_p D_p)^{-1} H_p C_p \quad (k \neq k_m) \text{ 且 } U_{\mathcal{I}} = (I - H_p D_{p\mathcal{I}})^{-1} H_p C_{p\mathcal{I}} \quad (k = k_m)。$$

此时, 得到下列子系统 i 的脉冲误差动态:

$$e_{i,k+1} = \tilde{A}_{ii} e_{i,k} + \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{ij} e_{j,k} + \tilde{M}_{ii} f_{i,k} + \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{ij} e_{j,k} \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{ij} f_{j,k} + E_i w_{i,k}, \quad k \neq k_m, \quad (5)$$

$$e_{i,k_m+1} = \tilde{A}_{\mathcal{I}_i i} e_{i,k_m} + \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{\mathcal{I}_i j} e_{j,k_m} + \tilde{M}_{\mathcal{I}_i i} f_{i,k_m} + \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{\mathcal{I}_i j} f_{j,k_m} + E_{\mathcal{I}_i} w_{i,k_m}, \quad k = k_m, \quad (6)$$

其中 $\mathcal{N} \setminus \{i\}$ 表示不包括单元 i 的集合 \mathcal{N} , 且

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{ii} &= A_i - L_{ii} C_i + B_{p_i} U_{ii}, & \tilde{A}_{ij} &= B_{p_i} U_{ij} - h_{p_{ij}} L_{ij} C_j, & \tilde{M}_{ii} &= D_i - L_{ii} G_i, & \tilde{M}_{\mathcal{I}_i i} &= D_{\mathcal{I}_i} - L_{\mathcal{I}_i i} G_{\mathcal{I}_i}, \\ \tilde{A}_{\mathcal{I}_i i} &= A_{\mathcal{I}_i} - L_{\mathcal{I}_i i} C_{\mathcal{I}_i} + B_{p_{\mathcal{I}_i}} U_{\mathcal{I}_i i}, & \tilde{A}_{\mathcal{I}_i j} &= B_{p_{\mathcal{I}_i}} U_{\mathcal{I}_i j} - h_{p_{\mathcal{I}_i j}} L_{\mathcal{I}_i j} C_{\mathcal{I}_j}, & \tilde{M}_{ij} &= -h_{p_{ij}} L_{ij} G_j, & \tilde{M}_{\mathcal{I}_i j} &= -h_{p_{\mathcal{I}_i j}} L_{\mathcal{I}_i j} G_{\mathcal{I}_j}. \end{aligned}$$

因此, 残差输出式(4)可以改写为:

$$\begin{cases} r_{i,k} = M_i C_i e_{i,k} + M_i G_i f_{i,k}, & k \neq k_m, \\ r_{i,k} = M_{\mathcal{I}_i} C_{\mathcal{I}_i} e_{i,k_m} + M_{\mathcal{I}_i} G_{\mathcal{I}_i} f_{i,k_m}, & k = k_m. \end{cases} \quad (7)$$

本研究拟解决离散时间线性脉冲分布式系统的故障检测问题, 所设计的分布式故障检测观测器应该使得残差输出只对脉冲系统故障敏感, 而对外部干扰不敏感, 相当于同时满足:

(1) 故障混合敏感性

在干扰 $w_{i,k} = 0$ 、 $w_{i,k_m} = 0$ 的零初始条件下, 故障 $f_{i,k}$ 、 f_{i,k_m} 对残差 $r_{i,k}$ 、 r_{i,k_m} 的影响最大化, 即:

$$\sum_{\substack{k=k_0+1 \\ k \neq k_m}}^T \sum_{j \in \mathcal{N}} \|r_{j,k}\|^2 + \sum_{l=0}^m \sum_{j \in \mathcal{N}} \|r_{j,k_l}\|^2 \geq \lambda^2 \sum_{\substack{k=k_0+1 \\ k \neq k_m}}^T \sum_{j \in \mathcal{N}} \|f_{j,k}\|^2 + \lambda^2 \sum_{l=0}^m \sum_{j \in \mathcal{N}} \|f_{j,k_l}\|^2. \quad (8)$$

其中, $0 < T < \infty$ 且标量 $\lambda > 0$ 。

(2) 干扰混和鲁棒性

在故障 $f_{i,k} = 0$ 、 $f_{i,k_m} = 0$ 的零初始条件下, 干扰 $w_{i,k}$ 、 w_{i,k_m} 对残差 $r_{i,k}$ 、 r_{i,k_m} 的影响最小化, 即:

$$\sum_{\substack{k=k_0+1 \\ k \neq k_m}}^T \sum_{j \in \mathcal{N}} \|r_{j,k}\|^2 + \sum_{l=0}^m \sum_{j \in \mathcal{N}} \|r_{j,k_l}\|^2 \leq \gamma^2 \sum_{\substack{k=k_0+1 \\ k \neq k_m}}^T \sum_{j \in \mathcal{N}} \|w_{j,k}\|^2 + \gamma^2 \sum_{l=0}^m \sum_{j \in \mathcal{N}} \|w_{j,k_l}\|^2. \quad (9)$$

其中, $0 < T < \infty$ 且标量 $\gamma > 0$ 。

鉴于上述需求, 设计下列包括评估函数 J_r 和故障隔离阈值 $J_{i,th}$ 的残差评估阶段:

$$J_{r_i} = \left(\sum_{s=k-h, s \neq k_s}^k r_{i,s}^\top r_{i,s} + \sum_{k_s \in [k-h, k]} r_{i,k_s}^\top r_{i,k_s} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad J_{i,th} = \sup_{w_{i,k} \in \mathcal{L}_{2c}, J_{i,k}=0} J_{r_i}, \quad (10)$$

其中, $h > 0$ 。因此, 子系统故障信号 $f_{i,k}$ 可以通过比较残差估计 J_{r_i} 和阈值 $J_{i,th}$ 来检测, 即:

$$\begin{cases} J_{r_i} > J_{i,th} & \Rightarrow \text{有故障} \Rightarrow \text{警报}, \\ J_{r_i} < J_{i,th} & \Rightarrow \text{无故障} \end{cases} \quad (11)$$

3. 混合耗散性分析

为了设计出满足需求的故障检测观测器, 本节通过转化故障混合敏感性(式(8))和干扰混合鲁棒性(式(9))约束的条件, 制定基于混合耗散不等式约束的优化问题。对于离散时间脉冲系统的误差动态(5)~(6), 可以将上述条件转化为混合矢量耗散性条件。这里首先引入混合适量供应率和混合矢量耗散性定义。

定义 3.1 (混合矢量供应率[16])对于具有输入/输出对 $(u_k, y_k) \in (\mathcal{U}_c, \mathcal{Y}_c)$, $(u_{k_m}, y_{k_m}) \in (\mathcal{U}_d, \mathcal{Y}_d)$ 脉冲系统 $\Sigma_{\mathcal{T}}$, 存在函数 $(S_c(u_k, y_k), S_d(u_{k_m}, y_{k_m}))$, 其中 $S_c(u_k, y_k) \triangleq [S_{c_1}(u_k, y_k), \dots, S_{c_N}(u_k, y_k)]^\top$, $S_d(u_{k_m}, y_{k_m}) \triangleq [S_{d_1}(u_{k_m}, y_{k_m}), \dots, S_{d_N}(u_{k_m}, y_{k_m})]^\top$, $S_{c_i}: \mathcal{U}_c \times \mathcal{Y}_c \rightarrow \mathbb{R}$, $S_{d_i}: \mathcal{U}_d \times \mathcal{Y}_d \rightarrow \mathbb{R}$, 且满足 $S_c(0,0) = 0$, $S_d(0,0) = 0$ 。如果函数 S_c 对于系统 $\Sigma_{\mathcal{T}}$ 中的所有输入输出对 (u_k, y_k) 是局部分量可积的, 函数 S_d 对于系统 $\Sigma_{\mathcal{T}}$ 中的所有输入输出对 (u_{k_m}, y_{k_m}) 是局部分量可求和的, 即分别满足 $\left| \int_k^{\hat{k}} S_{c_i}(u_s, y_s) ds \right| < +\infty, k, \hat{k} \geq k_0$ 和 $\left| \sum_{m \in \mathbb{Z}_{[k, \hat{k}]}} S_{d_i}(u_{k_m}, y_{k_m}) \right| < +\infty$, 则函数 $(S_c(u_k, y_k), S_d(u_{k_m}, y_{k_m}))$ 被称为混合矢量供应率。

