

分数阶非线性系统的预定时间滑模追踪控制

邹金红*, 丁玉才, 李雯婷

西南科技大学数理学院, 四川 绵阳

收稿日期: 2024年12月21日; 录用日期: 2025年2月10日; 发布日期: 2025年2月24日

摘要

本研究旨在设计一种针对高维分数阶非线性系统的滑模追踪控制器, 使得系统输出在预定时间内收敛到给定的期望轨迹上。首先, 为了便于滑模面的设计, 本文利用传统的高阶滑模控制的方法, 将复杂系统转化为更为简单的链式系统。然后, 将传统的整数阶固定时间滑模控制策略进行改进, 设计了两种分数阶滑模面, 使其改进的滑模控制方法能够适用于分数阶系统。通过对滑模面的求导和利用Lyapunov稳定性定理, 最终所设计的两类分数阶滑模控制器能够使系统的输出在预定时间内追踪上期望轨迹, 与传统的固定时间滑模策略相比, 该方法可以随意控制系统的最大收敛时间, 因而控制效果更优。最后, 两个仿真结果证明了这两类控制策略的可行性和有效性。

关键词

分数阶非线性系统, 滑模控制, 预定时间收敛, 追踪控制

Prescribed-Time Sliding Mode Tracking Control for a Fractional-Order Nonlinear System

Jinhong Zou*, Yucan Ding, Wenting Li

School of Mathematics and Physics, Southwest University of Science and Technology, Mianyang Sichuan

Received: Dec. 21st, 2024; accepted: Feb. 10th, 2025; published: Feb. 24th, 2025

Abstract

This research is dedicated to designing a sliding mode tracking controller for high-dimensional

*通讯作者。

文章引用: 邹金红, 丁玉才, 李雯婷. 分数阶非线性系统的预定时间滑模追踪控制[J]. 理论数学, 2025, 15(2): 79-88.
DOI: 10.12677/pm.2025.152048

fractional-order nonlinear systems, with the objective of making the system output converge to a given desired trajectory within a prescribed-time. In order to facilitate the design of the sliding mode surface, this paper uses the traditional high-order sliding mode control method to transform the complex system into a simpler chained-form system. Subsequently, this paper modifies the traditional integer-order fixed-time sliding-mode control strategy and designs two types of fractional-order sliding mode surfaces, so that the improved sliding-mode control approach can be applied to fractional-order systems. By differentiating the sliding mode surface and leveraging the Lyapunov stability theorem, the two classes of fractional-order sliding mode controllers designed can ensure that the system output tracks the desired trajectory within the prescribed-time. Compared with the traditional fixed-time sliding mode strategy, the proposed method has a significant advantage in that it can freely control the maximum convergence time of the system. Finally, two simulation results demonstrate the feasibility and effectiveness of these two types of control strategies.

Keywords

Fractional-Order Nonlinear System, Sliding Mode Control, Prescribed-Time Convergence, Tracking Control

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

传统的整数阶微积分理论在描述和解决许多实际问题时存在局限性。整数阶微积分中，导数和积分的阶次只能是整数，这种限制使得一些具有复杂动态特性的现象难以准确建模。而分数阶微积分理论的出现为解决这些问题提供了新的思路。分数阶微积分的概念可以追溯到 17 世纪，经过数百年的发展，逐渐形成了一套完整的理论体系。它将导数和积分的阶次推广到实数甚至复数域，使得数学模型能够更灵活地描述各种复杂的动态过程。例如，在一些具有记忆特性和长程相关性的物理过程中，分数阶模型能够更好地捕捉系统的本质特征。另外，在应用场景上也有着广泛的应用，如在控制工程上，可以用于机器人运动控制、电力系统控制、航天航空控制；在生物医学领域，可用于生物组织的力学特性建模、药物释放动力学建模、神经系统的建模与分析等。

