

切换正时滞系统的无扰切换控制

刘浩荣, 刘婷婷*, 赵一哲

西安工程大学理学院, 陕西 西安

收稿日期: 2026年3月2日; 录用日期: 2026年4月2日; 发布日期: 2026年5月26日

摘要

讨论切换正时滞系统的无扰切换控制问题。首先, 通过构造一类多分段Lyapunov函数, 设计一类具有驻留时间约束的状态依赖切换信号, 得到切换正时滞系统有限时间有界的充分条件; 其次, 设计一类状态反馈控制器, 得到闭环系统是有限时间有界的且满足无扰切换性能的充分条件; 最后, 给出一个数值例子验证所得结果的有效性。

关键词

切换正时滞系统, 有限时间有界, 无扰切换控制

Bumpless Transfer Control for Switched Positive Time-Delay Systems

Haorong Liu, Tingting Liu*, Yizhe Zhao

School of Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an Shaanxi

Received: March 2, 2026; accepted: April 2, 2026; published: May 26, 2026

Abstract

The bumpless transfer control of switched positive time-delay systems is discussed in this paper. Firstly, by constructing a class of multi-pieces Lyapunov function, a class of state-dependent switching signals with dwell-time constraints is designed, and a sufficient condition for finite-time boundedness of switched positive time-delay systems is obtained. Secondly, a class of state feedback controllers is designed, and a sufficient condition is obtained for the closed-loop system to be finite-time bounded and have bumpless transfer performance. Finally, a numerical example is presented to demonstrate the efficacy of the derived results.

*通讯作者。

Keywords

Switched Positive Time-Delay Systems, Finite-Time Boundedness, Bumpless Transfer Control

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

切换正时滞系统作为一类典型的混合系统，它是由至少一个正时滞子系统和切换信号组成的[1]。该系统被应用于各个领域，例如网络控制，编队飞行系统，航空航天系统等[2]-[4]。时滞的存在会对系统的性能产生一定的影响，甚至会使得系统不稳定[5]。与简单的时滞非切换系统或切换非时滞系统相比，切换与时滞同时存在的切换正时滞系统的动态行为更为复杂。Gao 等人研究了具有不确定模态的连续时变时滞正切换系统的混合控制策略问题，并将其推广到离散时间切换正时滞系统，得到了与时滞无关的镇定性条件[6]。

切换信号决定着子系统之间何时发生切换以及怎样切换。即使存在不稳定的子系统甚至所有子系统都是不稳定的，如果选择合适的切换信号，整个切换系统也可能是稳定的。近几十年，学者们探究了许多切换信号来研究切换系统的稳定性问题。如驻留时间(DT)、平均驻留时间(ADT)、加权平均驻留时间、模依赖平均驻留时间(MDADT)、可容许边依赖平均驻留时间(AED-ADT)等[7]-[11]。

在软件开发，云计算等各个领域，保障系统稳定性是一个重要的目标。迄今为止，Lyapunov 函数理论与切换信号结合的方法成为了研究切换系统稳定性的有力工具，如 Wang 等人讨论了一类带有时滞的离散时间切换正系统，利用前向平均驻留时间(FADT)切换信号，对系统的稳定性及异步镇定性进行分析[12]。Liu 等人通过构造了一个依赖于时滞的切换多 Lyapunov-Krasovskii 泛函，结合 Lyapunov-Krasovskii 泛函和 MDADT 方法，研究了具有外源扰动的切换时滞系统的有限时间事件触发控制问题，建立了保证闭环系统有限时间有界的充分条件[13]。

值得注意的是，不良的切换暂态性能不仅会劣化稳态特性，还可能导致系统正性丧失。其中，信号颠簸是作为切换系统特有的暂态现象，其普遍存在性使得无扰切换控制成为近几年的研究热点。Xie 等人提出了时滞依赖的无扰切换概念来描述切换时滞系统的暂态性能，通过设计一种时变切换控制器，以减小控制冲击[14]。Qi 等人设计了状态反馈控制器及具有驻留时间约束且依赖于状态的切换信号，得到了切换线性系统是指数稳定的，并且具有无扰切换性能的充分条件。进一步，他将该结果运用于涡扇发动机模型中，说明前述控制信号的有效性[15]。

本文基于 Lyapunov 函数理论与切换信号结合的方法，设计具有驻留时间约束且依赖于状态的切换信号，研究一类切换正时滞系统的有限时间有界和无扰切换控制问题。本文的理论意义与创新性主要体现在以下两个方面：

- 1) 将一种新颖的混合切换律(将依赖于状态的切换律与最小驻留时间约束相结合)运用到切换正时滞系统。该切换律在满足工程可实现性的前提下，实现系统在预设时间内达到目标状态。
- 2) 针对切换正时滞系统，统一处理有限时间有界性、状态依赖切换及无扰控制问题。基于所构造的线性 Lyapunov 函数，得到保证系统有限时间有界和无扰切换性能的充分条件，并给出控制器增益的具体形式。

本文结构安排如下：第一节给出系统描述及预备知识；第二节通过设计适当的 Lyapunov 函数，基于具有驻留时间约束且依赖于状态的切换信号，得到当 $u(t) = 0$ 时切换正时滞系统是有限时间有界的充分条件，进一步，设计状态反馈控制器，得到闭环系统是有限时间有界的且具有无扰切换性能的充分条件；第三节通过数值仿真来验证所得结果的有效性。

2. 系统描述及预备知识

本节主要对后文涉及的符号进行说明，并介绍研究系统所需的基础理论知识。

符号： \mathbf{R}^n 表示 n 维实数向量的集合，矩阵 A 的转置由 A^T 表示。 $L_1[0, \infty)$ 表示定义在区间 $[0, \infty)$ 上绝对可积的向量值函数的集合。 $\mathbf{1}_n$ 表示每一个分量等于 1 的列向量， $\mathbf{1}_{q \times q}$ 表示 $q \times q$ 阶的单位矩阵， $\|\mathbf{x}\|$ 表示向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 的 1-范数，即 $\|\mathbf{x}\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$ ，其中 x_i 表示向量 \mathbf{x} 的第 i 个元素。向量 $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^n$ ， $\mathbf{v} \succ 0$ ($\mathbf{v} \succeq 0$ ， $\mathbf{v} \prec 0$ ， $\mathbf{v} \preceq 0$) 表示向量 \mathbf{v} 中的任意一个元素均为正(非负，负，非正)。对于任意的矩阵 $A \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ， $A \succ 0$ ($A \succeq 0$) 表示矩阵 A 的每一个元素均为正(非负)。 $\bar{\xi}$ 和 $\underline{\xi}$ 分别表示向量 ξ 中最大和最小的元素。 $\min\{\cdot\}$ 表示集合 $\{\cdot\}$ 的最小值。