定义 3.2 (混合矢量耗散[16])对于具有输入/输出对 $(u_k, y_k) \in (\mathcal{U}_c, \mathcal{Y}_c)$, $(u_{k_m}, y_{k_m}) \in (\mathcal{U}_d, \mathcal{Y}_d)$ 脉冲系统 $\Sigma_{\mathcal{T}}$, 如果存在非负连续的存储函数向量 $V_s(x_k, k) \triangleq [V_{s_1}(x_k, k), \dots, V_{s_N}(x_k, k)]^\top$, 以及耗散矩阵 \mathcal{W}^1 , 使得对于任意的 $k > 0$, 都有下列混合矢量耗散不等式成立:

$$\begin{aligned} V_s(x_{k+1}, k+1) &\leq \mathcal{W}V_s(x_k, k) + S_c(u_k, y_k), \quad k \neq k_m, \forall u_k \in \mathcal{U}_c, y_k \in \mathcal{Y}_c, \\ V_s(x_{k_m+1}, k_m+1) &\leq V_s(x_{k_m}, k_m) + S_d(u_{k_m}, y_{k_m}), \quad k = k_m, \forall u_{k_m} \in \mathcal{U}_d, y_{k_m} \in \mathcal{Y}_d. \end{aligned}$$

则脉冲系统 $\Sigma_{\mathcal{T}}$ 相对于混合矢量供应率 $(S_c(u_c, y_c), S_d(u_d, y_d))$ 是混合矢量耗散的。

对于故障混合敏感性而言, 无干扰的误差动态(5)~(6)相对于混合矢量供应率 (S_c, S_d) 是混合矢量耗散的, 其中 $S_{c_i}(f_k, r_k) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} (\|r_{j,k}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k}\|^2)$, $S_{d_i}(f_{k_m}, r_{k_m}) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} (\|r_{j,k_m}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k_m}\|^2)$ 。对于干扰混和鲁棒性而言, 无故障信号的误差动态(5)~(6)相对于混合矢量供应率 (S_c, S_d) 是混合矢量耗散的, 其中 $S_{c_i}(w_k, r_k) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} (\gamma^2 \|w_{j,k}\|^2 - \|r_{j,k}\|^2)$, $S_{d_i}(w_{k_m}, r_{k_m}) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} (\gamma^2 \|w_{j,k_m}\|^2 - \|r_{j,k_m}\|^2)$ 。

3.1. 基于混合耗散的故障敏感性设计

为了获取脉冲系统的故障检测观测器增益, 基于混合矢量耗散性理论, 得出下列定理。

定理 3.1 如果存在矩阵族 $\{Y_{ij}\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Y_{\mathcal{T}j}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 半正定矩阵 $\{Z_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Z_{\mathcal{T}j}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正定矩阵 $\{P_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正标量 λ , 以及耗散矩阵 $\mathcal{W} = [w_{ij}]$, 使得下列线性矩阵不等式成立:

¹耗散矩阵。 $\mathcal{W} = [w_{ij}]$ 。满足非负、非奇异、半稳定和列次随机 ($\mathbf{1}^\top \mathcal{W} \leq \mathbf{1}^\top$) 的条件。

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} P_i & \Lambda_{i,12} & \Lambda_{i,13} & \Lambda_{i,14} & \Lambda_{i,15} \\ * & \Lambda_{i,22} & \mathbf{0} & \Lambda_{i,24} & \mathbf{0} \\ * & * & \Lambda_{i,33} & \mathbf{0} & \Lambda_{i,35} \\ * & * & * & \Lambda_{i,44} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & \Lambda_{i,55} \end{bmatrix} > \mathbf{0}, \Lambda_{\mathcal{I}_i} = \begin{bmatrix} P_i & \Lambda_{\mathcal{I}_i,12} & \Lambda_{\mathcal{I}_i,13} & \Lambda_{\mathcal{I}_i,14} & \Lambda_{\mathcal{I}_i,15} \\ * & \Lambda_{\mathcal{I}_i,22} & \mathbf{0} & \Lambda_{\mathcal{I}_i,24} & \mathbf{0} \\ * & * & \Lambda_{\mathcal{I}_i,33} & \mathbf{0} & \Lambda_{\mathcal{I}_i,35} \\ * & * & * & \Lambda_{\mathcal{I}_i,44} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & \Lambda_{\mathcal{I}_i,55} \end{bmatrix} > \mathbf{0}. \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \Lambda_{i,15} &= \text{row} \left[-h_{p_{ij}} Y_{ij} G_j \right]_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}}, \quad \Lambda_{i,22} = w_{ii} P_i + C_i^\top Z_i C_i, \quad \Lambda_{i,44} = G_i^\top Z_i G_i - \lambda^2 I, \\ \Lambda_{i,33} &= \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \left\{ w_{ij} P_j + h_{p_{ij}} C_j^\top Z_j C_j \right\}, \quad \Lambda_{i,35} = \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \left\{ h_{p_{ij}} C_j^\top Z_j G_j \right\}, \quad \Lambda_{i,24} = C_i^\top Z_i G_i, \\ \Lambda_{i,55} &= \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \left\{ h_{p_{ij}} \left(G_j^\top Z_j G_j - \lambda^2 I \right) \right\}, \quad \Lambda_{\mathcal{I}_i,14} = P_i D_{\mathcal{I}_i} - Y_{\mathcal{I}_i} G_{\mathcal{I}_i}, \quad \Lambda_{\mathcal{I}_i,15} = \text{row} \left[-h_{p_{ij}} Y_{ij} G_{\mathcal{I}_j} \right]_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}}, \\ \Lambda_{i,12} &= P_i A_i - Y_{ii} C_i + P_i B_{p_i} U_{ii}, \quad \Lambda_{i,13} = \text{row} \left[P_i B_{p_i} U_{ij} - h_{p_{ij}} Y_{ij} C_j \right]_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}}, \quad \Lambda_{i,14} = P_i D_i - Y_{ii} G_i, \\ \Lambda_{\mathcal{I}_i,13} &= \text{row} \left[P_i B_{\mathcal{I}_i} U_{\mathcal{I}_j} - h_{p_{ij}} Y_{\mathcal{I}_j} C_{\mathcal{I}_j} \right]_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}}, \quad \Lambda_{\mathcal{I}_i,12} = P_i A_{\mathcal{I}_i} - Y_{\mathcal{I}_i} C_{\mathcal{I}_i} + P_i B_{\mathcal{I}_i} U_{\mathcal{I}_i}, \\ \Lambda_{\mathcal{I}_i,22} &= P_i + C_{\mathcal{I}_i}^\top Z_{\mathcal{I}_i} C_{\mathcal{I}_i}, \quad \Lambda_{\mathcal{I}_i,24} = C_{\mathcal{I}_i}^\top Z_{\mathcal{I}_i} G_{\mathcal{I}_i}, \quad \Lambda_{\mathcal{I}_i,55} = \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \left\{ h_{p_{ij}} \left(G_{\mathcal{I}_j}^\top Z_{\mathcal{I}_j} G_{\mathcal{I}_j} - \lambda^2 I \right) \right\}, \\ \Lambda_{\mathcal{I}_i,33} &= \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \left\{ h_{p_{ij}} C_{\mathcal{I}_j}^\top Z_{\mathcal{I}_j} C_{\mathcal{I}_j} \right\}, \quad \Lambda_{\mathcal{I}_i,35} = \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \left\{ h_{p_{ij}} C_{\mathcal{I}_j}^\top Z_{\mathcal{I}_j} G_{\mathcal{I}_j} \right\}, \quad \Lambda_{\mathcal{I}_i,44} = G_{\mathcal{I}_i}^\top Z_{\mathcal{I}_i} G_{\mathcal{I}_i} - \lambda^2 I. \end{aligned}$$