高维分数阶非线性系统能够考虑到系统中多个变量之间的相互作用以及系统的非线性特性，同时结合分数阶微积分的记忆特性和长程相关性，更全面、准确地描述复杂系统的动态行为。例如，在生态系统中，物种的数量、环境因素等多个变量相互影响，且这种影响具有时间上的积累效应。高维分数阶非线性模型可以更好地刻画生态系统的演化过程，为生态保护和资源管理提供科学依据。对于高维、非线性和不确定性较强的系统，传统的控制方法往往难以取得理想的控制效果。高维分数阶非线性系统的研究为解决这类复杂系统的控制问题提供了新的途径。通过设计合适的分数阶控制器，可以充分利用分数阶系统的特性，提高控制系统的鲁棒性和适应性。例如，在化工过程控制中，反应釜内的温度、压力、浓度等多个变量相互耦合，且存在着不确定性和时变因素。高维分数阶非线性控制策略可以实现对化工过程的精确控制，提高产品质量和生产效率。因此，高维分数阶微积分逐渐成为研究热点。与经典的整数阶控制器[1][2]相比，分数阶控制器具有更好的控制性能，例如更好的收敛性和更快的收敛速度。

随着滑模控制理论的发展,滑模控制策略已广泛应用于分数阶系统,如[3]-[5]。一阶滑模是将状态强制到滑模面 $s(t)=0$ 上,这对于控制具有干扰的不确定系统是一种常用的方法。基于两类具有固定时间收敛的一阶系统,作者在[6]中提出了一种针对二阶非线性系统的固定时间一阶滑模控制。为了减少抖振,二阶和高阶滑模也在整数阶系统中广泛使用,参见[7]-[10]。这种高阶滑模主要利用滑模变量将复杂系统转化为更简单的链式系统,通过设计控制器让滑模面的 n 阶导数等于 0,从而保证系统状态能够收敛到原点。在本文中,我们将结合一阶滑模和高阶滑模策略,将传统的滑模面改进为分数阶滑模面,使其能运用于高维分数阶非线性系统。

有限时间稳定性可以使系统收敛,但收敛时间受初始值的影响。更好的是固定时间稳定性,它允许系统在独立于初始操作状态的上限收敛时间内稳定[11]。如果上限收敛时间是人为确定的,则称为预定时间稳定性。文献工作中关于预设时间控制的相关结果见[12][13]。毫无疑问,预定时间稳定性的效果比固定时间稳定性更先进。本文中提出的预定时间收敛就是在原有固定时间收敛策略[6]上提出的。观察到固定收敛时间上限受到参数的影响,并且该参数可以人为设计,通过找到该参数的选取范围与预定收敛时间之间的关系,从而让误差系统实现预定时间收敛,最终实现原系统的预定时间追踪控制。该方法可以随意控制误差系统的最大收敛时间,因而控制效果更优。

本文的组织结构如下。在第 2 节中介绍了问题预备知识后,第 3 节设计了滑模跟踪控制器,然后在第 4 节中展示了两个仿真示例。最后,在第 5 节中给出了结论。

2. 问题描述

在本节中,我们将展示非线性分数阶系统的形式以及一些重要的引理。

首先,我们考虑以下形式的非线性分数阶系统:

$$\begin{aligned} D^h x_i &= f_i(x_1, x_2, \dots, x_i) + a_i x_{i+1}, i=1, 2, \dots, n-1 \\ D^h x_n &= f_n(x) + g(x)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $h \in \left(0, \frac{2}{n}\right]$ 是分数阶阶数, $f_i(x_1, x_2, \dots, x_i)$ 是线性函数, $f_n(x)$ 和 $g(x)$ 非线性函数, a_i 是常数,并且满足 $a_i \neq 0$, u 是控制输入, y 是输出。

利用传统的高阶滑模策略,令 $s_1 = x_1$, $s_{i+1} = D^h s_i$, $i=1, 2, \dots, n-1$, 系统(1)可以重新表述为

$$\begin{aligned} D^h s_i &= s_{i+1}, i=1, 2, \dots, n-1 \\ D^h s_n &= A(x) + B(x)u \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $B(x)$ 需要满足假设: $B(x) \neq 0$ 。

例如:若原系统为如下二阶非线性分数阶系统:

$$\begin{aligned} D^h x_1 &= f_1(x_1) + a_1 x_2 \\ D^h x_2 &= f_2(x) + g(x)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (3)$$

令 $s_1 = x_1$, $s_2 = D^h s_1$, 那么系统(2)可以表述为:

$$\begin{aligned} D^h s_1 &= D^h x_1 = f_1(x_1) + a_1 x_2 = s_2 \\ D^h s_2 &= D^h f_1(x_1) + a_1(f_2(x) + g(x)u) = A(x) + B(x)u \end{aligned} \quad (4)$$

