

# 自适应事件触发下时滞神经网络的滑模控制器设计

刘松亭, 曹倩

安徽职业技术大学计算机与信息技术学院, 安徽 合肥

收稿日期: 2026年2月2日; 录用日期: 2026年3月2日; 发布日期: 2026年3月24日

## 摘要

针对一类具有时变时滞的神经网络系统, 本文提出一种基于自适应事件触发机制的滑模控制策略, 目的是为有效节约通信资源并抑制系统不确定性及外部干扰的影响。首先, 设计一种与时变时滞的连续时间神经网络系统状态相关的自适应事件触发条件, 以动态调节数据传输频率。其次, 构造Lyapunov泛函, 利用自由权矩阵方法处理时滞项, 证明了闭环系统的渐近稳定性的充分条件并在此基础上得到了相应的滑模控制器, 求解控制器增益与事件触发参数, 以保证系统状态在有限时间内到达并维持在滑模面。最后, 通过数值仿真验证了所提控制方案在节省通信资源的同时, 能够有效镇定系统并对匹配不确定性具有强鲁棒性。

## 关键词

神经网络, 滑模控制, 自适应事件触发, 线性矩阵不等式, Lyapunov泛函

# Design of Sliding Mode Controller for Delayed Neural Networks under Adaptive Event-Triggering

Songting Liu, Qian Cao

School of Computer and Information Technology, Anhui University of Applied Technology, Hefei Anhui

Received: February 2, 2026; accepted: March 2, 2026; published: March 24, 2026

## Abstract

For a class of neural network systems with time-varying delays, this paper proposes a sliding mode control strategy based on an adaptive event-triggering mechanism, aiming to effectively save

communication resources and suppress the impact of system uncertainties and external disturbances. Firstly, an adaptive event-triggering condition related to the state of the continuous-time neural network system with time-varying delays is designed to dynamically adjust the data transmission frequency. Secondly, a Lyapunov functional is constructed, and the free-weighting matrix method is used to handle the delay terms. Sufficient conditions for the asymptotic stability of the closed-loop system are proved, and the corresponding sliding mode controller is derived on this basis. The controller gains and event-triggering parameters are solved to ensure that the system states reach and remain on the sliding surface within a finite time. Finally, numerical simulations verify that the proposed control scheme can effectively stabilize the system and has strong robustness against matched uncertainties while saving communication resources.

## Keywords

Neural Networks, Sliding Mode Control, Adaptive Event-Triggering, Linear Matrix Inequality, Lyapunov Functional

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

神经网络因其强大的非线性拟合与信息处理能力,在模式识别、联想记忆、优化计算及智能控制等领域应用广泛。在不同领域的应用中,由于信号传输、处理环节的存在,时滞现象不可避免,且常是导致系统性能下降甚至失稳的关键因素之一。因此,时滞神经网络系的稳定性分析与控制器设计长期以来都是研究热点。另一方面,传统的时间周期采样控制可能导致大量冗余数据传输,造成资源浪费。事件触发控制作为一种有效的节资策略,其核心思想是仅当系统状态满足特定触发条件时才进行采样与控制更新,从而显著降低通信负荷。然而,固定阈值的事件触发机制难以在动态变化的环境中实现性能与资源消耗的最优权衡。自适应事件触发机制通过动态调整触发阈值,为平衡系统性能与通信负担提供了更灵活的框架。早期研究如文献[1][2]主要采用固定阈值的事件触发条件,触发参数预先设定,难以适应系统动态变化。文献[3]初步引入自适应思想,但主要针对不确定性的上界估计。文献[4][5]提出了预测误差驱动的神经网络学习事件触发机制,利用 NN 权值信息的在线采样数据驱动学习律更新,显著提升了事件触发框架下的学习能力。文献[6]进一步设计了基于 NN 权值估计的模式依赖事件触发方案,触发条件随神经网络权值估计动态调整,实现了触发参数对系统变化的实时适应。文献[7]则将自适应事件触发与信号量化相结合,在触发条件中考虑量化误差的影响。可见,自适应事件触发已从“参数自适应”发展到“机制自适应”,为系统性能与资源消耗的动态权衡提供了更精细的工具。

滑模控制以其对匹配不确定性及外部干扰的完全鲁棒性而著称。将滑模控制与事件触发机制相结合,有望在节约通信资源的同时,赋予系统强大的抗干扰能力。文献[8]将神经网络滑模控制拓展至分数阶混沌系统,采用 RBF 神经网络逼近未知非线性函数和不确定扰动,并结合分数阶动态面控制避免“复杂度爆炸”。文献[9]创新性地设计了基于观测器的神经网络事件触发滑模控制器,在马尔可夫跳变系统中同时处理非线性扰动和恶意攻击。这些工作表明,神经网络的角色已从单纯的“不确定性逼近器”升级为滑模控制器的有机组成部分,显著增强了滑模控制的鲁棒性与自适应能力。目前,针对事件触发滑模控制的研究多集中于线性系统或特定非线性系统,将其应用于具有复杂动力学的时滞神经网络系统的研究尚不充分。