考虑如下切换线性时滞系统：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t) + A_{d\sigma(t)}\mathbf{x}(t-d) + B_{\sigma(t)}\mathbf{u}(t) + W_{\sigma(t)}\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{x}(\theta) = \boldsymbol{\varphi}(\theta), \theta \in [-d, 0], \end{cases} \quad (1)$$

其中， $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量； $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入； $d > 0$ 表示常时滞，外源扰动 $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^w$ 属于 $L_1[0, +\infty)$ 。 $\forall i \in M$ ， A_i, B_i, W_i 是具有适当维数的已知矩阵。设切换序列为 $\Omega = \{t_0 = 0, t_1, \dots, t_k, \dots\}$ ，即当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时，第 $\sigma(t) = \sigma_k$ 个子系统被激活，其中 $\sigma_k \in M = \{1, 2, \dots, q\}$ ， q 表示子系统的个数。

为了避免芝诺行为，设计切换信号 $\sigma(t)$ 满足如下两个条件：

- 1) 在两个相邻切换时刻之间存在一个最小驻留时间，即

$$t_{k+1} - t_k \geq \tau_{\sigma_k} > 0, \sigma_k \in M。$$

- 2) 对于给定的切换时刻 t_k 且 $\sigma_k = \sigma(t_k)$ ，下一个切换时刻为

$$t_{k+1} = \inf \{t : t \geq t_k + \tau_{\sigma_k}, \mathbf{x}^T(t) \mathbf{f}_j \leq \mathbf{x}^T(t) \mathbf{g}_{\sigma_k}, \text{对某个 } j \neq \sigma_k\},$$

显然，当 t_{k+1} 是无限的时候，切换将不会再次发生且 $\sigma(t) = \sigma_k, t \geq t_k$ 。

综上切换信号 $\sigma(t)$ 有如下形式：

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_k, & \text{若 } t \in [t_k, t_k + \tau_{\sigma_k}), \\ \sigma_k, & \text{若 } t \geq t_k + \tau_{\sigma_k} \text{ 且 } \mathbf{x}^T(t) \mathbf{f}_j \geq \mathbf{x}^T(t) \mathbf{g}_{\sigma_k}, j \neq \sigma_k, \\ \arg \min_{j \in M} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{f}_j, & \text{其他,} \end{cases} \quad (2)$$

本文设计如下状态反馈控制器：

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{d\sigma(t)}\mathbf{x}(t-d), t \in [t_k, t_{k+1}), \quad (3)$$

其中， $\mathbf{K}_{\sigma(t)}$ 表示控制器增益矩阵， $\mathbf{K}_{d\sigma(t)}$ 表示时滞控制器增益矩阵，在状态反馈控制器(2)下，闭环系统为：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \bar{A}_{\sigma(t)}\mathbf{x}(t) + \bar{A}_{d\sigma(t)}\mathbf{x}(t-d) + W_{\sigma(t)}\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{x}(\theta) = \boldsymbol{\varphi}(\theta), \theta \in [-d, 0], \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\bar{A}_{\sigma(t)} = A_{\sigma(t)} + B_{\sigma(t)}K_{\sigma(t)}$, $\bar{A}_{d\sigma(t)} = A_{d\sigma(t)} + B_{\sigma(t)}K_{d\sigma(t)}$ 。

定义 1 [16]: 考虑切换线性系统(1), 若对任意的非负初始条件 $x_0 \geq 0$, 输入 $u(t) \geq 0$, 外输入源扰动 $w(t) \geq 0$ 及任意切换信号 $\sigma(t)$, 系统的状态 $x(t) \geq 0, \forall t \geq 0$, 则称系统(1)是正的。

引理 1 [17]: A 是 Metzler 矩阵当且仅当存在常数 $\delta \geq 0$, 有 $A + \delta I \geq 0$ 成立。

引理 2 [18]: 系统(1)是正的, 如果 A_i 是 Metzler 矩阵, $A_{di} \geq 0, B_i \geq 0, W_i \geq 0, \forall i \in M$ 。

定义 2 [19]: 考虑切换正线性系统(1), 给定的切换信号 $\sigma(t)$, n 维向量 $\xi > 0$ 及正常数 c_1, c_2, T_f , 且 $c_1 < c_2$, 如果对任意的 $w(t)$ 满足 $\int_0^{T_f} \|w(t)\| dt \leq l, l > 0$, 有

$$\sup_{\theta \in [-d, 0]} x^T(\theta)\xi < c_1 \Rightarrow x^T(t)\xi < c_2, \forall t \in [0, T_f]$$

成立, 则称系统(1)关于 $(c_1, c_2, l, T_f, \sigma(t), \xi)$ 是有限时间有界的。

定义 3 [14]: 给定一个参考控制器 $u^*(t) = K^*x(t) + K_d^*x(t-d)$ 及常数 $\rho_1 > 0, \rho_2 > 0$, 如果有不等式

$$\|u^*(t) - u(t)\| \leq \rho_1 \|x(t)\| + \rho_2 \|x(t-d)\|$$

成立, 则称闭环系统(4)具有无扰切换性能。

注 1: 上述约束条件描述了在任意子系统的运行区间内对控制信号 $u(t)$ 的幅度限制。控制信号 $u^*(t) = K^*x(t) + K_d^*x(t-d)$ 是一个不影响系统的虚拟参考信号, 它无法使系统保持稳定。相反它通过限制各控制输入与参考控制输入的幅度差值, 间接限制了控制器 $K_jx(t) + K_{dj}x(t-d)$ 切换到 $K_ix(t) + K_{di}x(t-d)$ 的幅度变化, 理论上选择控制器增益只需确保无扰切换性能条件得到满足即可。

