Pure Mathematics 理论数学, 2025, 15(5), 325-332
Published Online May 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/pm
https://doi.org/10.12677/pm.2025.155181

Hans汉斯

基于熵权法与Topsis评价模型的城市旅游路线设计研究

张　舟[1]，王梦丹[1*]，李晓旭[2]

[1]湖南科技学院，理学院，湖南　永州
[2]湖南省永州市第一中学，湖南　永州

收稿日期：2025年4月17日；录用日期：2025年5月20日；发布日期：2025年5月31日

摘　要

随着旅游业与科学技术的快速发展，当前人们在规划旅行路线时日益重视科学方法的运用。本文研究了一种基于熵权法与Topsis评价模型的城市旅游路线设计优化方法。运用熵权-Topsis法建立评价模型，对352座城市进行评分。通过建立双目标规划模型，利用模拟退火算法求解，得出在有限时间内的最佳旅游路线。

关键词

旅行路线规划，Topsis评价模型，熵权法

Research on Urban Tourism Route Design Based on Entropy Weight Method and Topsis Evaluation Model

Zhou Zhang[1], Mengdan Wang[1*], Xiaoxu Li[2]

[1]School of Science, Hunan University of Science and Engineering, Yongzhou Hunan
[2]No. 1 Middle School of Yongzhou City, Hunan Province, Yongzhou Hunan

Received: Apr. 17th, 2025; accepted: May 20th, 2025; published: May 31st, 2025

Abstract

With the rapid development of the tourism industry and science and technology, people are

*通讯作者。

文章引用: 张舟, 王梦丹, 李晓旭. 基于熵权法与 Topsis 评价模型的城市旅游路线设计研究[J]. 理论数学, 2025, 15(5): 325-332. DOI: 10.12677/pm.2025.155181

increasingly emphasizing the application of scientific methods when planning travel routes. This paper studies an optimization method for urban tourism route design based on the entropy weight method and the Topsis evaluation model. By establishing an evaluation model using the entropy weight-Topsis method, 352 cities are scored. Through the establishment of a dual-objective programming model and the use of the simulated annealing algorithm for solution, the best travel route within a limited time is obtained.

Keywords

Travel Route Planning, Topsis Evaluation Model, Entropy Weight Method

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

随着社会经济的不断发展，人们的生活水平逐步提高，对生活品质的追求显著提升，促使旅游需求增加。对旅游者而言，旅游路线的规划是旅游开始前最重要的准备部分，一条合理旅游路线不仅可为游客节省多余的开支而且可以获得优越的游玩体验感，然而对于传统的旅游路线规划来说，不仅耗时费力，且最终的旅游体验感较差，对此急需改进[1]。伴随着科技的进步，旅游路线规划开始趋向于智能化、便捷化、个性化。例如，针对旅游路线规划缺乏个性化，且难以在较多约束条件下满足不同游客的需求，林诗博等设计出了一种 CGCL-LKH 优化模型[2]。为确保游客旅游体验感，催尚森等提出了使用 Hopfield 神经网络建立的优化模型，经过实验景点之间的迭代次数基本位于 250~350 之间，证明模型的可行性[3]。针对传统旅游路线推荐的目标单一化问题，郭兰博等建立了多目标约束模型，通过贪心算法求解，以此规划出旅游路线[4]。为同时满足游客个性化需求和经营者成本需求，郭艺登提出了，建立基于两阶段随机优化的旅游规划模型[5]。为使得旅游路线规划科学化和智慧化，刘芳提出了基于 Floyd 算法建立的多目标规划模型[6]。由此可见，在旅游路线规划中，如何提高游客的游玩体验感，同时减少时间和资金成本，且满足游客的个性化需求，有非常重要的现实意义。

与此同时，随着我国过境免签政策的落实，加上“ctiy 不 ctiy”一词火爆海内，越来越多的外国游客来到中国游玩。那么如何使外国游客在中国停留的有限时间内，实现体验感最佳的旅行，成为亟待解决的热点问题。