则称无外部干扰的脉冲误差动态(5)~(6)相对于混合矢量供应率 $(S_c(f_k, r_k), S_d(f_{k_m}, r_{k_m}))$ 是混合矢量耗散的。

其中, $S_{c_i}(f_k, r_k) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} \left(\|r_{j,k}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k}\|^2 \right)$, $S_{d_i}(f_{k_m}, r_{k_m}) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} \left(\|r_{j,k_m}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k_m}\|^2 \right)$,

$\text{row} \left[M_j \right]_{j \in \mathcal{N}} \triangleq [M_1, M_2, \dots, M_N]$, 且符号*是对称分块矩阵中对称项的省略表示。

此时, 可获得故障检测观测器增益:

$$L_{ii} = P_i^{-1} Y_{ii}, \quad L_{ij} = P_i^{-1} Y_{ij}, \quad L_{\mathcal{I}_i} = P_i^{-1} Y_{\mathcal{I}_i}, \quad L_{\mathcal{I}_j} = P_i^{-1} Y_{\mathcal{I}_j}.$$

其中, 通过分解矩阵 Z_i 和 $Z_{\mathcal{I}_i}$ 得到残差增益矩阵 M_i 和 $M_{\mathcal{I}_i}$ 。

证明. 假设外部干扰 $w_{i,k} = 0$, 同时定义 Lyapunov 函数 $V_{s_i}(e_{i,k}, k) = e_{i,k}^\top P_i e_{i,k}$. 当 $k \neq k_m$ 时, 有

$$\begin{aligned} &V_{s_i}(e_{i,k+1}, k+1) \\ &= e_{i,k}^\top \tilde{A}_{ii}^\top P_i \tilde{A}_{ii} e_{i,k} + 2e_{i,k}^\top \tilde{A}_{ii}^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{ij} e_{j,k} + 2e_{i,k}^\top \tilde{A}_{ii}^\top P_i \tilde{M}_{ii} f_{i,k} + 2e_{i,k}^\top \tilde{A}_{ii}^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{ij} f_{j,k} + \left(\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{ij} e_{j,k} \right)^\top \\ &\quad \times P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{ij} e_{j,k} + 2 \left(\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{ij} e_{j,k} \right)^\top P_i \tilde{M}_{ii} f_{i,k} + 2 \left(\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{ij} e_{j,k} \right)^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{ij} f_{j,k} + f_{i,k}^\top \tilde{M}_{ii}^\top P_i \tilde{M}_{ii} f_{i,k} \\ &\quad + 2f_{i,k}^\top \tilde{M}_{ii}^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{ij} f_{j,k} + \left(\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{ij} f_{j,k} \right)^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{ij} f_{j,k} - \sum_{j \in \mathcal{N}} w_{ij} e_{j,k}^\top P_j e_{j,k} + \sum_{j \in \mathcal{N}} w_{ij} e_{j,k}^\top P_j e_{j,k} \\ &\quad - \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} \left(\|r_{j,k}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k}\|^2 \right) + \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} \left(\|r_{j,k}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k}\|^2 \right) \\ &= S_{c_i}(f_k, r_k) + \phi_{i,k}^\top \Omega_i \phi_{i,k} + [\mathcal{WV}(e_k, k)]_i. \end{aligned}$$

这里 $\phi_{i,k} = [e_{i,k}^\top, e_{\mathcal{N}\setminus\{i\},k}^\top, f_{i,k}^\top, f_{\mathcal{N}\setminus\{i\},k}^\top]^\top$, 且 $\Omega_i = \begin{bmatrix} \Omega_{i,11} & \tilde{A}_{ii}^\top P_i \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} & \Omega_{i,13} & \tilde{A}_{ii}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \\ * & \Omega_{i,22} & \Omega_{i,23} & \Omega_{i,24} \\ * & * & \Omega_{i,33} & \tilde{M}_{ii}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \\ * & * & * & \Omega_{i,44} \end{bmatrix}$ 。其中

$$\begin{aligned} e_{\mathcal{N}\setminus\{i\},k} &= [e_{1,k}^\top, \dots, e_{i-1,k}^\top, e_{i+1,k}^\top, \dots, e_{N,k}^\top]^\top, \quad f_{\mathcal{N}\setminus\{i\},k} = [f_{1,k}^\top, \dots, f_{i-1,k}^\top, f_{i+1,k}^\top, \dots, f_{N,k}^\top]^\top, \\ \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} &= [\tilde{A}_{i1}, \dots, \tilde{A}_{i,i-1}, \tilde{A}_{i,i+1}, \dots, \tilde{A}_{iN}], \quad \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} = [\tilde{M}_{i1}, \dots, \tilde{M}_{i,i-1}, \tilde{M}_{i,i+1}, \dots, \tilde{M}_{iN}], \\ \Omega_{i,11} &= \tilde{A}_{ii}^\top P_i \tilde{A}_{ii} - w_{ii} P_i - C_i^\top M_i^\top M_i C_i, \quad \Omega_{i,13} = \tilde{A}_{ii}^\top P_i \tilde{M}_{ii} - C_i^\top M_{ii}^\top M_i G_i, \\ \Omega_{i,22} &= \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}^\top P_i \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} - \text{diag}_{j \in \mathcal{N}\setminus\{i\}} \{w_{ij} P_j + h_{pj} C_j^\top M_j^\top M_j C_j\}, \quad \Omega_{i,23} = \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}^\top P_i \tilde{M}_{ii}, \\ \Omega_{i,24} &= \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} - \text{diag}_{j \in \mathcal{N}\setminus\{i\}} \{h_{pj} C_j^\top M_j^\top M_j G_j\}, \\ \Omega_{i,33} &= \tilde{M}_{ii}^\top P_i \tilde{M}_{ii} - G_i^\top M_i^\top M_i G_i + \lambda^2 I, \\ \Omega_{i,44} &= \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} - \text{diag}_{j \in \mathcal{N}\setminus\{i\}} \{h_{pj} (G_j^\top M_j^\top M_j G_j - \lambda^2 I)\}. \end{aligned}$$

记 $Z_i \triangleq M_i^\top M_i$, $Z_j \triangleq M_j^\top M_j$, 则

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{ii}^\top \\ \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}^\top \\ \tilde{M}_{ii}^\top \\ \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}^\top \end{bmatrix} P_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_{ii} \\ \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \\ \tilde{M}_{ii} \\ \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Lambda_{i,22} & \mathbf{0} & -\Lambda_{i,24} & \mathbf{0} \\ * & -\Lambda_{i,33} & \mathbf{0} & -\Lambda_{i,35} \\ * & * & -\Lambda_{i,44} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\Lambda_{i,55} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