2. 主要结果

定理 1 考虑切换线性系统(1), 其中 $u(t) = 0$, 设 A_i 是 Metzler 矩阵, $A_{di} \geq 0, W_i \geq 0$, 给定正常数 $c_1, c_2, T_f, l, \alpha > \beta > 0, \forall i, j \in M$, 负常数 γ, ρ_{ij} , 向量 $\xi > 0$, 存在 n 维实向量 $f_i > 0, g_i > 0, \mathfrak{g}_i > 0$, 常数 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, 使得

$$A_i^T f_i + e^{ad} \mathfrak{g}_i - \alpha f_i \leq 0, \tag{5}$$

$$A_{di}^T f_i - \mathfrak{g}_i \leq 0, \tag{6}$$

$$W_i^T f_i + \gamma \mathbf{1}_q \leq 0, \tag{7}$$

$$A_i^T g_i + e^{ad} \mathfrak{g}_i + \beta g_i + \sum_{j=1}^q \rho_{ij} (f_j - g_i) \leq 0, \tag{8}$$

$$A_{di}^T g_i - \mathfrak{g}_i \leq 0, \tag{9}$$

$$W_i^T g_i + \gamma \mathbf{1}_q \leq 0, \tag{10}$$

$$\varphi_1 \mathbf{1}_n \leq g_i \leq f_i \leq \varphi_2 \mathbf{1}_n, \mathfrak{g}_i \leq \varphi_3 \mathbf{1}_n, \tag{11}$$

$$\bar{\xi} \left[\mu^{\frac{2T_f + \bar{\tau}}{\tau}} e^{\frac{\alpha \bar{\tau} T_f}{\tau}} (\varphi_2 + e^{ad} d \varphi_3) c_1 - \mu^{\frac{2T_f + \bar{\tau}}{\tau}} e^{\frac{\alpha \bar{\tau} T_f}{\tau}} \bar{\xi} \gamma l \right] \leq \varphi_1 \bar{\xi} c_2, \tag{12}$$

$$f_j \leq \mu g_i, \mathfrak{g}_j \leq \mu \mathfrak{g}_i, j \neq i, \tag{13}$$

成立, 其中 $\mu \geq 1, \bar{\tau} = \max_{j \in M} \{\tau_j\}, \tau = \min_{j \in M} \{\tau_j\}$, 那么切换系统(1)在切换信号(2)下是正的, 关于 $(c_1, c_2, l, T_f, \sigma(t), \xi)$ 是有限时间有界的。

证 由引理 2 知, 由于 A_i 是 Metzler 矩阵, 且 $A_{di} \geq 0$, $W_i \geq 0$, 所以系统(1)是正的。下面证明系统(1)是有限时间有界的, 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_{\sigma(t)}(t) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{h}_{\sigma(t)} + \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathcal{G}_{\sigma(t)} dv, \tag{14}$$

$$\mathbf{h}_{\sigma(t)} = \begin{cases} \mathbf{f}_{\sigma(t_k)}, t \in [t_k, t_k + \tau_{\sigma_k}), \\ \mathbf{g}_{\sigma(t_k)}, t \in [t_k + \tau_{\sigma_k}, t_{k+1}). \end{cases}$$

为了书写方便, 不妨设 $\sigma_k = i$, $\sigma_{k+1} = j$ 。首先考虑当 $t \in [t_k, t_k + \tau_i)$ 时, 此时有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) &= \mathbf{x}^T(t) A_i^T \mathbf{f}_i + \mathbf{x}^T(t-d) A_{di}^T \mathbf{f}_i + \mathbf{w}^T(t) W_i^T \mathbf{f}_i \\ &\quad - \alpha \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathcal{G}_i dv + e^{\alpha d} \mathbf{x}^T(t) \mathcal{G}_i - \mathbf{x}^T(t-d) \mathcal{G}_i, \\ &t \in [t_k, t_k + \tau_i). \end{aligned}$$

结合(5)、(6)、(7)式有

$$\begin{aligned} &\dot{V}_i(t) - \alpha V_i(t) + \gamma \|\mathbf{w}(t)\| \\ &= \mathbf{x}^T(t) (A_i^T \mathbf{f}_i + e^{\alpha d} \mathcal{G}_i - \alpha \mathbf{f}_i) - (\alpha + \alpha) \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathcal{G}_i dv \\ &\quad + \mathbf{x}^T(t-d) (A_{di}^T \mathbf{f}_i - \mathcal{G}_i) + \mathbf{w}^T(t) (W_i^T \mathbf{f}_i + \gamma \mathbf{1}_q) \\ &\leq 0, \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{1}_q$ 表示每一个分量等于 1 的 q 维列向量。因此,

$$V_i(t) \leq e^{\alpha(t-t_k)} V_i(t_k) - \gamma \int_{t_k}^t e^{\alpha(t-v)} \|\mathbf{w}(v)\| dv, \quad t \in (t_k, t_k + \tau_{\sigma_k}). \tag{15}$$

其次, 当 $t = t_k + \tau_i$ 时, 若 $t_k + \tau_i < t_{k+1}$, 则由 Lyapunov 函数可知,

$$V_{\sigma(t_k+\tau_i)}(t_k + \tau_i) = \mathbf{x}^T(t_k + \tau_i) \mathbf{g}_i + \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathcal{G}_i dv.$$

若 $t_k + \tau_i = t_{k+1}$, 由切换规则(4)可知,

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t_k+\tau_{\sigma_k})}(t_k + \tau_i) &= V_j(t_{k+1}) = \mathbf{x}^T(t_{k+1}) \mathbf{f}_j + \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathcal{G}_j dv \\ &\leq \mu \mathbf{x}^T(t_{k+1}) \mathbf{g}_i + \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mu \mathcal{G}_i dv \\ &= \mu \mathbf{x}^T(t_k + \tau_i) \mathbf{g}_i + \mu \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathcal{G}_i dv. \end{aligned}$$

故当 $t_k + \tau_i \leq t_{k+1}$ 时, 有

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t_k+\tau_{\sigma_k})}(t_k + \tau_{\sigma_k}) &\leq \mu \mathbf{x}^T(t_k + \tau_{\sigma_k}) \mathbf{g}_i + \mu \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathcal{G}_i dv \\ &\leq \mu \mathbf{x}^T(t_k + \tau_{\sigma_k}) \mathbf{f}_i + \mu \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathcal{G}_i dv \\ &= \mu V_{\sigma(t_k+\tau_i)}((t_k + \tau_i)^-). \end{aligned} \tag{16}$$

再次, 当 $t \in (t_k + \tau_i, t_{k+1})$, 根据切换信号定义的(4)式可知 $\mathbf{x}^T(t) \sum_{j=1}^q \rho_{ij} (\mathbf{f}_j - \mathbf{g}_i) \geq 0$ 。结合式(8)、(9)、(10)