基于以上分析，本文主要研究外国游客的旅游路线设计问题。根据 2024 年华数杯全国大学生数学建模竞赛 C 题中附件所提供的数据，赛题中给出了外国游客游览全中国的高频城市 352 个，各城市的各个景点信息，在仅仅停留 144 个小时要求下，进行路线设计。首先，通过熵权-Topsis 模型对各城市景点评分，得出各城市的评分排名。然后，假设游客从广州入境，在城市和城市之间的出行方式选择高铁，在满足综合游玩体验最佳，游览的城市尽可能多的目标下，建立数学优化模型。最后，使用模拟退火算法进行求解，得到一条花费资金和时间少、游客游玩体验感最佳的旅游路线。

2. 景区旅游评价指标体系构建

评价指标应刻画被评价对象的特征与属性。每一项评价指标的选取均为从不同方面反应评价对象所具有的某种特征大小的度量。因此，在对全国 352 个城市进行综合评价，需要结合景点旅游实际，从城市规模、环境保护、人文底蕴、交通、气候以及餐饮六个方面构建城市旅游评价指标体系，如下图(见图 1)所示：

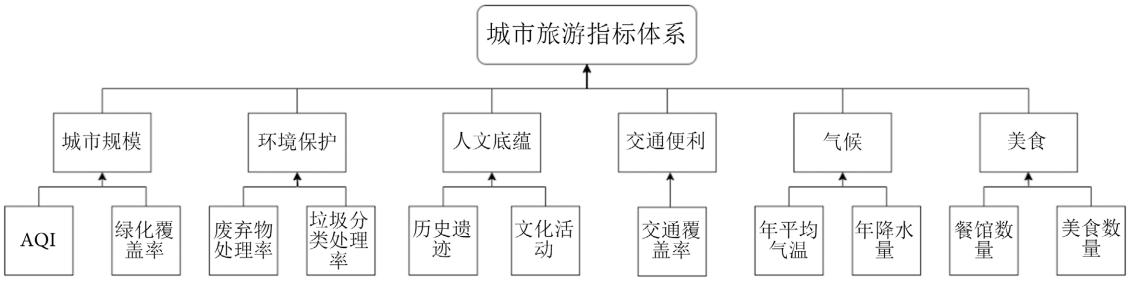

Figure 1. Urban tourism index system
图 1. 城市旅游指标体系

下面将建立合理的景区旅游评价指标体系模型，结合上述六个评价指标下评选出评分最佳的景点，其中所需考虑到每个景点的权重、信息熵、游玩费用、游玩时间等，下面是对城市之间的评价模型的符号说明：

1) 同向化处理：y_{ij}

对数据同向化处理，其目的是将不同方向的数据指标转化为统一方向，以便于比较和分析：

极小型指标：期望指标值越小越好，公式如下：

$$y_{ij}=\frac{x_{ij}-\min\left(x_{1j},x_{2j},\cdots,x_{nj}\right)}{\max\left(x_{1j},x_{2j},\cdots,x_{nj}\right)-\min\left(x_{1j},x_{2j},\cdots,x_{nj}\right)},$$

中间型指标：期望指标值既不要太大也不要太小，适当取中间值最好

$$y_{ij}=\frac{\left|x_{ij}-\dfrac{M-m}{2}\right|}{\max\left(x_{1j},x_{2j},\cdots,x_{nj}\right)-\min\left(x_{1j},x_{2j},\cdots,x_{nj}\right)},$$

其中，x_{ij} 表示第 i 种指标下第 j 个数据经过处理的值，M 表示数据中的最大值；m 表示数据中的最小值。

2) 概率矩阵：p_{ij}

根据正向矩阵计算出每个城市景点在不同指标下的总占比。

$$p_{ij}=\frac{z_{ij}}{\sum_{i=1}^{n}z_{ij}},$$

z_{ij} 表示第 i 种指标下第 j 个数据经过处理的值。

3) 信息熵：I_i

计算信息熵，是考虑到在游玩过程中城市的突发状况比如自然台风、梅雨以及冰霜等，如若信息熵越大则该城市发生突然状况的概率越大。

$$I_i=-\frac{1}{\ln n}\sum_{i=1}^{n}p_{ij}\ln\left(p_{ij}\right).$$

4) 城市与城市之间的欧式距离：d

计算城市与城市之间得欧式距离以便接下来计算出城市与城市之间的乘车费用以及乘车耗时。

$$\begin{aligned}d&=2r\arcsin\left(\sqrt{hav\left(\varphi_u-\varphi_v\right)+\cos\left(\varphi_v\right)\cos\left(\varphi_u\right)hav\left(\lambda_u-\lambda_v\right)}\right)\\&=2r\arcsin\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{\varphi_u-\varphi_v}{2}\right)+\cos\left(\varphi_v\right)\cos\left(\varphi_u\right)\sin^2\left(\frac{\lambda_u-\lambda_v}{2}\right)}\right),\end{aligned}$$