这里可以通过确定 $\Omega_i < 0$, 从而使得 $\phi_{i,k}^\top \Omega_i \phi_{i,k} < 0$ 。因此, 根据舒尔补引理[17], $\Omega_i < 0$ 等价于:

$$\begin{bmatrix} P_i^{-1} & \tilde{A}_{ii} & \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} & \tilde{M}_{ii} & \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \\ * & \Lambda_{i,22} & \mathbf{0} & \Lambda_{i,24} & \mathbf{0} \\ * & * & \Lambda_{i,33} & \mathbf{0} & \Lambda_{i,35} \\ * & * & * & \Lambda_{i,44} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & \Lambda_{i,55} \end{bmatrix} > 0. \quad (14)$$

在式(14)两边分别乘上 $\text{diag}\{P_i I I I I\}$ 及其转置进行同余变换, 有

$$\begin{bmatrix} P_i & P_i \tilde{A}_{ii} & P_i \tilde{A}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} & P_i \tilde{M}_{ii} & P_i \tilde{M}_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \\ * & \Lambda_{i,22} & \mathbf{0} & \Lambda_{i,24} & \mathbf{0} \\ * & * & \Lambda_{i,33} & \mathbf{0} & \Lambda_{i,35} \\ * & * & * & \Lambda_{i,44} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & \Lambda_{i,55} \end{bmatrix} > 0. \quad (15)$$

分别记 $Y_{ii} \triangleq P_i L_{ii}$, $Y_{ij} \triangleq P_j L_{ij}$ 。因此, 可以得到式(12)的左式以及

$$V_{s_i}(e_{i,k+1}, k+1) \leq S_{c_i}(f_k, r_k) + [\mathcal{WV}_s(e_k, k)]_i. \quad (16)$$

通过叠加式(16)中单个混合矢量耗散性条件, 可以得到下列混合矢量耗散条件:

$$V_s(e_{k+1}, k+1) \leq \mathcal{WV}_s(e_k, k) + S_c(f_k, r_k). \quad (17)$$

此外, 在 $k = k_m$ 时刻下, 有

$$\begin{aligned}
 & V_{s_i}(e_{i,k_m+1}, k_m + 1) - V_{s_i}(e_{i,k_m}, k_m) \\
 &= e_{i,k_m+1}^\top P_i e_{i,k_m+1} - e_{i,k_m}^\top P_i e_{i,k_m} \\
 &= e_{i,k_m}^\top \tilde{A}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{A}_{\mathcal{I}_i} e_{i,k_m} + 2e_{i,k_m}^\top \tilde{A}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{\mathcal{I}_j} e_{j,k_m} + 2e_{i,k_m}^\top \tilde{A}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_i} f_{i,k_m} + 2e_{i,k_m}^\top \tilde{A}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{\mathcal{I}_j} f_{j,k_m} \\
 &+ \left(\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{\mathcal{I}_j} e_{j,k_m} \right)^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{\mathcal{I}_j} e_{j,k_m} + 2 \left(\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{\mathcal{I}_j} e_{j,k_m} \right)^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_i} f_{i,k_m} + 2 \left(\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{\mathcal{I}_j} e_{j,k_m} \right)^\top \\
 &\times P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{A}_{\mathcal{I}_j} e_{j,k_m} + f_{i,k_m}^\top \tilde{M}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_i} f_{i,k_m} + 2f_{i,k_m}^\top \tilde{M}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{\mathcal{I}_j} f_{j,k_m} + \left(\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{\mathcal{I}_j} f_{j,k_m} \right)^\top \\
 &\times P_i \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \tilde{M}_{\mathcal{I}_j} f_{j,k_m} + \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} \left(\|r_{j,k_m}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k_m}\|^2 \right) - \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} \left(\|r_{j,k_m}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k_m}\|^2 \right) - e_{i,k_m}^\top P_i e_{i,k_m} \\
 &= S_{d_i}(f_{k_m}, r_{k_m}) + \delta_{i,k_m}^\top \Omega_{\mathcal{I}_i} \delta_{i,k_m}.
 \end{aligned}$$

这里 $\delta_{i,k_m} = [e_{i,k_m}^\top, e_{\mathcal{N} \setminus \{i\}, k_m}^\top, f_{i,k_m}^\top, f_{\mathcal{N} \setminus \{i\}, k_m}^\top]^\top$, 且 $\Omega_{\mathcal{I}_i} = \begin{bmatrix} \Omega_{\mathcal{I}_i,11} & \tilde{A}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{A}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} & \Omega_{\mathcal{I}_i,13} & \tilde{A}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} \\ * & \Omega_{\mathcal{I}_i,22} & \Omega_{\mathcal{I}_i,23} & \Omega_{\mathcal{I}_i,24} \\ * & * & \Omega_{\mathcal{I}_i,33} & \tilde{M}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} \\ * & * & * & \Omega_{\mathcal{I}_i,44} \end{bmatrix}$. 其中

$$\begin{aligned}
 e_{\mathcal{N} \setminus \{i\}, k_m} &= [e_{1,k_m}^\top, \dots, e_{i-1,k_m}^\top, e_{i+1,k_m}^\top, \dots, e_{N,k_m}^\top]^\top, \quad f_{\mathcal{N} \setminus \{i\}, k_m} = [f_{1,k_m}^\top, \dots, f_{i-1,k_m}^\top, f_{i+1,k_m}^\top, \dots, f_{N,k_m}^\top]^\top, \\
 \tilde{A}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} &= [\tilde{A}_{\mathcal{I}_{i1}}, \dots, \tilde{A}_{\mathcal{I}_{ii-1}}, \tilde{A}_{\mathcal{I}_{ii+1}}, \dots, \tilde{A}_{\mathcal{I}_{iN}}], \quad \tilde{M}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} = [\tilde{M}_{\mathcal{I}_{i1}}, \dots, \tilde{M}_{\mathcal{I}_{ii-1}}, \tilde{M}_{\mathcal{I}_{ii+1}}, \dots, \tilde{M}_{\mathcal{I}_{iN}}], \\
 \Omega_{\mathcal{I}_i,11} &= \tilde{A}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{A}_{\mathcal{I}_i} - P_i - C_{\mathcal{I}_i}^\top M_{\mathcal{I}_i}^\top M_{\mathcal{I}_i} C_{\mathcal{I}_i}, \quad \Omega_{\mathcal{I}_i,13} = \tilde{A}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_i} - C_{\mathcal{I}_i}^\top M_{\mathcal{I}_i}^\top M_{\mathcal{I}_i} G_{\mathcal{I}_i}, \\
 \Omega_{\mathcal{I}_i,22} &= \tilde{A}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}}^\top P_i \tilde{A}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} - \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \{h_{p_{ij}} C_{\mathcal{I}_j}^\top M_{\mathcal{I}_j}^\top M_{\mathcal{I}_j} C_{\mathcal{I}_j}\}, \quad \Omega_{\mathcal{I}_i,23} = \tilde{A}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_i}, \\
 \Omega_{\mathcal{I}_i,24} &= \tilde{A}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} - \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \{h_{p_{ij}} C_{\mathcal{I}_j}^\top M_{\mathcal{I}_j}^\top M_{\mathcal{I}_j} G_{\mathcal{I}_j}\}, \\
 \Omega_{\mathcal{I}_i,33} &= \tilde{M}_{\mathcal{I}_i}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_i} - G_{\mathcal{I}_i}^\top M_{\mathcal{I}_i}^\top M_{\mathcal{I}_i} G_{\mathcal{I}_i} + \lambda^2 I, \\
 \Omega_{\mathcal{I}_i,44} &= \tilde{M}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}}^\top P_i \tilde{M}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} - \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \{h_{p_{ij}} (G_{\mathcal{I}_j}^\top M_{\mathcal{I}_j}^\top M_{\mathcal{I}_j} G_{\mathcal{I}_j} - \lambda^2 I)\}.
 \end{aligned}$$