可得

$$\begin{aligned}
 & \dot{V}_i(t) + \beta V_i(t) + \gamma \|\mathbf{w}(t)\|_1 \\
 &= \mathbf{x}^T(t) (\mathbf{A}_i^T \mathbf{g}_i + e^{\alpha d} \mathfrak{G}_i + \beta \mathbf{g}_i) + \mathbf{x}^T(t-d) (\mathbf{A}_{di}^T \mathbf{g}_i - \mathfrak{G}_i) + \mathbf{w}^T(t) (\mathbf{W}_i^T \mathbf{g}_i + \gamma \mathbf{1}_q) \\
 & \quad + \mathbf{x}^T(t) \sum_{j=1}^q \rho_{ij} (\mathbf{f}_j - \mathbf{g}_i) + (\beta - \alpha) \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathfrak{G}_i dv \\
 & \leq \mathbf{x}^T(t) \left[\mathbf{A}_i^T \mathbf{g}_i + e^{\alpha d} \mathfrak{G}_i + \beta \mathbf{g}_i + \sum_{j=1}^q \rho_{ij} (\mathbf{f}_j - \mathbf{g}_i) \right] + \mathbf{x}^T(t-d) (\mathbf{A}_{di}^T \mathbf{g}_i - \mathfrak{G}_i) + \mathbf{w}^T(t) (\mathbf{W}_i^T \mathbf{g}_i + \gamma \mathbf{1}_q) \\
 & \leq 0
 \end{aligned}$$

因此, 有

$$V_i(t) \leq e^{-\beta(t-t_k-\tau_i)} V_i(t_k + \tau_i) - \gamma \int_{t_k+\tau_i}^t e^{-\beta(t-v)} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv, \quad t \in (t_k + \tau_{\sigma_k}, t_{k+1}). \quad (17)$$

最后, 当 $t = t_{k+1}$ 时, 有

$$\begin{aligned}
 V_{\sigma(t_{k+1})}(t_{k+1}) &= \mathbf{x}^T(t_{k+1}) \mathbf{f}_j + \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathfrak{G}_j dv \\
 &= \mathbf{x}^T(t_{k+1}) \mathbf{f}_j + \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathfrak{G}_j dv \\
 &\leq \mu \mathbf{x}^T(t_{k+1}) \mathbf{g}_i + \mu \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathfrak{G}_i dv \\
 &\leq \mu V_{\sigma(t_k)}(t_{k+1})^-.
 \end{aligned} \quad (18)$$

$\forall t \in [0, T_f]$, 不妨设 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 且 $t \geq t_k + \tau_{\sigma_k}$, 结合式(15)~(18)有

$$\begin{aligned}
 V_{\sigma(t)}(t) &\leq e^{-\beta(t-t_k-\tau_{\sigma_k})} V_{\sigma_k}(t_k + \tau_{\sigma_k}) - \gamma \int_{t_k+\tau_{\sigma_k}}^t e^{-\beta(t-v)} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \\
 &\leq e^{-\beta(t-t_k-\tau_{\sigma_k})} \left(\mu V_{\sigma_k}(t_k + \tau_{\sigma_k})^- \right) - \gamma \int_{t_k+\tau_{\sigma_k}}^t e^{-\beta(t-v)} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \\
 &\leq \mu e^{-\beta(t-t_k-\tau_{\sigma_k})} \left[e^{\alpha \tau_{\sigma_k}} V_{\sigma_k}(t_k) - \gamma \int_{t_k}^{t_k+\tau_{\sigma_k}} e^{\alpha(t_k+\tau_{\sigma_k}-v)} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] - \gamma \int_{t_k+\tau_{\sigma_k}}^t e^{-\beta(t-v)} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \\
 &\leq \mu e^{\alpha \bar{\tau}} V_{\sigma_k}(t_k) - \mu \gamma e^{\alpha \bar{\tau}} \int_{t_k}^{t_k+\tau_{\sigma_k}} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv - \mu \gamma e^{\alpha \bar{\tau}} \int_{t_k+\tau_{\sigma_k}}^t \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \\
 &\leq \mu e^{\alpha \bar{\tau}} \left[V_{\sigma_k}(t_k) - \gamma \int_{t_k}^t \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] \\
 &\leq \mu e^{\alpha \bar{\tau}} \left[\mu V_{\sigma(t_k^-)}(t_k^-) - \gamma \int_{t_k}^t \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] \\
 &\leq \mu e^{\alpha \bar{\tau}} \left[\mu \left(\mu e^{\alpha \bar{\tau}} V_{\sigma_{k-1}}(t_{k-1}) - \mu \gamma e^{\alpha \bar{\tau}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right) - \gamma \int_{t_k}^t \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] \\
 &\leq \mu^3 e^{2\alpha \bar{\tau}} \left[V_{\sigma_{k-1}}(t_{k-1}) - \gamma \int_{t_{k-1}}^{t_k} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv - \gamma \int_{t_k}^t \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] \\
 &\leq \mu^3 e^{2\alpha \bar{\tau}} \left[V_{\sigma_{k-1}}(t_{k-1}) - \gamma \int_{t_{k-1}}^t \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] \\
 &\leq \dots \\
 &\leq \mu^{2k+1} e^{k\alpha \bar{\tau}} \left[V_{\sigma_0}(0) - \gamma \int_0^t \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] \\
 &\leq \mu^{\frac{2T_f+\bar{\tau}}{\bar{\tau}}} e^{\frac{\alpha \bar{\tau} T_f}{\bar{\tau}}} \left[V_{\sigma_0}(0) - \gamma \int_0^t \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] \\
 &\leq \mu^{\frac{2T_f+\bar{\tau}}{\bar{\tau}}} e^{\frac{\alpha \bar{\tau} T_f}{\bar{\tau}}} \left[V_{\sigma_0}(0) - \gamma \int_0^{T_f} \|\mathbf{w}(v)\|_1 dv \right] \\
 &\leq \mu^{\frac{2T_f+\bar{\tau}}{\bar{\tau}}} e^{\frac{\alpha \bar{\tau} T_f}{\bar{\tau}}} \left[V_{\sigma_0}(0) - \gamma l \right], t \in [0, T_f],
 \end{aligned}$$

此时, $\bar{\tau} = \max_{p \in M} \{\tau_p\}, \underline{\tau} = \min_{p \in M} \{\tau_p\}$ 。