$\left(\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\right)$表示精度差；$(\lambda_2-\lambda_1)$表示纬度差；$r$表示地球的半径。

5) 正负理想解的欧式距离 d_{ij}^{+} 和 d_{ij}^{-}

计算正负理想解，即计算出在第 j 指标下第 i 个城市的对应的最大距离和最小距离。

$$d_{ij}^{+}=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(R_{ij}-r_j^{+}\right)^2},$$

$$d_{ij}^{-}=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(R_{ij}-r_j^{-}\right)^2},$$

d_{ik}^{+}表示正理想欧式距离，d_{ik}^{-}表示负理想欧式距离($i=1,2,\cdots,m$，$j=1,2,\cdots,t$)，R_{ij}表示加权标准化矩阵，r_i表示第 i 个指标的变异系数。

6) 旅行费用：P

在这里只考虑游客在旅行中乘车所花费的费用以及游客参观景区的门票费用，其中高铁行驶一共公里的费用是定值 k，那么满足

$$P=c_{uv}+y_u=d\cdot k+y_u,$$

$$k=0.32\ \text{km/元},$$

k 表示平均每公里乘坐的高铁费用，c_{uv} 表示从城市 u 到城市 v 的交通费用，y_u 表示城市 u 的门票费用。

7) 旅游时间：t

由于此次游客的旅行时间为 144 小时，且游客旅行时间由景点游玩时间和乘坐高铁所花费的时间，如若游客在乘坐高铁时花费的时间少那么在景区游玩的时间相应增加，则旅行的总时间 t 为

$$t=\sum_{u,v}x_{(u,v)}\left(\frac{d^{\tau}}{speed\,(u,v)}\eta+p_u\right),$$

d 表示城市 u 到城市 v 的欧式距离；τ 表示城市 u 到城市 v 高铁行驶路程相较于 Haversine 距离的修正量，在本文中取 1.4，$speed\,(u,v)$ 表示城市 u 到城市 v 之间的高铁平均行驶速度，在本文中均以 250 km/h 作为行驶速度；η 表示受高铁速度变化、交通工具接驳等候、交通工具换乘、进食等因素导致行程移动时间波动，本文中取 1.4；p_u 表示游客在城市 u 的景点游玩时间。

8) 起始点城市：x_{1v}

x_{1v} 本文城市起始点选择广州，其满足

$$\sum_{v}x_{1v}=1.$$

9) 每一个城市只游玩一个景点：

即保证每个城市游客进入和出去只有一次，满足

$$\sum_{u}\left(\sum_{v\neq u}x_{uv}-\sum_{v\neq u}x_{vu}\right)=1.$$

10) 评分最佳的 50 座城市：S

评分最佳的城市对游客的吸引力越强，且城市的各项指标评分排名靠前。

3. 基于熵权-Topsis 模型建立与求解

熵权-Topsis 评价模型建立：

3.1. 熵权法确定评价权重

熵权法是利用综合评价的数据所提供信息量大小来确定权重的方法，熵值可以用于判断指标的离散程度，熵值越小，指标的离散程度越大，则指标的权系数越大，即满足

$$w_i = \frac{1-I_i}{\sum_{j=1}^{m} 1-I_i} \ (j=1,2,\cdots,m).$$

3.2. 利用 Topsis 法计算综合评价得分

Topsis 法是一种通过逼近正、负理想解方式获得综合评价结果的定量分析方法，以便计算城市评价的相对贴近度，满足

$$C_{ik} = \frac{d_{ik}^{-}}{d_{ik}^{+} + d_{ik}^{-}}.$$

使用熵权法得到的每个指标的权重，与 Topsis 法结合计算出每个城市的综合评分。游客在选择游玩地时，总会根据“城市最佳景点游览原则”，且“每个城市只选择一个评分最高的景点游玩”的方式选取去游玩地，以此可初步提供游玩城市选择。