那么在该系统(4)中, $A(x) = D^h f_1(x_1) + a_1 f_2(x)$, $B(x) = a_1 g(x)$, 由于 $f_1(x_1)$ 是线性函数, 故 $D^h f_1(x_1)$ 可以表述为与 x_1, x_2 相关的表达式。对于更高维度的系统, 按此方法同理可得, 其中 $A(x)$ 和 $B(x)$ 的具体表达取决于原系统中的 $f_i(x_1, x_2, \dots, x_i)$ 。

评论: 为了便于接下来滑模面的设计, 这里我们将系统(1)转换为一个更简洁的链式系统(2)。此外, 为了确保接下来的(18)式满足性质 1, 分数阶阶数 h 需要在区间 $\left(0, \frac{2}{n}\right]$ 内。

为了进行控制器设计, 一些有用的引理和定义是必不可少的。以下是一些关键的引理和定义, 它们将为我们的控制器设计提供理论基础。

2.1. 定义 1 [14]

函数 $F(t)$ 的 h 阶 Caputo 分数阶导数定义为:

$${}_{t_0} D_t^h F(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-h)} \int_{t_0}^t \frac{F^m(\tau)}{(t-\tau)^{h-m+1}} d\tau, m-1 < h < m \\ \frac{d^m F(t)}{dt^m}, h = m \end{cases} \quad (5)$$

其中 m 是大于或等于 h 的最小整数, $\Gamma()$ 是伽玛函数。

2.2. 性质 1 [15]

对于 Caputo 导数下面等式成立:

$$\begin{aligned} {}_{t_0} D_t^\alpha \left({}_{t_0} D_t^{-\beta} F(t) \right) &= {}_{t_0} D_t^{\alpha-\beta} F(t) \\ {}_{t_0} D_t^\alpha \left({}_{t_0} D_t^\beta F(t) \right) &= {}_{t_0} D_t^{\alpha+\beta} F(t) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\alpha > 0$, $\beta > 0$ 。

2.3. 引理 1 [16]

如果存在一个连续可微的、正定的函数 $V: R^n \rightarrow R^+$ 使得

$$\dot{V}(x) \leq -aV(x)^\alpha - bV(x)^\beta \quad (7)$$

其中 $x \in R$, $a > 0$, $b > 0$, $0 < \alpha < 1 < \beta$, 那么系统(1)是局部固定时间收敛的并且收敛时间满足

$$T(x_0) \leq \frac{1}{a(1-\alpha)} + \frac{1}{b(\beta-1)} \quad (8)$$

其中 V 称为 Lyapunov 函数。

2.4. 定义 2 [17]

如果系统(1)是固定时间收敛的, 并且对于任意规定的时间 $T_0 \in R^+$, 存在一些可协调的参数 $\eta \in R^m$, 使得收敛时间函数 $T(x_0)$ 满足 $\sup_{x_0 \in R^n} T(x_0) \leq T_0$, 那么就称该系统是预定时间收敛的。

2.5. 定义 3

符号定义: $\lfloor y \rfloor^\alpha = \text{sign}(y)|y|^\alpha$ 。

3. 滑模追踪控制设计

将误差变量定义为:

$$\begin{aligned} z_1 &= s_1 - y_d \\ z_i &= s_i - D^{(i-1)}y_d, i = 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (9)$$

其中 z_i 是输出追踪误差, y_d 是期望轨迹。

为了让输出变量在预定时间内追踪上期望轨迹, 需要将问题转化为让输出追踪误差 z_i 在预定时间内收敛到原点。因此我们建立如下系统:

$$\begin{aligned} D^h z_i &= z_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1 \\ D^h z_n &= A(x) + B(x)u - D^{nh}y_d \end{aligned} \quad (10)$$

接下来, 我们将设计一个滑模跟踪控制器, 使得输出追踪误差在预定时间 T_0 内收敛到零。

3.1. 定理 1

系统(8)中的输出追踪误差 z_i 通过设计如下控制器将在预定时间 T_0 内收敛到原点:

$$u = B(x)^{-1} \left(D^{nh}y_d - D^{nh-1} \left(k_1 \text{sign}(z_1) + k_2 \lfloor z_1 \rfloor^{\alpha_1} \right) - k_3 \text{sign}(s) - k_4 \lfloor s \rfloor^{\alpha_2} - A(x) \right) \quad (11)$$