记 $Z_{\mathcal{I}_i} \triangleq M_{\mathcal{I}_i}^\top M_{\mathcal{I}_i}$, $Z_{\mathcal{I}_j} \triangleq M_{\mathcal{I}_j}^\top M_{\mathcal{I}_j}$. 同 $k \neq k_m$ 分析得出, $\Omega_{\mathcal{I}_i} < 0$ 等价于:

$$\begin{bmatrix} P_i^{-1} & \tilde{A}_{\mathcal{I}_i} & \tilde{A}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} & \tilde{M}_{\mathcal{I}_i} & \tilde{M}_{\mathcal{I}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}}} \\ * & \Lambda_{\mathcal{I}_i,22} & \mathbf{0} & \Lambda_{\mathcal{I}_i,24} & \mathbf{0} \\ * & * & \Lambda_{\mathcal{I}_i,33} & \mathbf{0} & \Lambda_{\mathcal{I}_i,35} \\ * & * & * & \Lambda_{\mathcal{I}_i,44} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & \Lambda_{\mathcal{I}_i,55} \end{bmatrix} > 0. \tag{18}$$

这里, 记 $Y_{\mathcal{I}_i} \triangleq P_i L_{\mathcal{I}_i}$, $Y_{\mathcal{I}_j} \triangleq P_i L_{\mathcal{I}_j}$. 因此, 可以得到式(12)的右式以及混合矢量耗散条件:

$$V_s(e_{k_m+1}, k_m + 1) \leq V_s(e_{k_m}, k_m) + S_d(f_{k_m}, r_{k_m}). \tag{19}$$

因此, 根据混合矢量耗散定义 3.2 以及混合矢量耗散条件式(17)和式(19), 无外部干扰的脉冲误差动态(5)~(6)相对于混合矢量供应率 $(S_c(f_k, r_k), S_d(f_{k_m}, r_{k_m}))$ 是混合矢量耗散的。至此, 证明完毕。□

通过定理 3.1 的证明, 基于混合矢量耗散性的概念将故障混合敏感性约束转化为混合耗散性条件, 为此可通过该条件得到下列定理中的耗散不等式优化问题, 并求解获得观测器参数。

定理 3.2 假设存在矩阵族 $\{Y_{ij}\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Y_{Tij}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 对称矩阵 $\{Z_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Z_{Tj}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正定矩阵 $\{P_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正标量 λ , 以及耗散矩阵 $\mathcal{W} = [w_{ij}]$ 。如果基于混合耗散不等式约束的优化问题:

$$\begin{aligned} & \max_{\lambda > 0} \lambda \\ & \text{s.t. } \Lambda_i > 0, \Lambda_{T_i} > 0 \end{aligned} \tag{20}$$

有可行解, 则无外部干扰的脉冲误差动态(5)~(6)满足故障混合敏感性约束(8)。

证明. 在式(17)和式(19)两边同时左乘 $\mathbf{1}^\top$, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{1}^\top V_s(e_{k+1}, k+1) & \leq \mathbf{1}^\top \mathcal{W} V_s(e_k, k) + \mathbf{1}^\top S_c(f_k, r_k) \\ \mathbf{1}^\top V_s(e_{k_m+1}, k_m+1) & \leq \mathbf{1}^\top V_s(e_{k_m}, k_m) + \mathbf{1}^\top S_d(f_{k_m}, r_{k_m}) \end{aligned}$$

令 $v_s(e_k) \triangleq \mathbf{1}^\top V_s(e_k, k)$ 。由混合矢量供应率 $S_c(f_k, r_k) = \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} (\|r_{j,k}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k}\|^2)$,

$S_d(f_{k_m}, r_{k_m}) = \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} (\|r_{j,k_m}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k_m}\|^2)$ 和 $\mathbf{1}^\top \mathcal{W} \leq \mathbf{1}^\top$, 有

$$\begin{aligned} v_s(e_{k+1}) & \leq v_s(e_k) + N \sum_{j \in \mathcal{N}} (\|r_{j,k}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k}\|^2) \\ v_s(e_{k_m+1}) & \leq v_s(e_{k_m}) + N \sum_{j \in \mathcal{N}} (\|r_{j,k_m}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k_m}\|^2) \end{aligned}$$

记 $s_c(f_k, r_k) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} (\|r_{j,k}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k}\|^2)$, $s_d(f_{k_m}, r_{k_m}) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} (\|r_{j,k_m}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k_m}\|^2)$, 有:

$$\begin{aligned} v_s(e_k) & \leq v_s(e_{k-1}) + N s_c(f_{k-1}, r_{k-1}) \\ & \leq v_s(e_{k-2}) + N s_c(f_{k-2}, r_{k-2}) + N s_c(f_{k-1}, r_{k-1}) \\ & \leq \dots \\ & \leq v_s(e_{k_m+1}) + N \sum_{i=k_m+1}^k s_c(f_i, r_i) \leq v_s(e_{k_m}) + N s_d(f_{k_m}, r_{k_m}) + N \sum_{i=k_m+1}^k s_c(f_i, r_i) \\ & \leq v_s(e_{k_m-1}) + N s_c(f_{k_m-1}, r_{k_m-1}) + N s_d(f_{k_m}, r_{k_m}) + N \sum_{i=k_m+1}^k s_c(f_i, r_i) \\ & \leq \dots \\ & \leq v_s(e_0) + N \sum_{l=0}^m s_d(f_{k_l}, r_{k_l}) + N \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=k_{l+1}}^{k_{l+1}-1} s_c(f_i, r_i) + N \sum_{i=k_m+1}^k s_c(f_i, r_i), \quad \forall k \in [k_m+1, k_{m+1}] \end{aligned} \tag{21}$$

考虑初始条件 $v_{e_0} = 0$ 和式(21), 对任意时刻 T , 有

$$\begin{aligned} 0 & \leq v(e_T) \leq N \sum_{l=0}^m s_d(f_{k_l}, r_{k_l}) + N \sum_{i=k_m+1}^T s_c(f_i, r_i) + N \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=k_{l+1}}^{k_{l+1}-1} s_c(f_i, r_i) \\ & \Rightarrow 0 \leq v(e_T) \leq N \sum_{\substack{k=k_0+1 \\ k \neq k_m}}^T \sum_{j \in \mathcal{N}} (\|r_{j,k}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k}\|^2) + N \sum_{l=0}^m \sum_{j \in \mathcal{N}} (\|r_{j,k_l}\|^2 - \lambda^2 \|f_{j,k_l}\|^2) \end{aligned} \tag{22}$$