3.3. 熵权-Topsis 模型求解

由于 2024 年华数杯全国大学生数学建模竞赛 C 题中附件所提供的数据存在正负指向的差异性，所以在使用前需要进行预处理，剔除差异数据(根据赛题中给出得 352 个城市其各项指标数据需分别在国家环境监测总站、国家统计局、文化和旅游部、交通运输部、去哪儿网站、中国气象局以及大众点评中获得 AQI (空气质量指数、绿化覆盖率、废弃水处理率、美食活动频次等))。通过同向化处理，剔除数据中的异常值，并将不同趋向的数据转化为正向指标。然后，根据信息熵矩阵公式可以得到信息熵矩阵保留三位小数得：

$$I_i = (0.994 \quad 0.989 \quad 0.976 \quad 0.985 \quad \cdots \quad 0.942 \quad 0.977),$$

根据熵值公式可以得到使用熵权法后得到的每个指标的权重：

$$w_i = (0.010 \quad 0.020 \quad 0.044 \quad \cdots \quad 0.023 \quad 0.111 \quad 0.044),$$

使用熵权法得到的每个指标的权重，与 Topsis 法结合计算出每个城市的评分，其中评分靠前的 50 个城市如下表所示(见表 1)：

Table 1. Top 50 cities with the best ratings
表 1. 评分最佳的 50 座城市

城市名称				
贵阳	北京	重庆	上海	雅安
杭州	福州	苏州	深圳	大理
西安	成都	常德	潍坊	武汉
攀枝花	长沙	台州	扬州	惠州
三亚	恩施	雄安新区	南充	南京
安庆	丽江	定西	泸州	晋城
五家渠	呼和浩特	中山	楚雄州	沈阳

续表

儋州	济源	汕尾	广州	贺州
邵阳	嘉峪关	咸宁	朔州	通化
济南	临高	哈尔滨	东莞	琼海

4. 基于多模拟退火的双目标规划模型建立与求解

4.1. 双目标规划模型建立

由于要求游览时产生的门票和交通总费用尽可能地少，同时尽可能游览更多城市。引入决策变量 x_{uv}，记决策变量如下：x_{uv} 为 0~1 变量，

$$x_{uv}=\begin{cases}1, & \text{从城市 } u \text{ 到城市 } v \text{ 游玩}\\ 0, & \text{不从城市 } u \text{ 到城市 } v \text{ 游玩}\end{cases}$$

建立如下目规划模型：

目标函数：

$$\max Z_1=\sum_{u,v}x_{uv},$$

$$\min Z_2=\sum_{u,v}x_{uv}c_{uv}+\sum_{u}x_{uv}y_u,$$

式中：y_u 表示城市 u 的门票费用。

约束条件：

$$\sum_{v}x_{1v}=1,$$

$$\sum_{u}\left(\sum_{v\neq u}x_{uv}-\sum_{v\neq u}x_{vu}\right)=1\quad(u,v\in S),$$

$$\sum_{u,v}x_{uv}\left(\frac{d^{\tau}}{speed(u,v)}\eta+p_u\right)\leq 144.$$

4.2. 模拟退火求解

模拟退火算法是一种启发式优化算法，受到固体退火过程和李从庆所研究模拟退火可通过逐步优化单一来解决问题[7]的启发。该算法的基本思想是从某一较高初温出发，伴随温度参数的不断下降，结合一定概率突跳特性在解空间中随机寻找目标函数的全局最优解，即在局部最优解中能概率性地跳出并最终趋于全局最优(见图 2)。