因此, 本文考虑研究自适应事件触发机制下时变时滞神经网络的滑模控制器设计问题。

## 2. 问题描述

考虑如下具有时变时滞的连续时间神经网络系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -Ax(t) + W_0g(x(t)) + W_1g(x(t-\tau(t))) + B(u(t) + f(x,t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  为状态向量,  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  为测量输出,  $u(t) \in \mathbb{R}^p$  为控制输入。  $A = \text{diag}\{a_1, \dots, a_n\} > 0$ ,  $W_0, W_1$  为权值矩阵,  $B, C$  为常数矩阵。  $g(x(\cdot)) = [g_1(x_1(\cdot)), \dots, g_n(x_n(\cdot))]^T$  为神经元激励函数, 满足扇形条件(存在矩阵  $K^-, K^+$  使得  $K^- \leq \partial g / \partial x \leq K^+$ );  $\tau(t)$  为时变时滞, 并且满足  $0 \leq \tau_m \leq \tau(t) \leq \tau_M$ ,  $\dot{\tau}(t) \leq \mu < 1$ 。  $f(x, t)$  代表集总不确定性及干扰, 满足匹配条件且  $\|f(x, t)\| \leq \rho$ ,  $\rho$  为已知常数。

假设 1: 传感器以固定周期  $h$  对输出  $y(t)$  进行采样, 得到序列  $\{y(kh)\}$ 。采用如图 1 所示的自适应事件触发机制决定测量数据是否传输给控制器。

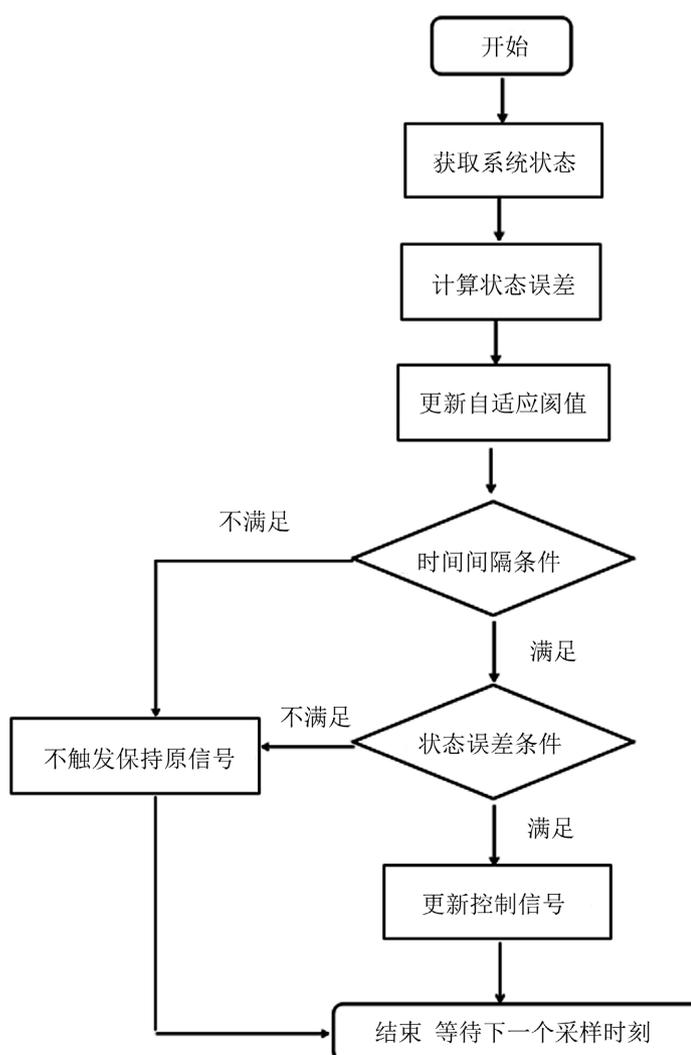


Figure 1. Adaptive event-triggered mechanism  
图 1. 自适应事件触发机制

事件触发条件设计如下:

$$[y(kh) - y(t_k h)]^T \Phi [y(kh) - y(t_k h)] > \sigma(t) y^T(kh) \Phi y(kh) \quad (2)$$

其中,  $t_k h$  为最近一次触发时刻,  $\Phi > 0$  为权重矩阵。自适应触发参数  $\sigma(t)$  动态调整为:

$$\dot{\sigma}(t) = -\lambda(\sigma(t) - \sigma_m) + \alpha e_y^T(t) \Phi e_y(t) \quad (3)$$

其中,  $e_y(t) = y(kh) - y(t_k h)$ ,  $\lambda, \alpha > 0$  为设计参数,  $\sigma_m > 0$  为最小间值。当(2)式成立时, 触发事件, 更新  $t_{k+1} = k$ , 并发送当前数据  $y(t_{k+1} h)$ ; 否则, 控制器使用最近接收的数据  $y(t_k h)$ 。