通过求解不等式约束优化问题(式(20)), 故障敏感性条件得到满足。至此, 证明完毕。 \square

3.2. 基于混合耗散的干扰混合鲁棒性设计

为了实现分布式故障检测方案能够区分故障信号和外部干扰, 这里采用干扰混和鲁棒性设计来衰减外部干扰的影响。因此, 定理 3.3 和定理 3.4 给出了可行性条件。

定理 3.3 如果存在矩阵族 $\{Y_{ij}\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Y_{\mathcal{I}j}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 半正定矩阵 $\{Z_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Z_{\mathcal{I}j}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正定矩阵 $\{P_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正标量 γ , 以及耗散矩阵 $\mathcal{W} = [w_{ij}]$, 使得下列线性矩阵不等式成立:

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} P_i & P_i \tilde{A}_{ii} & P_i \tilde{A}_{\mathcal{N} \setminus \{i\}} & P_i E_i \\ * & \Gamma_{i,22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \Gamma_{i,33} & \mathbf{0} \\ * & * & * & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0, \quad \Gamma_{\mathcal{I}i} = \begin{bmatrix} P_i & P_i \tilde{A}_{\mathcal{I}ii} & P_i \tilde{A}_{\mathcal{I}\mathcal{N} \setminus \{i\}} & P_i E_{\mathcal{I}i} \\ * & \Gamma_{\mathcal{I}i,22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \Gamma_{\mathcal{I}i,33} & \mathbf{0} \\ * & * & * & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0. \quad (23)$$

其中

$$\Gamma_{i,22} = w_{ii} P_i - C_i^\top M_i^\top M_i C_i, \quad \Gamma_{i,33} = \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \{w_{ij} P_j - h_{p_{ij}} C_j^\top M_j^\top M_j C_j\},$$

$$\Gamma_{\mathcal{I}i,22} = w_{ii} P_i - C_{\mathcal{I}i}^\top M_{\mathcal{I}i}^\top M_{\mathcal{I}i} C_{\mathcal{I}i}, \quad \Gamma_{\mathcal{I}i,33} = \text{diag}_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} \{w_{ij} P_j - h_{p_{ij}} C_{\mathcal{I}j}^\top M_{\mathcal{I}j}^\top M_{\mathcal{I}j} C_{\mathcal{I}j}\}.$$

则称无故障信号的脉冲误差动态(5)~(6)相对于混合矢量供应率 $(S_c(w_k, r_k), S_d(w_{k_m}, r_{k_m}))$ 是混合矢量耗散的。其中, $S_c(w_k, r_k) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} (\gamma^2 \|w_{i,k}\|^2 - \|r_{i,k}\|^2)$, $S_d(w_{k_m}, r_{k_m}) \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}} h_{p_{ij}} (\gamma^2 \|w_{i,k_m}\|^2 - \|r_{i,k_m}\|^2)$ 。

此时, 可获得故障检测观测器增益:

$$L_{ii} = P_i^{-1} Y_{ii}, \quad L_{ij} = P_i^{-1} Y_{ij}, \quad L_{\mathcal{I}i} = P_i^{-1} Y_{\mathcal{I}i}, \quad L_{\mathcal{I}ij} = P_i^{-1} Y_{\mathcal{I}ij}.$$

其中, 通过分解矩阵 Z_i 和 $Z_{\mathcal{I}i}$ 得到残差增益矩阵 M_i 和 $M_{\mathcal{I}i}$ 。

证明. 参考定理 3.1 的论证过程即可得到该结果, 故这里省略证明。 □

定理 3.4 假设存在矩阵族 $\{Y_{ij}\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Y_{\mathcal{I}ij}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 对称矩阵 $\{Z_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Z_{\mathcal{I}j}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正定矩阵 $\{P_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正标量 γ , 以及耗散矩阵 $\mathcal{W} = [w_{ij}]$ 。如果基于混合耗散不等式约束的优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{\gamma > 0} \gamma \\ & \text{s.t. } \Gamma_i > 0, \Gamma_{\mathcal{I}i} > 0 \end{aligned} \quad (24)$$

有可行解, 则无故障信号的脉冲误差动态(5)~(6)满足干扰混合鲁棒性约束(9)。

证明. 参考定理 3.2 的论证过程即可得到该结果, 故这里省略证明。 □

3.3. 同时满足故障混合敏感性和干扰混合鲁棒性设计

上述过程分别推导了故障混合敏感性约束和干扰混合鲁棒性约束的混合耗散性条件, 为了同时满足这些约束, 以通过获取观测器增益进行分布式故障检测, 现提出定理 3.5。

定理 3.5 假设存在矩阵族 $\{Y_{ij}\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Y_{\mathcal{I}ij}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 对称矩阵 $\{Z_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, $\{Z_{\mathcal{I}j}\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正定矩阵 $\{P_j\}_{j \in \mathcal{N}}$, 正标量 λ 和 γ , 以及耗散矩阵 $\mathcal{W} = [w_{ij}]$ 。如果基于混合耗散不等式约束的优化问题:

$$\begin{aligned} & \max_{\lambda, \gamma > 0} \lambda - \gamma \\ & \text{s.t. } \Lambda_i > 0, \Lambda_{\mathcal{I}i} > 0, \Gamma_i > 0, \Gamma_{\mathcal{I}i} > 0 \end{aligned} \quad (25)$$

有可行解, 则脉冲误差动态(5)~(6)同时满足故障混合敏感性和干扰混合鲁棒性约束。

证明. 结合定理 3.1~3.4 即可完成该定理的证明。 □

4. 数值仿真

考虑带有两个系统单元的离散时间脉冲系统 $\Sigma_{\mathcal{I}i}, i \in \{1, 2\}$ (见式(1)), 给定系数矩阵:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} 0.31 & 0.14 \\ 0.01 & 0.5 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.42 & 0 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix}, A_{\mathcal{I}_1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, A_{\mathcal{I}_2} = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 1.8 \\ -2 \end{bmatrix}, \\
 D_2 &= \begin{bmatrix} 1.5 \\ -1.2 \end{bmatrix}, D_{\mathcal{I}_1} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ -2.5 \end{bmatrix}, D_{\mathcal{I}_2} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -1.4 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 1.3 \\ 0.7 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 2.2 \\ -1.5 \end{bmatrix}, \mathcal{W} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.7 \end{bmatrix}, \\
 C_{p_1} &= \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.9 \end{bmatrix}, C_{p_2} = \begin{bmatrix} -0.38 & -0.4 \\ -0.2 & 0.9 \end{bmatrix}, B_{p_1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}, B_{p_2} = \begin{bmatrix} -0.156 & -0.13 \\ 0.12 & 0.5 \end{bmatrix}, \\
 B_{p_{\mathcal{I}_1}} &= \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix}, B_{p_{\mathcal{I}_2}} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, D_{p_1} = \begin{bmatrix} 1.32 & 0.2 \\ 0.8 & 3.2 \end{bmatrix}, D_{p_2} = \begin{bmatrix} 1.9 & 0.12 \\ 0.8 & 3.8 \end{bmatrix}, E_{\mathcal{I}_1} = \begin{bmatrix} 1.3 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \\
 C_{p_{\mathcal{I}_1}} &= \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}, C_{p_{\mathcal{I}_2}} = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}, D_{p_{\mathcal{I}_1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D_{p_{\mathcal{I}_2}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, E_{\mathcal{I}_2} = \begin{bmatrix} 2.2 \\ -1.5 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

借助 CVX 工具箱[18], 通过求解定理 3.5 基于混合耗散不等式约束优化问题的线性矩阵不等式[19], 得到:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.5088 & 0.1196 \\ 0.1196 & 0.4366 \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 0.5284 & 0.4594 \\ 0.4594 & 0.5926 \end{bmatrix}, \lambda = 3.43 \times 10^{-7}, \gamma = 2.006.$$