模拟退火算法思路如下：

① 随机生成一个初始路径，表示旅行商依次访问城市的时间；

② 设定初始温度 $T=1000$，初始系统“温度”较高，容许接受较差的解；

③ 在解的基础上进行微小扰动，交换两个城市的顺序得到新解；

④ 计算新解的时间与当前解的时间之差 ΔE，判断 ΔE 是否大于 0；

⑤ 若 $\Delta E<0$，则接受新解，否则以 $\exp(-\Delta E/E)$ 的概率接受 M，作为新解；

⑥ 在每个迭代步骤后，降温速率为 0.003，温度足够低或达到最大迭代次数 100,000 程序结束。

根据模拟退火的计算流程，用 python 编程得到如下结果。在 144 个小时内要尽可能游玩尽可能多的

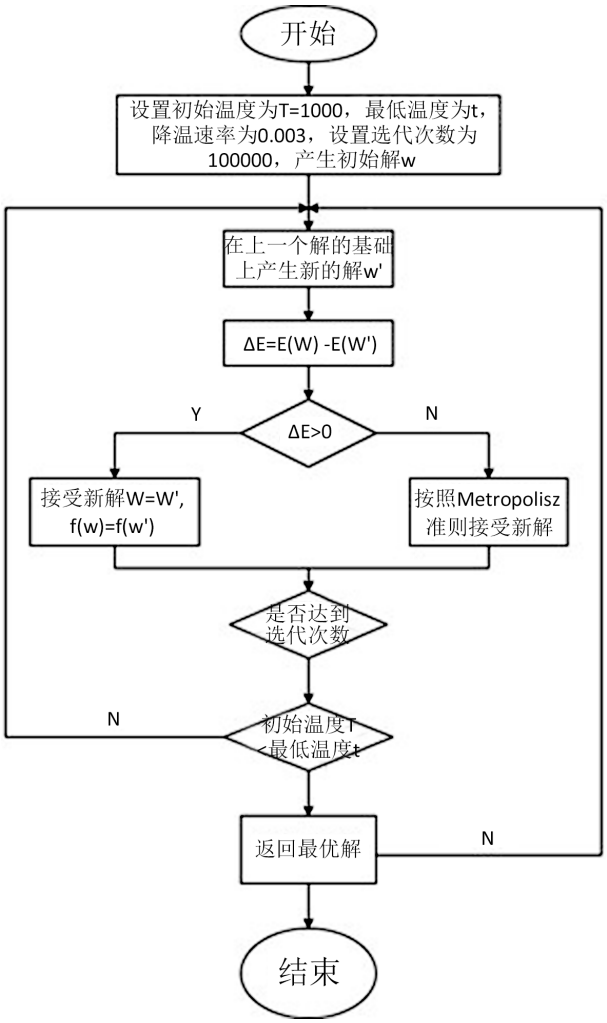

Figure 2. Simulated annealing flow chart
图 2. 模拟退火算法流程

城市，且门票费和交通费尽可能少的最佳旅游路线：广州→台州→上海→苏州→扬州→南京；此时游玩的城市数量为：6；旅游所花费的资金为：3649 元，总耗时 143.13 小时。

5. 结语

本文基于外国游客游玩中国的路线规划问题，建立熵权-Topsis 数学模型，应用模拟退火算法编程求解，设计出一条旅游最佳路线。该求解思路方法不仅能够融合在规划旅游路线时所需考虑的各项指标，而且可根据游客自身喜好合理规划路线，打破了传统的旅游路线在全局性和个性化只能满足一个的现状。

基金项目

湖南省普通高等学校教学改革研究项目《新工科背景下大学数学课程“课程思政”教学模式研究与实践》(项目编号：202401001372)，湖南省教育厅优秀青年科学研究项目《DC 复合拟凸规划近似对偶理论的研究》(项目编号：24B0743)，湖南省教育厅科学研究项目《广义严格对角占优矩阵的高效迭代算法研究》(项目编号：23C0342)，湖南科技学院 2024 年度大学生科研创新探索项目(编号 26)。

参考文献

[1] 马子钦. 基于群体智慧的旅游景点推荐与路线规划方法及应用[D]: [硕士学位论文]. 福州: 福州大学, 2022.

[2] 林诗博. 动态多约束条件下旅游路线规划问题研究及软件开发[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2024.

[3] 栗雪娟, 崔尚森, 张柯. 最佳旅游路线选择的神经网络方法[J]. 交通与计算机, 2006(5): 103-106.

[4] 郭兰博, 王振, 王严, 等. 基于多目标约束的旅游路线优化设计方法研究[J]. 测绘与空间地理信息, 2021, 44(7): 165-167.

[5] 郭艺. 基于两阶段随机优化模型的旅游行程推荐研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 东南大学, 2021.

[6] 刘芳, 李思凡, 张超平. 基于 Floyd 算法的景区游历路线规划问题[J]. 农村经济与科技, 2021, 32(3): 83-84, 126.

[7] 李从庆. 基于模拟退火算法的车辆取送货运输路径研究[J]. 郑州铁路职业技术学院学报, 2025, 37(1): 49-53.