其中 $\alpha_1 > 1$, $k_1 \geq \frac{4}{T_0}$, $k_2 \geq \frac{4}{T_0(\alpha_1-1)}$, $\alpha_2 > 1$, $k_3 \geq \frac{4}{T_0}$, $k_4 \geq \frac{4}{T_0(\alpha_2-1)}$, 且滑模面 s 设计为:

$$s = D^{nh-1}z_1 + D^{nh-2} \left(k_1 \text{sign}(z_1) + k_2 \lfloor z_1 \rfloor^{\alpha_1} \right) \quad (12)$$

评论: 根据文章[6]中常指数系数部分, 对于整数阶系统, 滑模面的设计应为:

$s = \dot{z}_1 + k_1 \text{sign}(z_1) + k_2 |z_1|^{\alpha_1} \text{sign}(z_1)$, 但该滑模面仅适用于二阶整数阶系统, 将其改进为(12)式后, 便可应用于高维分数阶系统控制器的推导。

证明:

使用性质 1 并且对滑模面 s 求一阶导有

$$\begin{aligned} \dot{s} &= D^{nh}z_1 + D^{nh-1} \left(k_1 \text{sign}(z_1) + k_2 \lfloor z_1 \rfloor^{\alpha_1} \right) \\ &= A(x) + B(x)u - D^{nh}y_d + D^{nh-1} \left(k_1 \text{sign}(z_1) + k_2 \lfloor z_1 \rfloor^{\alpha_1} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

将控制器(11)代入(13), 有

$$\dot{s} = -k_3 \text{sign}(s) - k_4 \lfloor s \rfloor^{\alpha_2} \quad (14)$$

考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V(s) = s^2 \quad (15)$$

对(15)求一阶导为:

$$\begin{aligned}\dot{V}(s) &= -2k_3|s| - 2k_4 \lfloor s \rfloor^{\alpha_2+1} \\ &= -2k_3|V(s)|^{\frac{1}{2}} - 2k_4|V(s)|^{\frac{\alpha_2+1}{2}}\end{aligned}\quad (16)$$

根据引理 1, 系统(14)在固定时间内到达滑模面 $\{s=0\}$, 该固定时间满足

$$T(s) \leq \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4(\alpha_2-1)} \leq \frac{T_0}{2} \quad (17)$$

当等式(12)等于 0 时, 有

$$D^{nh-1}z_1 = -D^{nh-2}\left(k_1 \text{sign}(z_1) + k_2 \lfloor z_1 \rfloor^{\alpha_1}\right) \quad (18)$$

考虑 Lyapunov 函数: $V(z_1) = z_1^2$, 求导后有:

$$\begin{aligned}\dot{V}(z_1) &= 2z_1\dot{z}_1 = 2z_1 D^{2-nh}\left(D^{nh-1}(z_1)\right) \\ &= -2k_1|z_1| - 2k_2|z_1|^{\alpha_1+1} \\ &= -2k_1|V(z_1)|^{\frac{1}{2}} - 2k_2|V(z_1)|^{\frac{\alpha_1+1}{2}}\end{aligned}\quad (19)$$

通过使用引理 1, 系统(18)在固定时间收敛到原点并且收敛时间满足

$$T(z_1) \leq \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2(\alpha_1-1)} \leq \frac{T_0}{2} \quad (20)$$

最后, 可以得到系统(10)中的 z_1 的固定收敛时间满足: $T = T(s) + T(z_1) \leq T_0$ 。这意味着系统(10)是预定时间收敛的。

3.2. 定理 2

系统(10)中的输出追踪误差 z_1 通过设计如下控制器将在预定时间 T_0 内收敛到原点:

$$u = B(x)^{-1}\left(D^{nh}y_d - D^{nh-1}\left(\beta \lfloor z_1 \rfloor^{\lambda z_1^2/1+\mu z_1^2}\right) - k_1 \text{sign}(s) - k_2 \lfloor s \rfloor^{\alpha_1} - A(x)\right) \quad (21)$$