以及相应的观测器参数, 见表 1 和表 2:

Table 1. Fault detection observer 1 parameters

表 1. 故障检测观测器 1 参数

参数	L_{11}	L_{12}	L_{21}	L_{22}	M_1	M_2
值	$\begin{bmatrix} 0.122 \\ -0.098 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.003 \\ -0.015 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.008 \\ 0.004 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.049 \\ 0.046 \end{bmatrix}$	0.045	0.053

Table 2. Fault detection observer 2 parameters

表 2. 故障检测观测器 2 参数

参数	$L_{\mathcal{I}_1}$	$L_{\mathcal{I}_2}$	$L_{\mathcal{I}_3}$	$L_{\mathcal{I}_4}$	$M_{\mathcal{I}_1}$	$M_{\mathcal{I}_2}$
值	$\begin{bmatrix} 0.135 \\ -0.187 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.013 \\ -0.013 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.024 \\ 0.024 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.062 \\ 0.085 \end{bmatrix}$	0.028	0.046

为了阐明仿真结果, 给定初始状态 $x_{i,0} = \hat{x}_{i,0} = [0 \ 0]^T$, 时间步 $k = 200$, 移动窗口 $h = 20$ 。脉冲序列 $k_m = 5l$ ($l = 0, 1, 2, \dots$), 此时脉冲动态仅存在于 $k = k_m$ 时刻。考虑系统故障信号和外部干扰:

$$\begin{aligned}
 f_{1,k} &= \begin{cases} 20, & 40 \leq k \leq 60 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, w_{1,k} = 10 \sin \frac{\pi}{4} k, \\
 f_{2,k} &= \begin{cases} 40, & 40 \leq k \leq 60 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, w_{2,k} = 10 \sin \frac{\pi}{4} k.
 \end{aligned}$$

基于此, 对于系统 1 和系统 2 中有故障和无故障发生的残差评估函数分别如图 1 和图 2 所示。通过计算得到, 故障隔离阈值 $J_{1,th} = \sup_{\omega_1 \in \mathcal{L}_2, f_1=0} = 6.8045$ 和 $J_{2,th} = \sup_{\omega_2 \in \mathcal{L}_2, f_2=0} = 6.7614$ 。从图中可以看出, 当 $k = 41$ 时,

有 $J_{\mathcal{I}_1} = 9.0931 > J_{1,th}$ 和 $J_{\mathcal{I}_2} = 10.3459 > J_{2,th}$ 。根据提出基于混合耗散不等式约束优化的故障检测方法, 故障信号能够在时间步 $k = 41$ 处被检测出。因此, 该方法针对于分布式脉冲系统的故障检测策略是有效的。

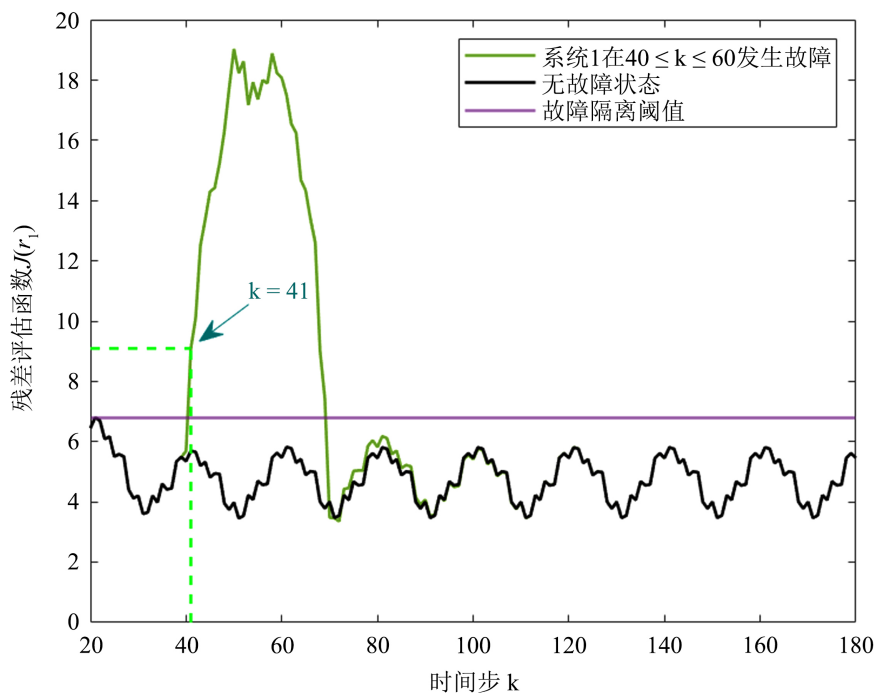


Figure 1. Residual evaluation of fault detection observer 1

图 1. 故障检测观测器 1 的残差评估

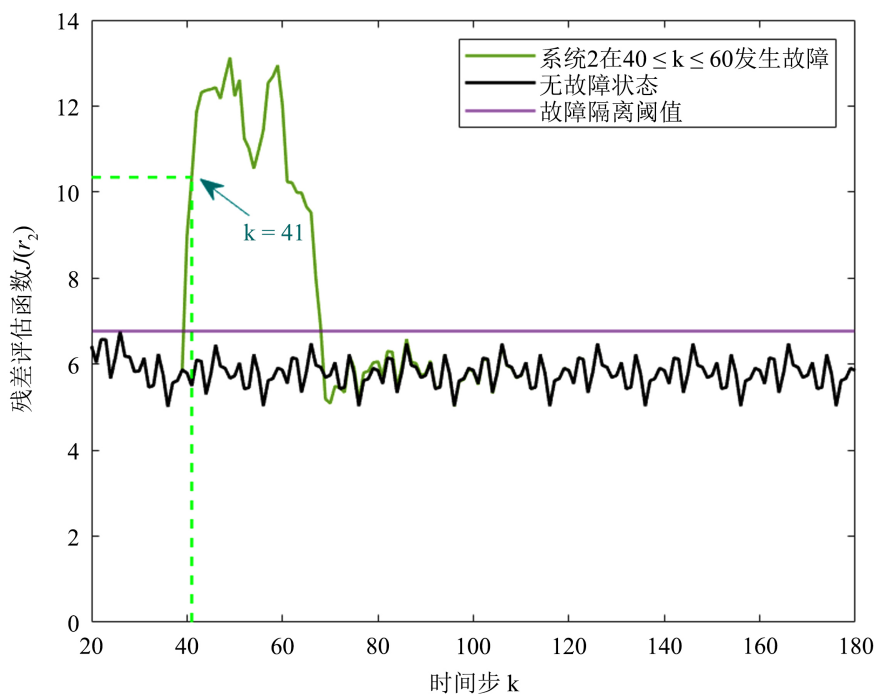


Figure 2. Residual evaluation of fault detection observer 2

图 2. 故障检测观测器 2 的残差评估

为了说明提出方法的优越性, 接下来将其与已有的故障检测方法进行比较。根据上述参数设置, Li 等人[20]采用了一种不同类型滤波器的故障检测问题, 相应的滤波器参数和残差增益如表 3 和表 4 所示。

Table 3. Filter parameters
表 3. 滤波器参数

参数	A_{f_1}	A_{f_2}	B_{f_1}	B_{f_2}
值	$\begin{bmatrix} -0.071 & 0.016 \\ -0.018 & 0.004 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.005 & -0.001 \\ -0.013 & 0.01 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.415 \\ 0.118 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.101 \\ -0.077 \end{bmatrix}$