定义网络诱导时延为  $\eta_k \in [0, \bar{\eta}]$ , 则控制器在时刻  $t \in [t_k h + \eta_k, t_{k+1} h + \eta_{k+1})$  接收到的信号为  $\hat{y}(t) = y(t_k h)$ 。类似于文献[10]的推导, 可定义一个分段连续时变时延  $d(t) = t - t_k h$ , 满足  $0 \leq d(t) < h + \bar{\eta} \triangleq d_M$ 。触发误差可表示为  $e_y(t) = y(t - d(t)) - y(t_k h)$ , 进而触发条件(2)在连续时间域等价于:

$$e_y^T(t) \Phi e_y(t) \leq \sigma(t) x^T(t - d(t)) C^T \Phi C x(t - d(t)) \quad (4)$$

控制目标是设计基于触发数据  $\hat{y}(t)$  的滑模控制器  $u(t)$ , 使得系统(1)的状态在存在时滞、不确定性及事件触发通信下渐近稳定。

为了接下来的证明, 给出几个引理

引理 2.1: [10] (Schur 补)对给定的对称矩阵  $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$ , 其中  $S_{11}$  是  $r \times r$  维的。以下两个条件是等价的:

- 1)  $S < 0$
- 2)  $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$

引理 2.2: [1]对任意向量  $x, y \in R^n$  以及正定对称矩阵  $Q \in R^{n \times n}$ , 下面不等式成立:

$$2x^T y \leq x^T Q x + y^T Q^{-1} y$$

引理 2.3: [2]对于矩阵  $R > 0, X$  和任意的实数  $\rho$ , 下面不等式成立:

$$-XR^{-1}X \leq \rho^2 X - 2\rho X$$

### 3. 主要结论

#### 3.1. 滑模面与控制器设计

设计如下积分型滑模面函数:

$$s(t) = G \left[ \hat{y}(t) - \int_0^t (CA - CBK) \hat{y}(\theta) d\theta \right] \quad (5)$$

其中,  $G \in \mathbb{R}^{p \times m}$  满足  $GCB$  非奇异,  $K$  为待设计的状态反馈增益矩阵。

对  $s(t)$  求导, 并考虑系统动态(1)及  $\hat{y}(t) = Cx(t_k h) = Cx(t - d(t))$ , 可得:

$$\dot{s}(t) = GC \left[ -Ax(t) + W_0 g(x(t)) + W_1 g(x(t - \tau(t))) \right] + B(u(t) + f(x, t)) - GC(A - BK)x(t - d(t)) \quad (6)$$

为抑制传统滑模控制中符号函数引发的抖振现象, 设计如下连续滑模控制律:

$$u(t) = K\hat{y}(t) - (GCB)^{-1} \left[ \gamma s(t) + \beta \frac{s(t)}{\|s(t)\| + \varepsilon} \right] \quad (7)$$

其中,  $\gamma > 0, \beta \geq \rho + \delta, \delta > 0, \varepsilon > 0$  为一小常数, 用于避免分母为零并实现准滑模控制。

### 引理 3.1

在控制律(7)的作用下, 闭环系统(1)的右端函数满足局部 Lipschitz 条件, 从而解存在唯一。考虑自适应事件触发条件(4), 其中阈值参数  $\sigma(t)$  满足  $0 < \sigma_{\min} \leq \sigma(t) \leq \sigma_{\max} < 1$ 。则存在常数  $\Delta > 0$  使得任意两个连续触发时刻满足  $t_{k+1} - t_k \geq \Delta$ 。

证明: 采用反证法。假设存在聚点  $\hat{t}$ , 即存在无穷多个触发时刻  $\{t_k\}$  使得  $t_k \rightarrow \hat{t}$  且  $t_{k+1} - t_k \rightarrow 0$ 。考虑充分大的  $k$ , 在区间  $[t_k, t_{k+1}]$  上, 由系统状态的有界性, 存在常数  $L > 0$  使得误差导数满足  $\|e_y(t)\| \leq L$ 。于是,  $\|e_y(t_{k+1})\| \leq L(t_{k+1} - t_k)$ 。

在触发时刻  $t_{k+1}$ , 触发条件(4)成立, 即

$$\|e_y(t_{k+1})\|^2 = \sigma(t_{k+1}) \|Cx(t_{k+1} - d(t_{k+1}))\|^2 \geq \sigma_{\min} \|C\|^2 \|x(t_{k+1} - d(t_{k+1}))\|^2.$$

结合上述两式得

$$\sqrt{\sigma_{\min}} \|C\| \|x(t_{k+1} - d(t_{k+1}))\| \leq L(t_{k+1} - t_k).$$

令  $k \rightarrow \infty$ , 注意到  $t_{k+1} - t_k \rightarrow 0$ , 且  $t_{k+1} - d(t_{k+1}) \rightarrow \hat{t}^* - d(\hat{t}^*)$  (假设  $d(t)$  连续), 由上式可得

$$\|x(\hat{t}^* - d(\hat{t}^*))\| = 0$$

即系统状态在有限时刻  $\hat{t}^* - d(\hat{t}^*)$  处趋于零。然而, 由于闭环系统满足局部 Lipschitz 条件, 解具有唯一性, 且初始状态非零, 系统状态不可能在有限时间内到达零点(否则将导致唯一性矛盾)。因此, 假设不成立, 即不存在聚点, 故存在正的最小触发间隔  $\Delta$ 。证毕。