由(11)和式(14)可得, 当 $\sup_{\theta \in [-d, 0]} \mathbf{x}^T(\theta) \boldsymbol{\xi} < c_1$ 时, 有

$$V_{\sigma(t)}(t) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{h}_{\sigma(t)} + \int_{t-d}^t e^{-\alpha(t-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathfrak{G}_i dv \geq \frac{\underline{\varphi}_1}{\underline{\xi}} \mathbf{x}^T(t) \boldsymbol{\xi}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} V_{\sigma_0}(0) &= \mathbf{x}^T(0) \mathbf{h}_{\sigma(0)} + \int_{-d}^0 e^{-\alpha(-v-d)} \mathbf{x}^T(v) \mathfrak{G}_i dv \\ &\leq \mathbf{x}^T(0) \varphi_2 \mathbf{1}_n + \int_{-d}^0 e^{\alpha d} \mathbf{x}^T(v) \varphi_3 \mathbf{1}_n dv \\ &\leq \frac{\varphi_2}{\underline{\xi}} \mathbf{x}^T(0) \boldsymbol{\xi} + \frac{e^{\alpha d} \varphi_3}{\underline{\xi}} \int_{-d}^0 \mathbf{x}^T(v) \boldsymbol{\xi} dv \\ &\leq \frac{1}{\underline{\xi}} (\varphi_2 + e^{\alpha d} d \varphi_3) c_1, \end{aligned} \quad (20)$$

故 $\forall t \in [0, T_f]$, 结合式(19)、(20)及式(12), 当 $\sup_{\theta \in [-d, 0]} \mathbf{x}^T(\theta) \boldsymbol{\xi} < c_1$ 时, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T(t) \boldsymbol{\xi} &\leq \frac{\bar{\xi}}{\varphi_1} \mu^{\frac{2T_f + \underline{\tau}}{\underline{\tau}}} e^{\frac{\alpha \bar{\tau} T_f}{\underline{\tau}}} [V_{\sigma(0)}(0) - \gamma l] \\ &\leq \frac{\bar{\xi}}{\varphi_1} \mu^{\frac{2T_f + \underline{\tau}}{\underline{\tau}}} e^{\frac{\alpha \bar{\tau} T_f}{\underline{\tau}}} \left[\frac{1}{\underline{\xi}} (\varphi_2 + e^{\alpha d} d \varphi_3) c_1 - \gamma l \right] \\ &\leq c_2. \end{aligned}$$

因此切换正时滞系统(1)是关于 $(c_1, c_2, l, T_f, \sigma(t), \boldsymbol{\xi})$ 有限时间有界的。

接下来, 研究切换线性系统(1)在状态反馈控制器 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\sigma(t)} \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{d\sigma(t)} \mathbf{x}(t-d)$, $t \in [t_k, t_{k+1})$ 下的有限时间有界问题及无扰切换性能。

定理 2: 考虑切换线性系统(1), 设 $\mathbf{A}_{di} \geq 0$, $\mathbf{W}_i \geq 0$, $\mathbf{B}_i \geq 0$ 给定正常数 $c_1, c_2, b, T_f, l, \rho_1, \rho_2, \alpha > \beta > 0$, 负常数 γ, ρ_{ij} , 向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_i > 0$, $\boldsymbol{\xi} > 0$, 矩阵 $\mathbf{K}^*, \mathbf{K}_d^*$ 。若存在 n 维实向量 $\boldsymbol{\lambda}_i, \boldsymbol{\theta}_i, \mathbf{f}_i > 0, \mathbf{g}_i > 0, \boldsymbol{\vartheta}_i > 0$, 常数 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \delta_i > 0$, 使得 $\forall i, j \in M$ 有

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{f}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\lambda}_i^T + \delta_i \mathbf{I}_n \geq 0, \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{f}_i \mathbf{A}_{di} + \mathbf{B}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\theta}_i^T \geq 0, \quad (22)$$

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{f}_i + \boldsymbol{\lambda}_i - \alpha \mathbf{f}_i + e^{\alpha d} \boldsymbol{\vartheta}_i \leq 0 \quad (23)$$

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{g}_i + \boldsymbol{\lambda}_i + \beta \mathbf{g}_i + e^{\alpha d} \boldsymbol{\vartheta}_i + \sum_{j=1}^q \rho_{ij} (\mathbf{f}_j - \mathbf{g}_i) \leq 0 \quad (24)$$

$$\mathbf{A}_{di}^T \mathbf{f}_i + \boldsymbol{\lambda}_i - \boldsymbol{\vartheta}_i \leq 0 \quad (25)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{g}_i (\mathbf{K}^*) - \boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\lambda}_i^T \geq 0, \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{f}_i (\mathbf{K}^*)^T \mathbf{1}_m - \boldsymbol{\lambda}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{1}_m - b \mathbf{1}_n \leq 0, \quad (27)$$

$$b - \rho_1 \boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{f}_i \leq 0, \quad (28)$$

及(7)、(10)~(14)成立, 则存在一类状态反馈控制器:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\sigma(t)} \mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_{d\sigma(t)} \mathbf{x}(t-d) \quad (29)$$

其中, $K_{\sigma(t)} = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_{\sigma_k}^T B_{\sigma_k}^T f_{\sigma_k}} \varepsilon_{\sigma_k} \lambda_{\sigma_k}^T, t \in [t_k, t_k + \tau_{\sigma_k}) \\ \frac{1}{\varepsilon_{\sigma_k}^T B_{\sigma_k}^T g_{\sigma_k}} \varepsilon_{\sigma_k} \lambda_{\sigma_k}^T, t \in [t_k + \tau_{\sigma_k}, t_{k+1}) \end{cases}$, $K_{d\sigma(t)} = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_{\sigma_k}^T B_{\sigma_k}^T f_{\sigma_k}} \varepsilon_{\sigma_k} \theta_{\sigma_k}^T, t \in [t_k, t_k + \tau_{\sigma_k}) \\ \frac{1}{\varepsilon_{\sigma_k}^T B_{\sigma_k}^T g_{\sigma_k}} \varepsilon_{\sigma_k} \theta_{\sigma_k}^T, t \in [t_k + \tau_{\sigma_k}, t_{k+1}) \end{cases}$, 使得闭环系

统(4)是正的, 关于 $(c_1, c_2, l, T_f, \sigma(t), \xi)$ 是有限时间有界的, 且具有无扰切换性能。

证明:

1) 首先, 证明闭环系统(4)的正性, 由式(22)可得

$$\bar{A}_i + \delta_i I_n \geq A_i + \frac{1}{\varepsilon_i^T B_i^T f_i} B_i \varepsilon_i \lambda_i^T + \delta_i I_n \geq 0,$$

即 \bar{A}_i 是 Metzler 矩阵。

由式(23)及 $A_{di} \geq 0$, $B_i \geq 0$ 可得

$$\bar{A}_{di} = A_{di} + B_i K_{di} \geq A_{di} + \frac{1}{\varepsilon_i^T B_i^T f_i} B_i \varepsilon_i \theta_i^T \geq 0,$$

由引理 2 及 $\bar{A}_{di} \geq 0$ 可知闭环系统(3)是正的。

2) 证明闭环系统(4)是关于 $(c_1, c_2, l, T_f, \sigma(t), \xi)$ 有限时间有界的。

由式(13)、(23)~(25)可知

$$\begin{aligned} \bar{A}_i^T f_i - \alpha f_i + e^{\alpha d} \mathcal{F}_i &= (A_i + B_i K_i)^T f_i - \alpha f_i + e^{\alpha d} \mathcal{F}_i \leq A_i^T f_i + \lambda_i - \alpha f_i + e^{\alpha d} \mathcal{F}_i \leq 0, \\ \bar{A}_i^T g_i + \beta g_i + e^{\alpha d} \mathcal{F}_i + \sum_{j=1}^q \rho_{ij} (f_j - g_i) &= (A_i + B_i K_i)^T g_i + \beta g_i + e^{\alpha d} \mathcal{F}_i + \sum_{j=1}^q \rho_{ij} (f_j - g_i) \\ &\leq A_i^T g_i + \lambda_i + \beta g_i + \sum_{j=1}^q \rho_{ij} (f_j - g_i) + e^{\alpha d} \mathcal{F}_i \leq 0, \\ \bar{A}_{di}^T g_i - \mathcal{F}_i &\leq \bar{A}_{di}^T f_i - \mathcal{F}_i = (A_{di} + B_i K_{di})^T f_i - \mathcal{F}_i \leq A_{di}^T f_i + \lambda_i - \mathcal{F}_i \leq 0, \end{aligned}$$

结合式(7)、式(10)~(13)及定理 1 可得闭环系统(4)关于 $(c_1, c_2, l, T_f, \sigma(t), \xi)$ 是有限时间有界的。

3) 证明切换正系统(4)具有无扰切换性能。

由式(26)可知

$$\begin{aligned} &\|u^*(t) - u(t)\|_1 - \rho_1 \|x(t)\|_1 - \rho_2 \|x(t-d)\|_1 \\ &= x^T(t) \left[(K^* - K_i)^T \mathbf{1}_m - \rho_1 \mathbf{1}_n \right] + x^T(t-d) \left[(K_d^* - K_{di})^T \mathbf{1}_m - \rho_2 \mathbf{1}_n \right], \end{aligned} \tag{30}$$

结合式(27)、(28), 有

$$\begin{aligned} (K^* - K_i)^T \mathbf{1}_m - \rho_1 \mathbf{1}_n &\leq \frac{1}{\varepsilon_i^T B_i^T f_i} \varepsilon_i^T B_i^T f_i (K^*)^T \mathbf{1}_m - \frac{1}{\varepsilon_i^T B_i^T f_i} \lambda_i \varepsilon_i^T \mathbf{1}_m - \rho_1 \mathbf{1}_n \\ &\leq \frac{1}{\varepsilon_i^T B_i^T f_i} \left[\varepsilon_i^T B_i^T f_i (K^*)^T \mathbf{1}_m - \lambda_i \varepsilon_i^T \mathbf{1}_m - b \mathbf{1}_n \right] \\ &\leq 0 \end{aligned}$$

同理可得

$$(K_{di}^* - K_{di})^T \mathbf{1}_m \leq \rho_2 \mathbf{1}_n,$$

因此

$$\|u^*(t) - u(t)\| \leq \rho_1 \|x(t)\| + \rho_2 \|x(t-d)\|。$$

由定义(2)可知闭环系统(4)具有无扰切换性能。

算法 1: 控制器增益矩阵 K_i, K_{di} 的计算。

第一步: 给定 $c_1, c_2, b, T_f, l, \rho_1, \rho_2, \alpha > \beta > 0$, 负常数 γ, ρ_{ij} , 矩阵向量 $\varepsilon_i > 0, \xi > 0$ 矩阵 K^*, K_d^* 的值, 利用线性规划求解定理 2 的式(7)、(10)-(13)、(21)-(28), 求解得到 $f_i, g_i, \lambda_i, \theta_i$ 。

第二步: 利用 MATLAB 工具箱求解控制器增益矩阵的具体形式, 得到 K_i, K_{di} 的值。

3. 数值例子

考虑切换正时滞系统(1), 其中

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.15 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 2.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}, W_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -1.5 & 1 \\ 2 & -2.5 \end{bmatrix}, A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.15 & 0.1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.5 \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad M = \{1, 2\}。$$

给定扰动输入 $w(t) = (0.45 \sin(t))^2$ 及初始状态 $x_0 = [5, 3.3]^T$, 设 $c_1 = 0.2, c_2 = 10, T_f = 10, l = 1, \rho_{11} = \rho_{12} = \rho_{21} = \rho_{22} = -1, b = 0.3, \xi = [0.1, 0.2]^T, \varepsilon_i = 1, \gamma = -2, \alpha = 0.1, \beta = 0.05$ 。

1) 当 $u(t) = 0$ 时, 利用 Matlab 中的 LP 工具箱, 求解定理 1 的条件式(5)~(13), 得

$$\begin{aligned} f_1 &= \begin{bmatrix} 2.3296 \\ 1.8773 \end{bmatrix}, g_1 = \begin{bmatrix} 2.1825 \\ 1.6624 \end{bmatrix}, \vartheta_1 = \begin{bmatrix} 0.7961 \\ 0.7475 \end{bmatrix}, \varphi_1 = 1.4298, \\ f_2 &= \begin{bmatrix} 3.8171 \\ 2.0757 \end{bmatrix}, g_2 = \begin{bmatrix} 2.0534 \\ 1.0475 \end{bmatrix}, \vartheta_2 = \begin{bmatrix} 1.1357 \\ 1.1092 \end{bmatrix}, \varphi_2 = 1.3371, \\ & \varphi_3 = 0.7236. \end{aligned}$$