其中 $\mu > 0$, $\lambda > 1 + \mu$, $\beta \geq \frac{2\left(\frac{1+\mu}{\lambda-1-\mu} + e^{\lambda/2e}\right)}{T_0}$, $\alpha_1 > 1$, $k_1 \geq \frac{4}{T_0}$, $k_2 \geq \frac{4}{T_0(\alpha_1-1)}$ 。根据[6]中变指数系数部分, 将滑模面 s 改进为分数阶形式:

$$s = D^{nh-1}z_1 + D^{nh-2}\left(\beta \lfloor z_1 \rfloor^{\lambda z_1^2/1+\mu z_1^2}\right) \quad (22)$$

证明:

与定理 1 的证明相似, 取 $V(s) = s^2$, 有:

$$\dot{V}(s) = -2k_1|V(s)|^{1/2} - 2k_2|V(s)|^{\alpha_1+1/2} \quad (23)$$

根据引理 1, $s(t)$ 在固定时间内到达滑模面 $\{s=0\}$, 且固定时间满足

$$T(s) \leq \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2(\alpha_1-1)} \leq \frac{T_0}{2} \quad (24)$$

根据(22), 当 $s=0$ 时有

$$D^{nh-1}z_1 = -D^{nh-2}\left(\beta[z_1]^{\lambda z_1^2/(1+\mu z_1^2)}\right) \quad (25)$$

通过使用文献[6]中的定理 2, z_1 在固定时间收敛到原点并且收敛时间满足

$$T(z_1) \leq \frac{1}{\beta\left(\frac{\lambda}{1+\mu}-1\right)} + \frac{1}{\beta e^{-\lambda/2e}} \leq \frac{T_0}{2} \quad (26)$$

最后, 可以得出系统(10)中的 z_1 将在预定时间 T_0 内收敛到原点。

4. 仿真

例子 1:

考虑参考文献[18]中的水平平台系统(HPS)。HPS 是一种机械装置, 由一个平台和一个位于平台上的加速度计组成。该平台可以自由地围绕水平轴旋转其质心。加速度计指向执行器, 执行器随后产生扭矩, 以在平台偏离地平时旋转平台来平衡 HPS。HPS 的运动方程可以描述为:

$$A\ddot{x} + D\dot{x} + kg \sin x - \frac{3g}{R}(B-C)\cos x \sin x = F \cos \omega t \quad (27)$$

其中 $A=0.3$, $B=0.5$, $C=0.3$, 分别是平台的惯性矩, $D=0.4$ 是阻尼系数, $k=0.11559633$ 是加速度计的比例常数, $g=0.98$ 是重力加速度常数, $R=6378000$ 是地球的半径, $F \cos \omega t = 3.4 \cos 1.8t$ 是谐波扭矩。 x 是平台相对于地球的旋转。基于分数阶微分方程的定义, HPS 的分数阶模型给出为:

$$\begin{aligned} D^h x_1 &= x_2 \\ D^h x_2 &= -ax_2 - b \sin x_1 + c \sin x_1 \cos x_1 + l \cos(\omega t) + u(t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $h=0.4$, $a=\frac{4}{3}$, $b=3.776$, $c=4.6 \times 10^{-6}$, $l=\frac{3.4}{3}$, $\omega=8$ 。

令 $s_1 = x_1$, $s_2 = D^h s_1 = x_2$, 可知 $A(x) = -ax_2 - b \sin(x_1) + c \sin x_1 \cos x_1 + l \cos \omega t$, $B(x)=1$ 。设计如下的期望轨迹:

$$y_d = \begin{cases} \frac{1}{25}(5-t)^2, & 0 \leq t \leq 5 \\ 0, & t > 5 \end{cases} \quad (29)$$

选取预定追踪时间 $T_0=5$, 根据定理 1, 取 $k_1=k_2=k_3=k_4=1$, $\alpha_1=\alpha_2=2$, 设计控制器为:

$$u = D^{0.8}y_d - D^{-0.2}\left(\text{sign}(z_1) + [z_1]^2\right) - \text{sign}(s) - [s]^2 - A(x) \quad (30)$$