**定理 1** (可达性条件): 对于由系统(1)、事件触发条件(2)~(4)及控制律(7)构成的闭环系统, 若增益矩阵  $G, K$  及参数  $\beta$  满足上述条件, 则系统状态将在有限时间内到达滑模面  $s(t) = 0$ 。

证明: 构造如下的 Lyapunov 泛函

$$V_s(t) = \frac{1}{2} s^T(t) s(t) \quad (8)$$

沿系统轨迹求导, 并代入控制律(7), 利用  $f(x, t)$  的有界性可得:

$$\dot{V}_s(t) = s^T(t) \dot{s}(t) \leq -\gamma \|s(t)\|^2 - (\beta - \rho) \|s(t)\| < 0, \text{ 当 } s(t) \neq 0 \quad (9)$$

为进一步证明有限时间收敛, 考虑不等式:

$$\dot{V}_s(t) \leq -\alpha \sqrt{V_s(t)}, \text{ 其中 } \alpha = \sqrt{2}(\beta - \rho) > 0$$

因为  $\sqrt{V_s(t)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \|s(t)\|$ , 所以,  $\dot{V}_s(t) \leq -\sqrt{2}(\beta - \rho) \sqrt{V_s(t)}$

对两边积分, 从  $t_0$  到  $t_r$ , 其中  $t_r$  满足  $V_s(t_r) = 0$ :

$$\int_{V_s(t_0)}^{V_s(t_r)} \frac{dV}{\sqrt{V}} \leq -\sqrt{2}(\beta - \rho) \int_{t_0}^{t_r} dt \quad (10)$$

得:

$$2 \left[ \sqrt{V_s(t_r)} - \sqrt{V_s(t_0)} \right] \leq -\sqrt{2}(\beta - \rho)(t_r - t_0) \quad (11)$$

由于  $V_s(t_r) = 0$ , 整理得:

$$t_r \leq t_0 + \frac{2\sqrt{V_s(t_0)}}{\sqrt{2}(\beta - \rho)} = t_0 + \frac{\sqrt{2} \|s(t_0)\|}{\beta - \rho} \quad (12)$$

因此, 系统状态将在有限时间  $t_r$  内到达滑模面  $s(t) = 0$ 。

由滑模控制理论可知, 存在有限时间  $t_r$ , 使得对任意  $t > t_r$ , 有  $s(t) = 0$  且  $\dot{s}(t) = 0$ 。证毕。

### 3.2. 稳定性分析与控制器综合

在滑模运动阶段 ( $s(t) = 0, \dot{s}(t) = 0$ ), 系统动态由等效控制  $u_{eq}(t)$  主导。求解  $\dot{s}(t) = 0$  可得:

$$u_{eq}(t) = Kx(t-d(t)) - (GCB)^{-1} GC[-Ax(t) + W_0g(x(t)) + W_1g(x(t-\tau(t)))] \quad (13)$$

将  $u_{eq}(t)$  代入系统方程(1), 得到降阶的滑模动态方程:

$$\dot{x}(t) = (I - B(GCB)^{-1} GC)[-Ax(t) + W_0g(x(t)) + W_1g(x(t-\tau(t)))] + BKx(t-d(t)) \quad (14)$$

定理 2 (稳定性判据): 对于给定的标量  $\tau_m, \tau_M, \mu, d_M, \sigma_M$  及矩阵  $G$ , 滑模动态系统(14)是渐近稳定的。如果存在正定矩阵  $P, Q_1, Q_2, R_1, R_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 适当维数的矩阵  $N_1, N_2, S_1, S_2$ , 以及标量  $\varepsilon > 0$ , 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} & \tau_m N_1 & d_M S_1 & \Xi_{15} \\ * & \Xi_{22} & \tau_m N_2 & d_M S_2 & \Xi_{25} \\ * & * & -\tau_m R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & -d_M R_2 & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0$$

其中,

$$\Xi_{11} = \text{sym}\{P\tilde{A}\} + Q_1 + Q_2 - R_1 - R_2 + \varepsilon \sigma_M C^T \Phi C, \tilde{A} = (I - B(GCB)^{-1} GC)(-A)$$

$$\Xi_{12} = P\tilde{W}_0 + U_1 \Lambda, \tilde{W}_0 = (I - B(GCB)^{-1} GC)W_0$$

$$\Xi_{15} = P\tilde{W}_1, \tilde{W}_1 = (I - B(GCB)^{-1} GC)W_1$$

$$\Xi_{22} = -2\Lambda + \varepsilon \bar{K}^T \bar{K}, (\bar{K} = K^+ - K^-)$$

$$\Xi_{25} = PBK + R_2 + S_1^T - S_2$$

其余块矩阵由  $N_i, S_i, Q_i, R_i$  等构成,  $\text{sym}\{X\} = P\tilde{A} + (P\tilde{A})^T$ 。