系统(1)的换信号由图 1 所示, 状态响应曲线如图 2 所示,

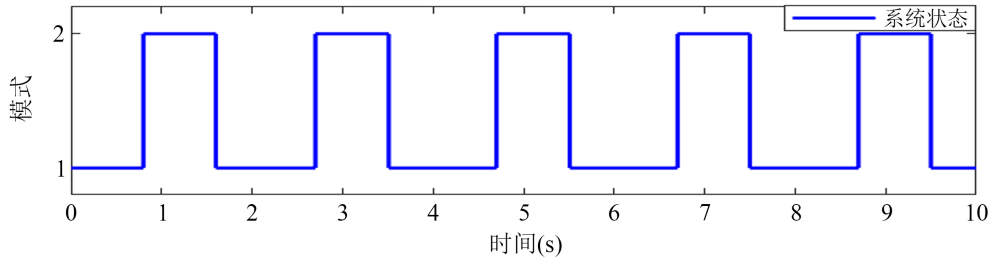


Figure 1. Switch signal $\sigma(t)$

图 1. 切换信号 $\sigma(t)$

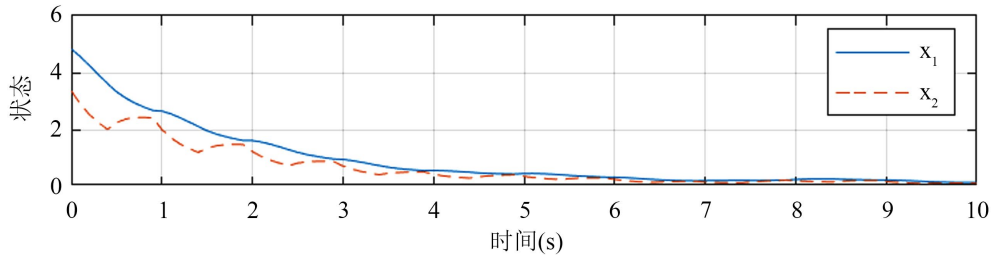


Figure 2. State response curve of system (1)

图 2. 系统(1)的状态响应曲线

2) 当 $u(t) \neq 0$ 时, 取参考控制器增益矩阵 $K^* = [-0.653 \quad -0.075]$, $K_d^* = [-0.142 \quad -0.082]$, 设无扰切换性能指标 $\rho_1 = 2$, $\rho_2 = 0.5$, 求解式(7)、(10)~(13)及式(21)~(28), 可得

$$\begin{aligned} f_1 &= \begin{bmatrix} 1.9285 \\ 0.9491 \end{bmatrix}, g_1 = \begin{bmatrix} 1.8344 \\ 1.1952 \end{bmatrix}, \mathfrak{g}_1 = \begin{bmatrix} 0.6278 \\ 0.5972 \end{bmatrix}, \lambda_1 = \begin{bmatrix} -2.6872 \\ -0.3000 \end{bmatrix}, \theta_1 = \begin{bmatrix} -1.1558 \\ -1.1427 \end{bmatrix}, \delta_1 = 4.3853, \\ f_2 &= \begin{bmatrix} 1.3653 \\ 1.6735 \end{bmatrix}, g_2 = \begin{bmatrix} 2.0046 \\ 1.6280 \end{bmatrix}, \mathfrak{g}_2 = \begin{bmatrix} 0.9724 \\ 0.9586 \end{bmatrix}, \lambda_2 = \begin{bmatrix} -2.3276 \\ -0.2492 \end{bmatrix}, \theta_2 = \begin{bmatrix} -2.7638 \\ -1.5317 \end{bmatrix}, \delta_2 = 6.4193, \\ \varphi_1 &= 0.9374, \varphi_2 = 0.9023, \varphi_3 = 0.4874. \end{aligned}$$

若 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时, $\sigma(t) = 1$, 则对应的控制器

$$K_1 = \begin{cases} [-0.5591 & -0.0624], t \in [t_k, t_k + \tau_1), \\ [-0.5525 & -0.0617], t \in [t_k + \tau_1, t_{k+1}), \end{cases} K_{d1} = \begin{cases} [-0.3231 & -0.2378], t \in [t_k, t_k + \tau_1), \\ [-0.3192 & -0.2349], t \in [t_k + \tau_1, t_{k+1}). \end{cases}$$

若 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时, $\sigma(t) = 2$, 则对应的控制器

$$K_2 = \begin{cases} [-0.6006 & -0.0643], t \in [t_k, t_k + \tau_1), \\ [-0.5236 & -0.0561], t \in [t_k + \tau_1, t_{k+1}), \end{cases} K_{d2} = \begin{cases} [-0.7131 & -0.3952], t \in [t_k, t_k + \tau_1), \\ [-0.6217 & -0.3445], t \in [t_k + \tau_1, t_{k+1}). \end{cases}$$

闭环系统(4)的状态响应曲线如图3所示

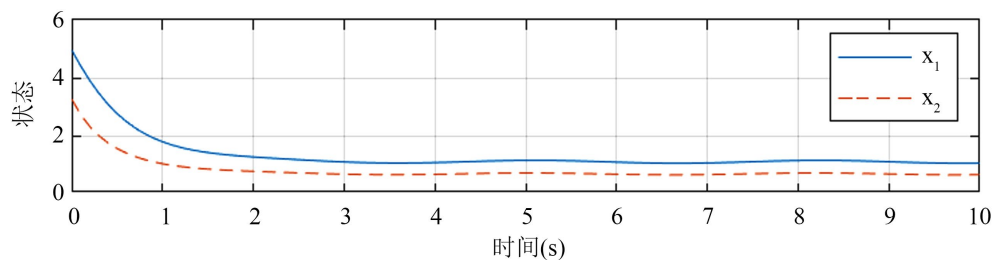


Figure 3. State response curve of closed-loop system (4)