以 $(x_1(0), x_2(0)) = (2, 1)$ 为初始条件, 可以得到图 1 和图 2 的仿真结果, 从图 2 可知, 实际预定追踪时间大概为 1 min, 在规定的预定追踪时间内。与参考文献[18]中的有限时间控制方法相比, 本文提出的滑模跟踪控制方法可以使分数阶系统的输出在预定时间内收敛到期望轨迹。当期望轨迹 y_d 恒取 0 时, 该控制器可以实现对原系统的预定时间收敛控制, 相比于有限时间收敛和固定时间收敛, 该控制器对系统的收敛时间的控制效果更佳。

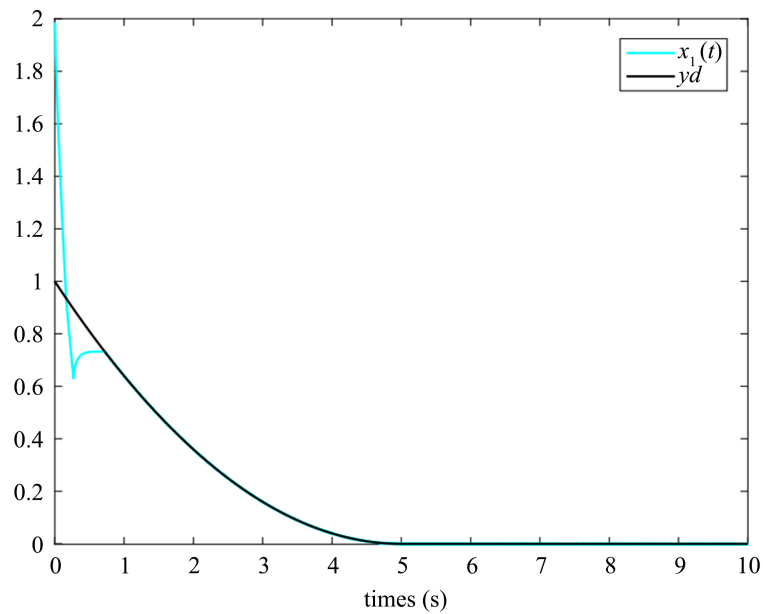


Figure 1. The output and desired trajectory of system (28)

图 1. 系统(28)的输出和期望轨迹

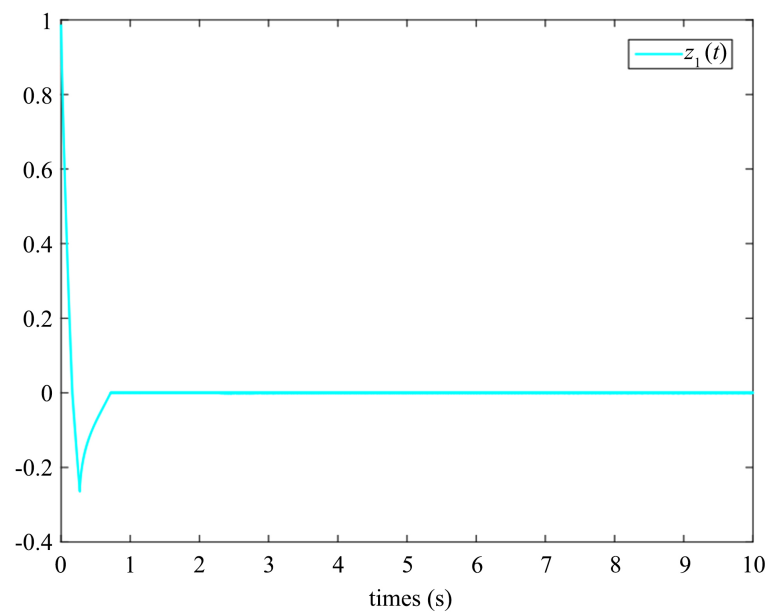


Figure 2. Output tracking error

图 2. 输出追踪误差

例子 2:

为了验证定理 2 的可行性, 这里我们选择一个二阶非线性系统:

$$\begin{aligned} D^h x_1 &= x_1 + x_2 \\ D^h x_2 &= x_1^2 + \sin x_2 + (1 + \sin^2 x_1)u \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $h=1$ 。令 $s_1 = x_1$, $s_2 = D^h s_1$, 系统(31)重新描述为:

$$\begin{aligned}\dot{s}_1 &= s_2 = x_1 + x_2 \\ \dot{s}_2 &= x_1 + x_1^2 + \sin x_2 + (1 + \sin^2 x_1)u\end{aligned}\quad (32)$$