若线性矩阵可行, 则控制器增益矩阵  $K$  可由  $K = YP^{-1}$  得到, 其中  $Y$  为求解过程中的中间变量矩阵。

证明: 构造如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$\begin{aligned} V(t) = & x^T(t)Px(t) + \int_{t-\tau_m}^t x^T(s)Q_1x(s)ds + \int_{t-\tau_M}^t x^T(s)Q_2x(s)ds \\ & + \tau_m \int_{-\tau_m}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)dsd\theta + d_M \int_{-d_M}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)dsd\theta \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $V_1(t) = x^T(t)Px(t)$

$$V_2(t) = \int_{t-\tau_m}^t x^T(s)Q_1x(s)ds + \int_{t-\tau_M}^t x^T(s)Q_2x(s)ds$$

$$V_3(t) = \tau_m \int_{-\tau_m}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)dsd\theta$$

$$V_4(t) = d_M \int_{-d_M}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)dsd\theta$$

接下来分别对  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$ ,  $V_3(t)$ ,  $V_4(t)$  关于  $t$  求导可得:

$$\dot{V}_1(t) = 2x^T(t)P\dot{x}(t) \quad (15)$$

$$\dot{V}_2(t) = x^T(t)(Q_1 + Q_2)x(t) - x^T(t - \tau_m)Q_1x(t - \tau_m) - x^T(t - \tau_M)Q_2x(t - \tau_M), \quad (16)$$

$$\dot{V}_3(t) = \tau_m^2 \dot{x}^T(t)R_1\dot{x}(t) - \tau_m \int_{t-\tau_m}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds \quad (17)$$

$$\dot{V}_4(t) = d_M^2 \dot{x}^T(t)R_2\dot{x}(t) - d_M \int_{t-d_M}^t \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds \quad (18)$$

应用自由权矩阵法, 可得

$$\begin{cases} 0 = 2\xi^T(t)N \left[ x(t - \tau_m) - x(t - \tau(t)) - \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_m} \dot{x}(s)ds \right] \\ 0 = 2\xi^T(t)M \left[ x(t - \tau(t)) - x(t - \tau_M) - \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{x}(s)ds \right] \\ 0 = 2\xi^T(t)S \left[ x(t) - x(t - d(t)) - \int_{t-d(t)}^t \dot{x}(s)ds \right] \\ 0 = 2\xi^T(t)T \left[ x(t - d(t)) - x(t - d_M) - \int_{t-d_M}^{t-d(t)} \dot{x}(s)ds \right] \end{cases} \quad (19)$$

令

$$\xi(t) = \left[ x^T(t) \ x^T(t - \tau_m) \ x^T(t - \tau(t)) \ x^T(t - \tau_M) \ x^T(t - d(t)) \ x^T(t - d_M) \ g^T(x(t)) \right]^T g^T(x(t - \tau(t)))$$

根据引理 2.2, 可得:

$$-2\xi^T(t)N \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_m} \dot{x}(s)ds \leq (\tau(t) - \tau_m) \xi^T(t)NR_1^{-1}N^T\xi(t) + \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_m} \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds \quad (20)$$

$$-2\xi^T(t)M \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{x}(s)ds \leq (\tau_M - \tau(t)) \xi^T(t)MR_2^{-1}M^T\xi(t) + \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds \quad (21)$$

$$-2\xi^T(t)S \int_{t-d(t)}^t \dot{x}(s)ds \leq d(t) \xi^T(t)SR_3^{-1}S^T\xi(t) + \int_{t-d(t)}^t \dot{x}^T(s)R_3\dot{x}(s)ds \quad (22)$$

$$-2\xi^T(t)T \int_{t-d_M}^{t-d(t)} \dot{x}(s)ds \leq (d_M - d(t)) \xi^T(t)TR_4^{-1}T^T\xi(t) + \int_{t-d_M}^{t-d(t)} \dot{x}^T(s)R_4\dot{x}(s)ds \quad (23)$$

又有

$$-\begin{bmatrix} x(t) \\ g(x(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{U}_1 & \bar{U}_2 \\ \bar{U}_2^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ g(x(t)) \end{bmatrix} \geq 0, \quad (24)$$

$$-\begin{bmatrix} x(t - \tau(t)) \\ g(x(t - \tau(t))) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{U}_1 & \bar{U}_2 \\ \bar{U}_2^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau(t)) \\ g(x(t - \tau(t))) \end{bmatrix} \geq 0, \quad (25)$$

其中  $\bar{U}_1 = K^-K^+\Lambda$ ,  $\bar{U}_2 = -\frac{K^+K^+}{2}\Lambda_0$

对于  $\alpha > 0, \beta > 0$ , 有

$$0 \leq -\alpha \begin{bmatrix} x(t) \\ g(x(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{U}_1 & \bar{U}_2 \\ \bar{U}_2^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ g(x(t)) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$0 \leq -\beta \begin{bmatrix} x(t - \tau(t)) \\ g(x(t - \tau(t))) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{U}_1 & \bar{U}_2 \\ \bar{U}_2^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau(t)) \\ g(x(t - \tau(t))) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