图3. 闭环系统(4)的状态响应曲线

图4给出了不同子系统下控制输入的轨迹, 跳变幅度直接反映了切换对系统的扰动大小, 由图4可以看出, 无扰切换性能有效抑制了控制输入的剧烈振荡。

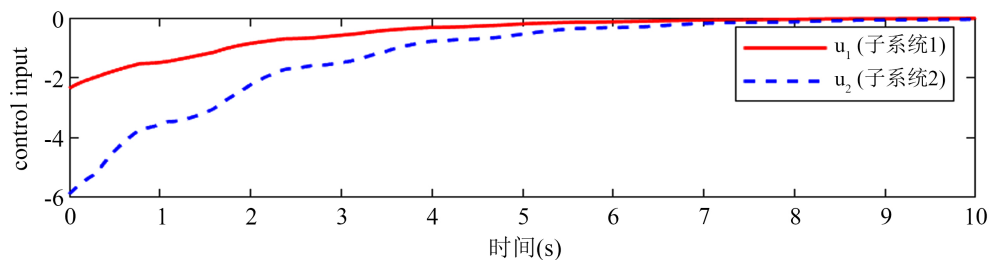


Figure 4. Control input trajectory

图4. 控制输入轨迹

4. 结束语

本文研究了切换正时滞系统的有限时间有界及无扰切换控制问题, 设计了一类状态反馈控制器, 基

于一种符合驻留时间为约束的状态依赖形式的切换信号, 给出了控制器增益的显性表达式, 得到了保证闭环系统正性及有限时间有界性的充分条件, 同时, 得到了满足无扰切换性能的充分条件, 该条件可以通过 Matlab 的 LP 工具箱求解。最后, 通过数值仿真验证了所提方法的可行性和有效性。

基金项目

陕西省科技厅自然科学基金基础研究计划项目(2021JQ-657)。

参考文献

- [1] Ni, J., Sheng, Y., Xiao, Q., Zeng, Z. and Huang, T. (2025) Stability of Partially Unstable Discrete-Time Switched Positive Nonlinear Systems with Delays. *Applied Mathematics and Computation*, **507**, Article 129591. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2025.129591>
- [2] Han, L., Wang, Y., Yan, Z., Li, X. and Ren, Z. (2024) Event-Triggered Formation Control with Obstacle Avoidance for Multi-Agent Systems Applied to Multi-UAV Formation Flying. *Control Engineering Practice*, **153**, Article 106105. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2024.106105>
- [3] Chang, Y., Zhai, G., He, Z. and Fu, B. (2024) A Note on Quadratic Performance of a Class of Switched Uncertain Nonlinear Systems. *Systems Science & Control Engineering*, **12**, Article 2395405. <https://doi.org/10.1080/21642583.2024.2395405>
- [4] Huang, T. and Sun, Y. (2020) Finite-Time Stability of Switched Linear Time-Delay Systems Based on Time-Dependent Lyapunov Functions. *IEEE Access*, **8**, 41551-41556. <https://doi.org/10.1109/access.2020.2977419>
- [5] Du, S., Dong, J., Li, X. and Qiao, J. (2022) Stability and Stabilization for Switched Positive Systems under a Weighted MDADT Method. *Journal of the Franklin Institute*, **359**, 3656-3670. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2022.03.001>
- [6] Cao, Z., Du, Y., Qiu, J., Zhang, A. and Liu, Z. (2023) Hybrid Control Strategy for Positive Switched Delay Systems with Unstable Modes. *Journal of the Franklin Institute*, **360**, 6211-6231. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2023.04.001>
- [7] Sun, T., Zhou, D., Zhu, Y. and Basin, M.V. (2020) Stability, \mathcal{L}_2 -Gain Analysis, and Parity Space-Based Fault Detection for Discrete-Time Switched Systems under Dwell-Time Switching. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **50**, 3358-3368. <https://doi.org/10.1109/tsmc.2018.2866876>
- [8] Yu, Q. and Yuan, X. (2022) Stability Analysis of Positive Switched Systems Based on a ϕ -Dependent Average Dwell Time Approach. *Journal of the Franklin Institute*, **359**, 145-159. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2020.07.052>
- [9] Yu, Q. and Lv, H. (2020) Stability Analysis for Discrete-Time Switched Systems with Stable and Unstable Modes Based on a Weighted Average Dwell Time Approach. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, **38**, Article 100949. <https://doi.org/10.1016/j.nahs.2020.100949>
- [10] Li, X., Shan, Y., Lam, H., Bao, Z. and Zhao, J. (2024) Exponential Stabilization of Polynomial Fuzzy Positive Switched Systems with Time Delay Considering MDADT Switching Signal. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **32**, 174-187. <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2023.3289650>
- [11] Wang, H., He, Y. and Zhang, C. (2021) Stability Analysis of Continuous-Time Switched Neural Networks with Time-Varying Delay Based on Admissible Edge-Dependent Average Dwell Time. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **32**, 5108-5117. <https://doi.org/10.1109/tnnls.2020.3026912>
- [12] 王龙浩, 刘婷婷. 切换正时滞系统的异步镇定性[J]. *智能计算机与应用*, 2025, 15(2): 128-132.
- [13] Liu, J. and Wang, E.Y. (2025) Finite-Time Event-Triggered Control of Switched Delay Systems. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, **45**, 1659-1683.
- [14] Xie, J., Jiang, P., Zhang, Y. and Yang, D. (2024) Bumpless Transfer Control for Switched Time-Delay Systems with Application to Aero-Engine Control. *Journal of the Franklin Institute*, **361**, Article 107289. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2024.107289>
- [15] Qi, S. and Zhao, J. (2020) Bumpless Transfer Control for Switched Linear Systems with Exponential Stability: A Dwell Time Guaranteed Method. *IET Control Theory & Applications*, **14**, 1968-1974. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2019.0784>
- [16] Du, S., Dong, J. and Wang, Y. (2021) Stability and Stabilisation for Switched Impulsive Positive Systems. *IET Control Theory & Applications*, **15**, 839-849. <https://doi.org/10.1049/cth2.12085>
- [17] Ju, Y., Meng, F. and Sun, Y. (2024) Stabilization and Controller Design of Positive Switched Linear Systems with All Subsystems Unstable. *Journal of Applied Mathematics and Computing*, **70**, 1263-1273. <https://doi.org/10.1007/s12190-024-01999-4>
- [18] Pan, S., Huang, S. and Shao, Y. (2023) Finite-Time Control of Nonlinear Impulsive Switched Positive Systems Based

on an Event-Triggered Controller. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, **43**, 729-749.
<https://doi.org/10.1007/s00034-023-02501-4>

- [19] Lin, P., Zhang, W., Wang, P. and Sun, Y. (2023) Finite-Time Bumpless Transfer Control of Switched Positive Systems. 2023 42nd Chinese Control Conference (CCC), Tianjin, 24-26 July 2023, 1516-1520.
<https://doi.org/10.23919/ccc58697.2023.10240264>