Table 4. Residual gains
表 4. 残差增益

参数	C_{f_1}	C_{f_2}	D_{f_1}	D_{f_2}
值	$[-0.183 \quad 0.026]$	$[0.052 \quad 0.019]$	0.231	0.347

通过计算, Li 等人提出方法的故障阈值是 $J(r)=1.3798$ 。如图 3 所示, 该故障检测策略仍然有效, 但当 $k=55$ 时才能检测到故障。因此, 本章提出基于混合耗散不等式约束优化的策略对于脉冲系统的分布式故障检测问题更有效。

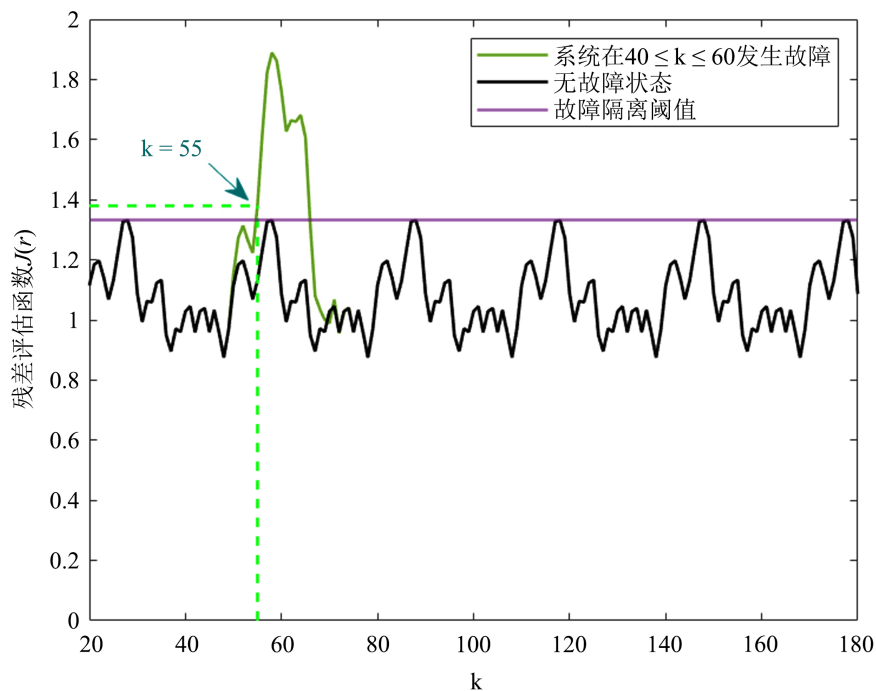


Figure 3. Residual evaluation of the literature [20]
图 3. 文献[20]的残差评估

5. 总结

本文提出了一种适用于线性离散时间脉冲系统的分布式故障检测方案。设计的分布式故障检测观测器能够使残差对故障信号表现出混合敏感性, 同时对外部干扰具有混合鲁棒性。将这些要求转化为混合耗散性条件, 并通过求解基于耗散不等式约束的优化问题, 确定了观测器参数和残差生成器增益。通过数值仿真验证了该故障检测策略的有效性。未来的研究将聚焦于故障检测中最小传感器节点的确定问题,

并探讨针对系统随机发生故障的检测方法。

参考文献

- [1] Liu, Q., Wang, Z., He, X. and Zhou, D.H. (2018) On Kalman-Consensus Filtering with Random Link Failures over Sensor Networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **63**, 2701-2708. <https://doi.org/10.1109/tac.2017.2774601>
- [2] Boem, F., Ferrari, R.M.G., Keliris, C., Parisini, T. and Polycarpou, M.M. (2017) A Distributed Networked Approach for Fault Detection of Large-Scale Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **62**, 18-33. <https://doi.org/10.1109/tac.2016.2539326>
- [3] Yao, M., Wei, G., Ding, D. and Li, W. (2022) Output-Feedback Control for Stochastic Impulsive Systems under Round-Robin Protocol. *Automatica*, **143**, 110394. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2022.110394>
- [4] Dashkovskiy, S. and Mironchenko, A. (2013) Input-to-State Stability of Nonlinear Impulsive Systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, **51**, 1962-1987. <https://doi.org/10.1137/120881993>
- [5] Pan, S., Sun, J. and Zhao, S. (2010) Robust Filtering for Discrete Time Piecewise Impulsive Systems. *Signal Processing*, **90**, 324-330. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2009.06.029>
- [6] Yao, M., Wei, G. and Li, W. (2022) Fault Detection Problem for Discrete-Time Impulsive System Using Mixed Dissipativity Approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **33**, 423-439. <https://doi.org/10.1002/rnc.6394>
- [7] Tippett, M.J., Lei, Q. and Bao, J. (2014) Dissipativity Based Fault Detection Using Dynamic Supply Rates. In: *Chemeca 2014: Processing Excellence; Powering Our Future, Engineers Australia*, 1383-1392.
- [8] Li, W., Yan, Y. and Bao, J. (2023) Data-Based Fault Diagnosis via Dissipativity-Shaping. *IEEE Control Systems Letters*, **7**, 484-489. <https://doi.org/10.1109/lcsys.2022.3193978>
- [9] Lei, Q., Wang, R. and Bao, J. (2018) Fault Diagnosis Based on Dissipativity Property. *Computers & Chemical Engineering*, **108**, 360-371. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.09.024>
- [10] Willems, J.C. (1972) Dissipative Dynamical Systems Part I: General Theory. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **45**, 321-351. <https://doi.org/10.1007/bf00276493>
- [11] Li, W., Yan, Y. and Bao, J. (2020) Dissipativity-Based Distributed Fault Diagnosis for Plantwide Chemical Processes. *Journal of Process Control*, **96**, 37-48. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2020.10.007>
- [12] Li, W., Li, S., Song, J., Bao, J., Yan, Y. and Yang, Y. (2024) Fault Detection for Nonlinear Process Using Data-Based Dissipativity in a Lifted Space. 2024 14th Asian Control Conference (ASCC), Dalian, 5-8 July 2024, 666-671.
- [13] Hill, D.J. and Moylan, P.J. (1980) Dissipative Dynamical Systems: Basic Input-Output and State Properties. *Journal of the Franklin Institute*, **309**, 327-357. [https://doi.org/10.1016/0016-0032\(80\)90026-5](https://doi.org/10.1016/0016-0032(80)90026-5)
- [14] Byrnes, C.I., Isidori, A. and Willems, J.C. (1991) Passivity, Feedback Equivalence, and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **36**, 1228-1240. <https://doi.org/10.1109/9.100932>
- [15] Xu, S. and Bao, J. (2009) Distributed Control of Plantwide Chemical Processes. *Journal of Process Control*, **19**, 1671-1687. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2009.07.007>
- [16] Haddad, W.M., Chellaboina, V. and Nersesov, S.G. (2004) Vector Dissipativity Theory and Stability of Feedback Interconnections for Large-Scale Non-Linear Dynamical Systems. *International Journal of Control*, **77**, 907-919. <https://doi.org/10.1080/00207170412331270569>
- [17] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V. (1994) Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Society for Industrial and Applied Mathematics. <https://doi.org/10.1137/1.9781611970777>
- [18] Grant, M. and Boyd, S. (2014) CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, Version 2.1. <http://cvxr.com/cvx>
- [19] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [20] Li, J., Song, Z. and Su, Q. (2016) Robust Fault Detection for Discrete-Time Nonlinear Impulsive Switched Systems. *Asian Journal of Control*, **19**, 224-232. <https://doi.org/10.1002/asjc.1350>