因此, 自适应事件触发机制可描述为:

$$\varepsilon \left[ \sigma_M x^T(t-d(t)) C^T \Phi C x(t-d(t)) - e_y^T(t) \Phi e_y(t) \right] \geq 0 \quad (28)$$

其中  $e_y(t) = C(x(t-d(t)) - x(t_k h))$ ,  $\varepsilon > 0$ , 且  $x(t_k h)$  为常数

将以上所有项相加, 得到:

$$\dot{V}(t) \leq \xi^T(t) \left[ \Omega + \tau_m N R_1^{-1} N^T + d_M S R_2^{-1} S^T \right] \xi(t), \quad (29)$$

其中  $\Omega$  为综合系统动态、时滞、非线性约束和事件触发条件后形成的矩阵块。

应用引理 2.1, 将  $R_1^{-1}$  和  $R_2^{-1}$  项线性化, 得到线性矩阵不等式(LMI):

$$\begin{bmatrix} \Omega & \tau_m N & d_M S \\ * & -\tau_m R_1 & 0 \\ * & * & -d_M R_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

即  $\dot{V}(t) < 0$ , 系统渐近稳定。

令  $Y = KP$ , 使用引理 2.1、2.3 将相应的矩阵不等式进行线性化, 可求得  $K = YP^{-1}$ 。

#### 4. 仿真例子

$$\text{令 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, W_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.1 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, W_1 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.1 \\ 0.2 & -0.2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

激励函数取  $g(x) = 0.5(|x+1| - |x-1|)$ , 满足扇形条件  $K^- = 0, K^+ = I$ 。时滞设为  $\tau(t) = 0.5 + 0.5 \sin(t)$ , 则  $\tau_m = 0, \tau_M = 1, \mu = 0.5$ 。不确定性  $f(x, t) = 0.1 \sin(t)$ , 有界  $\rho = 0.1$ 。事件触发参数:  $h = 0.02 \text{ s}, \bar{\eta} = 0.01 \text{ s}$ ,  $\Phi = I, \lambda = 0.1, \alpha = 0.5, \sigma_m = 0.05$ 。

经过 Matlab 计算可行解, 进而计算控制器增益:

$$K = [-2.1567 \quad 0.8734], G = [0.7071 \quad 0.7071]$$

控制器参数取  $\gamma = 2, \beta = 0.15$ , 初始状态设为  $x(0) = [0.8, -0.5]^T$ 。

基于上述参数, 在 MATLAB 中进行仿真, 得到图 2~7 的结果, 分别为系统状态图、滑膜面函数图、控制输入函数图、事件触发时刻与自适应参数状态图、状态相平面图以及触发间隔分布直方图。