在这个系统中, $A(x) = x_1 + x_1^2 + \sin x_2$, $B(x) = (1 + \sin^2 x_1)$ 。选取期望轨迹为:

$$y_d = \begin{cases} (1-t)^2, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}\quad (33)$$

选取预定追踪时间 $T_0 = 1$, 根据定理 2, 可取 $\mu = 0.1$, $\lambda = 1.5$, $\beta = 15$, $\alpha_1 = 2$, $k_1 = 4$, $k_2 = 4$, 控制器设计为:

$$u = B(x)^{-1} \left(D^2 y_d - D^1 \left(15 \lfloor z_1 \rfloor^{1.5z_1^2/1+0.1z_1^2} \right) - 4 \operatorname{sign}(s) - 4 \lfloor s \rfloor^2 - A(x) \right)\quad (34)$$

其中滑模面 s 设计为

$$s = D^1 z_1 + D^0 \left(\beta \lfloor z_1 \rfloor^{1.5z_1^2/1+0.1z_1^2} \right)\quad (35)$$

通过设计控制器(34)并取初值为: $(x_1(0), x_2(0)) = (2, 5)$, 我们能得到图 3 的输出追踪轨迹, 追踪时间大概为 0.2 min, 从而可以验证定理 2 的有效性。

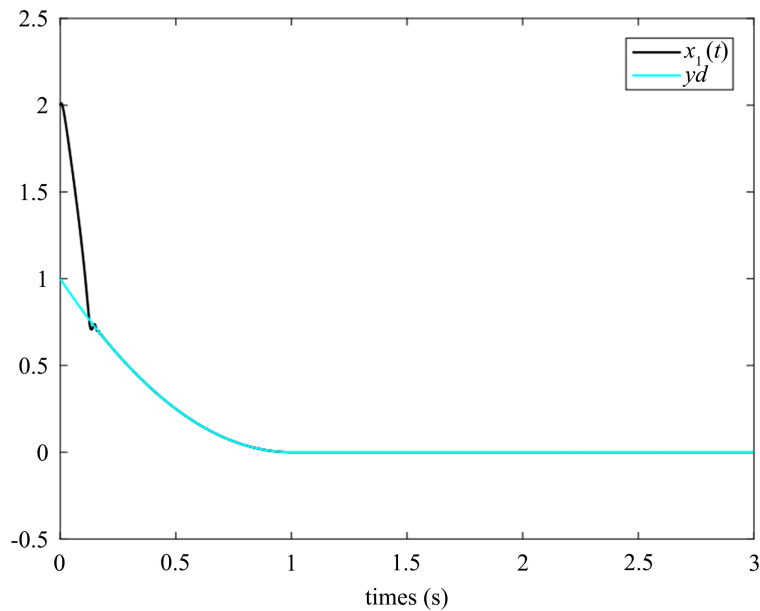


Figure 3. The output and desired trajectory of system (31)

图 3. 系统(31)的输出和期望轨迹

5. 结论

在本文中, 提出了一种滑模跟踪控制器, 使输出在预定时间内能够追踪到期望轨迹, 当期望轨迹恒等于 0 时, 该控制器能够使系统预定时间内收敛到原点。然而, 该算法存在一定局限性。对于越高维的系统, 分数阶阶数需要满足的范围越小。未来的工作可以考虑处理分数阶阶数范围限制的问题。