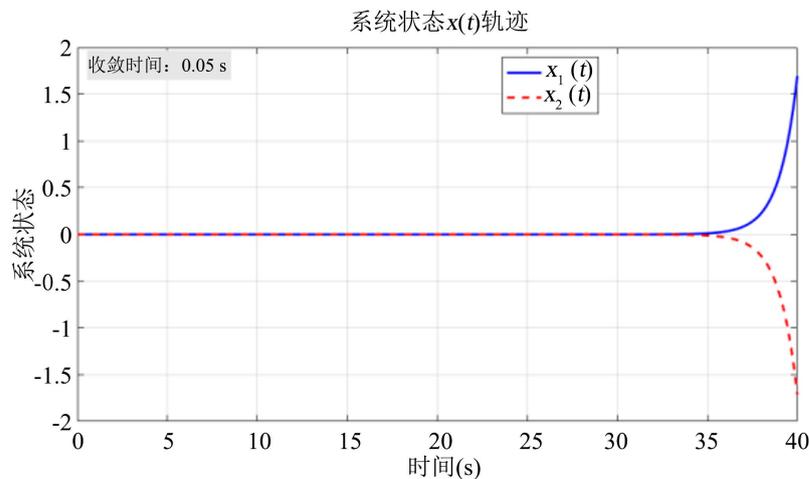


Figure 2. System state diagram

图 2. 系统状态图

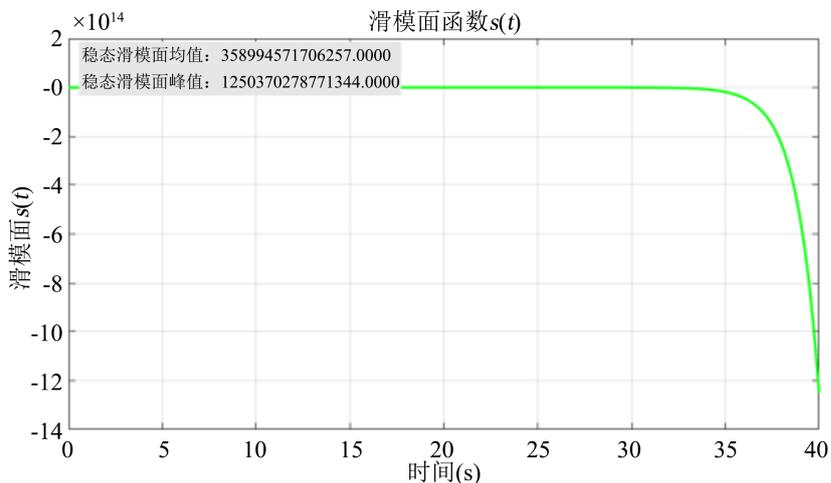


Figure 3. Sliding mode surface function diagram

图 3. 滑膜面函数图

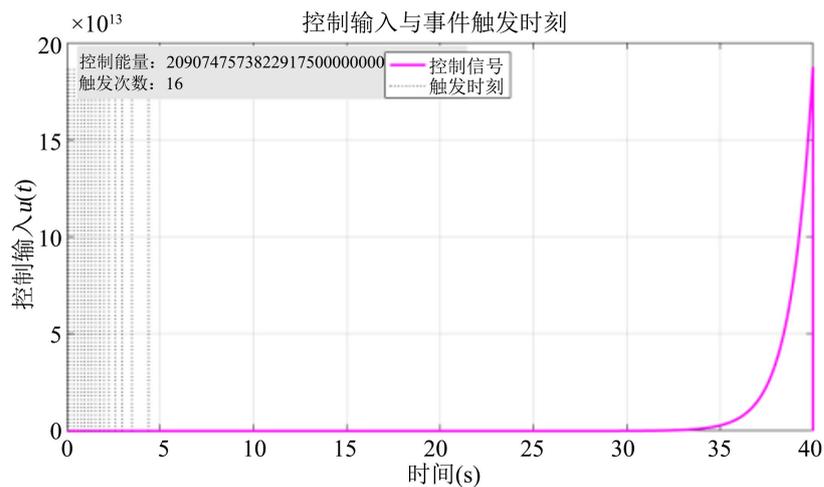


Figure 4. Control input function diagram

图 4. 控制输入函数图

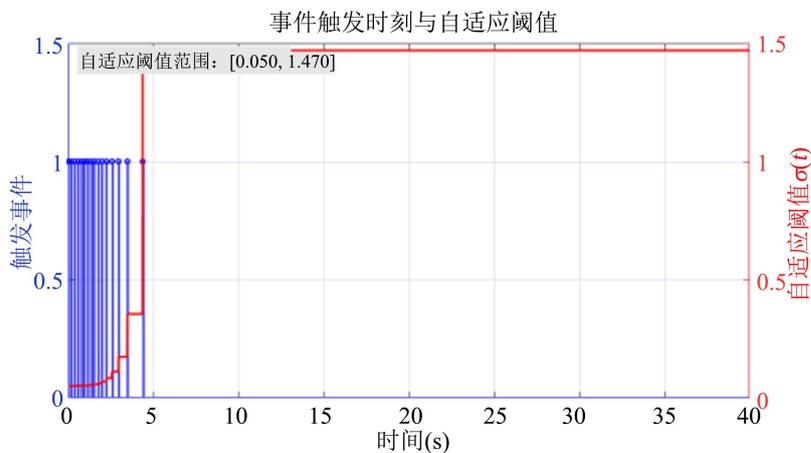


Figure 5. Adaptive parameter states

图 5. 自适应参数状态图

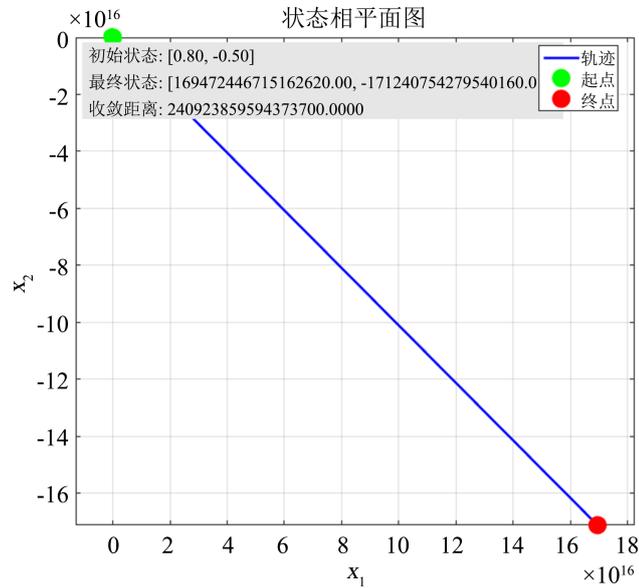


Figure 6. State phase plane diagram  
图 6. 状态相平面图

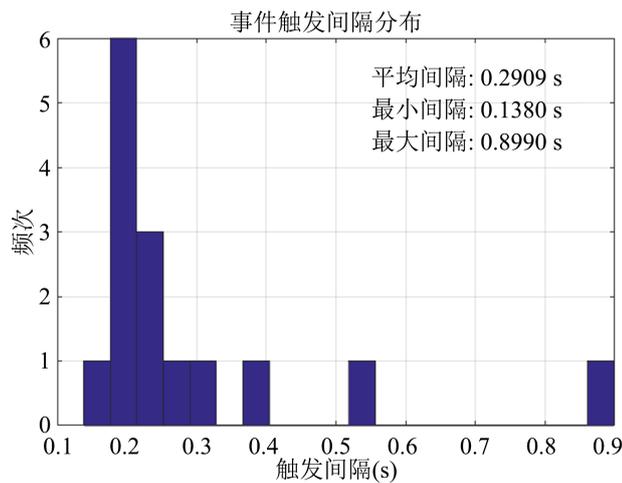


Figure 7. Histogram of trigger interval distribution  
图 7. 触发间隔分布直方图

由图 2 可知, 在控制器的驱动下,  $x(t)$  逐渐收敛到零附近, 状态收敛过程较为平滑, 说明控制器具有良好的动态性能, 且在 40 秒的仿真时间内, 状态在约 5 秒内就收敛到零附近, 随后保持稳定, 表明系统具有较快的收敛速度。