基金项目

该工作由四川省自然科学基金支持(No. 2023NSFSC0079)。

参考文献

- [1] Chen, Y., Wei, Y., Zhong, H. and Wang, Y. (2016) Sliding Mode Control with a Second-Order Switching Law for a Class of Nonlinear Fractional Order Systems. *Nonlinear Dynamics*, **85**, 633-643. <https://doi.org/10.1007/s11071-016-2712-6>
- [2] Hou, Q., Ding, S., Yu, X. and Mei, K. (2022) A Super-Twisting-Like Fractional Controller for SPMSM Drive System. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **69**, 9376-9384. <https://doi.org/10.1109/tie.2021.3116585>
- [3] Pouzesh, M. and Mobayen, S. (2022) Event-Triggered Fractional-Order Sliding Mode Control Technique for Stabilization of Disturbed Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles. *Aerospace Science and Technology*, **121**, Article ID: 107337. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107337>
- [4] Huang, S., Wang, J., Huang, C., Zhou, L., Xiong, L., Liu, J., *et al.* (2022) A Fixed-Time Fractional-Order Sliding Mode Control Strategy for Power Quality Enhancement of PMSG Wind Turbine. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, **134**, Article ID: 107354. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2021.107354>
- [5] Huang, S., Wang, J., Xiong, L., Liu, J., Li, P. and Wang, Z. (2022) Distributed Predefined-Time Fractional-Order Sliding Mode Control for Power System with Prescribed Tracking Performance. *IEEE Transactions on Power Systems*, **37**, 2233-2246. <https://doi.org/10.1109/tpwrs.2021.3117126>
- [6] Moulay, E., Lechappe, V., Bernuau, E. and Plestan, F. (2022) Robust Fixed-Time Stability: Application to Sliding-Mode Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **67**, 1061-1066. <https://doi.org/10.1109/tac.2021.3069667>
- [7] Tang, W.Q. and Cai, Y.L. (2011) High-Order Sliding Mode Control Design Based on Adaptive Terminal Sliding Mode. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **23**, 149-166. <https://doi.org/10.1002/rnc.1820>
- [8] Ding, S., Park, J.H. and Chen, C. (2020) Second-Order Sliding Mode Controller Design with Output Constraint. *Automatica*, **112**, Article ID: 108704. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.108704>
- [9] Kaplan, O. and Bodur, F. (2022) Second-Order Sliding Mode Controller Design of Buck Converter with Constant Power Load. *International Journal of Control*, **96**, 1210-1226. <https://doi.org/10.1080/00207179.2022.2037718>
- [10] Liu, L., Zheng, W.X. and Ding, S. (2020) High-Order Sliding Mode Controller Design Subject to Lower-Triangular Nonlinearity and Its Application to Robotic System. *Journal of the Franklin Institute*, **357**, 10367-10386. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2020.08.013>
- [11] Ni, J., Liu, L., Liu, C., Hu, X. and Li, S. (2017) Fast Fixed-Time Nonsingular Terminal Sliding Mode Control and Its Application to Chaos Suppression in Power System. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, **64**, 151-155. <https://doi.org/10.1109/tcsii.2016.2551539>
- [12] Krishnamurthy, P., Khorrami, F. and Krstic, M. (2020) A Dynamic High-Gain Design for Prescribed-Time Regulation of Nonlinear Systems. *Automatica*, **115**, Article ID: 108860. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2020.108860>
- [13] Zhou, B. and Shi, Y. (2021) Prescribed-Time Stabilization of a Class of Nonlinear Systems by Linear Time-Varying Feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **66**, 6123-6130. <https://doi.org/10.1109/tac.2021.3061645>
- [14] Ni, J., Liu, L., Liu, C. and Hu, X. (2017) Fractional Order Fixed-Time Nonsingular Terminal Sliding Mode Synchronization and Control of Fractional Order Chaotic Systems. *Nonlinear Dynamics*, **89**, 2065-2083. <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3570-6>
- [15] Binazadeh, T. (2016) Finite-Time Tracker Design for Uncertain Nonlinear Fractional-Order Systems. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, **11**, Article ID: 041028.
- [16] Polyakov, A. (2012) Nonlinear Feedback Design for Fixed-Time Stabilization of Linear Control Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **57**, 2106-2110. <https://doi.org/10.1109/tac.2011.2179869>
- [17] Ding, C., Ding, S. and Mei, K. (2024) Adaptive Prescribed-Time SOSM Controller Design for Nonlinear Systems with Prescribed Performance. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, **71**, 1311-1315. <https://doi.org/10.1109/tcsii.2023.3323661>
- [18] Aghababa, M.P. (2014) Chaotic Behavior in Fractional-Order Horizontal Platform Systems and Its Suppression Using a Fractional Finite-Time Control Strategy. *Journal of Mechanical Science and Technology*, **28**, 1875-1880. <https://doi.org/10.1007/s12206-014-0334-9>