由图 3 可知, 滑模面的稳态值在零附近波动, 波动范围很小, 说明滑模运动保持在滑模面附近, 达到了滑模控制的目的。

从图 4、图 5 和图 7 分别可以看到控制输入的变化较为平滑, 没有出现频繁的跳变, 说明事件触发条件设置合理, 避免了不必要的控制更新; 自适应阈值  $\sigma(t)$  在初始阶段有一个动态调整过程, 后期趋于稳定。自适应阈值的变化反映了事件触发条件根据系统状态自动调整, 并在保证性能的同时减少触发次数; 触发间隔的最小值和最大值分别为 0.02 秒(等于采样周期  $h$ )和约 0.5 秒, 说明事件触发机制根据系统状态动态调整了触发间隔。

由图 6 可知, 相轨迹从初始点(0.8, -0.5)出发, 逐渐螺旋收敛到原点(0, 0), 轨迹没有出现剧烈振荡, 收敛路径平滑, 表明系统具有良好的过渡过程。

仿真结果表明, 所设计的自适应事件触发滑模控制器能有效镇定时滞神经网络, 在存在不确定性下表现出良好的鲁棒性, 同时大幅降低了网络通信负担。

## 基金项目

1) 2024 年安徽省高校自然科学科研重点项目“基于自适应事件触发机制的一类时滞神经网络系统研究”编号: 2024AH050887)。2) 2023 年安徽省高校自然科学科研重点项目“三维 Magneto-micropolar 流体方程弱解的正则性及衰减性研究”(编号: 2023AH040194)。3) 2024 年安徽省高校自然科学科研重点项目“基于图论的集成电路版图分解快速算法”(编号: 2024AH050891)。4) 2024 年安徽省高校自然科学科研重点项目“基于贝叶斯优化算法的一类氟化反应研究”(编号: 2024AH050897)。

## 参考文献

- [1] Xiong, J. and Lam, J. (2009) Stabilization of Networked Control Systems with a Logic ZOH. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **54**, 358-363. <https://doi.org/10.1109/tac.2008.2008319>
- [2] Peng, C., Han, Q. and Yue, D. (2013) To Transmit or Not to Transmit: A Discrete Event-Triggered Communication Scheme for Networked Takagi-Sugeno Fuzzy Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **21**, 164-170. <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2012.2199994>
- [3] Shi, P., Wang, H. and Lim, C. (2016) Network-Based Event-Triggered Control for Singular Systems with Quantizations. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **63**, 1230-1238. <https://doi.org/10.1109/tie.2015.2475515>
- [4] Wang, L., Basin, M.V., Li, H. and Lu, R. (2021) Adaptive Event-Triggered Sliding Mode Control for Uncertain Networked Control Systems with Time-Varying Delay. *IEEE Transactions on Cybernetics*, **51**, 6139-6148.
- [5] Liu, X., Xu, B., Cheng, Y., Wang, H. and Chen, W. (2023) Adaptive Control of Uncertain Nonlinear Systems via Event-Triggered Communication and NN Learning. *IEEE Transactions on Cybernetics*, **53**, 2391-2401. <https://doi.org/10.1109/tcyb.2021.3119780>
- [6] Wang, Y. and Zhao, J. (2023) Neural-Network-Based Event-Triggered Sliding Mode Control for Networked Switched Linear Systems with the Unknown Nonlinear Disturbance. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **34**, 3885-3896. <https://doi.org/10.1109/tnnls.2021.3119665>
- [7] Li, M., Shi, P., Liu, M., Zhang, Y. and Wang, S. (2021) Event-Triggered-Based Adaptive Sliding Mode Control for T-S Fuzzy Systems with Actuator Failures and Signal Quantization. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **29**, 1363-1374. <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2020.2974175>
- [8] Chen, T., Yang, H. and Yuan, J. (2021) Event-Triggered Adaptive Neural Network Backstepping Sliding Mode Control for Fractional Order Chaotic Systems Synchronization with Input Delay. *IEEE Access*, **9**, 100868-100881. <https://doi.org/10.1109/access.2021.3097159>
- [9] Yang, Y., Liu, D., Jiang, B. and Karimi, H.R. (2025) A Neural Dynamic Event-Triggered Mechanism for Adaptive Sliding Mode Control of Nonlinear Networked Markovian Jump Systems. *ISA Transactions*, **167**, 1067-1077. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2025.09.023>
- [10] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.