

SOLO分类理论下高考数学试题评析与 解题策略

——以2025新高考数学新课标I卷、II卷三角函数为例

孔佳嵘

广州大学附属中学英德实验学校, 广东 清远

收稿日期: 2026年7月25日; 录用日期: 2026年8月23日; 发布日期: 2026年9月17日

摘 要

本文基于SOLO分类理论, 聚焦三角函数模块对2025新高考数学新课标I卷、II卷高考试题进行分析和研究, 从两卷的试题结构分布上看, 较多题目处于“多点结构水平”和“关联结构水平”两个思维层次。2025年高考命题再度创新试题设计, 以三角函数设置问题情境, 考察学生的创新思维, 处于“关联水平”和“抽象扩展水平”思维层次之间的试题分值较以往有所提高。根据统计与分析, 总结并提出课堂教学应以促进学生思维从低阶向高阶迁移的建议, 从而实现提高教师课堂教学质量和学生思维能力的双重导向。

关键词

SOLO分类理论, 试题分析, 思维层次, 高考试题

Analysis and Problem-Solving Strategies of College Entrance Examination Mathematics Questions under the SOLO Taxonomy Theory

—Taking the Trigonometric Functions of the 2025 New College
Entrance Examination Mathematics Papers I and II as Examples

Jiarong Kong

Guangzhou University Affiliated Middle School Yingde Experimental School, Qingyuan Guangdong

Received: July 25, 2026; accepted: August 23, 2026; published: September 17, 2026

Abstract

Based on the SOLO Taxonomy, this paper focuses on the trigonometric function module to analyze and study the 2025 New College Entrance Examination Mathematics Papers I and II. From the structural distribution of the questions in both papers, many questions fall into two thinking levels: “multi-point structure level” and “associative structure level”. The 2025 College Entrance Examination question design innovated again, using trigonometric functions to set up problem scenarios and examine students’ innovative thinking. The scores for questions between the “associative level” and “abstract extension level” thinking levels increased compared to previous years. Based on statistics and analysis, suggestions are summarized and proposed that classroom teaching should promote the transfer of students’ thinking from lower to higher orders, thereby achieving a dual orientation of improving the quality of teachers’ classroom teaching and students’ thinking abilities.

Keywords

SOLO Taxonomy, Question Analysis, Thinking Levels, College Entrance Examination Questions

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

三角函数是高中数学知识体系中的关键内容，对培养学生的数学思维有着重要作用。《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》[1] (以下简称《课标》)在高考命题建议中指出“命题应依据学业质量标准 and 课程内容，注重对学生学科核心素养的考察，在命题时，不仅要强调基础性和综合性，也应有一定数量的应用问题，还应该包括开放性和探究性问题”。2025 年高考数学命题遵循人才选拔要求和高中数学课程标准，深化基础性考察、拓展思维深度，以综合性命题方式增加试卷覆盖面。

《课标》指出“日常评价不仅要关注学生的当前的数学学科核心素养，更要关注学生成长和发展过程”[1]。三角函数中蕴含的数形结合思想、函数与方程思想、转化和划归思想以及函数与方程思想等等，有助于培养学生的数学抽象、逻辑推理、数学建模等核心素养。随着 SOLO 分类理论的不断深入和拓展，通过对一系列的问题测试，它将学生的隐性思维以层级的形式外显出来，如今也获得教育界诸多专家和一线工作者们的认可。据此，本文应用 SOLO 分类理论对 2025、2024 年新高考数学新课标 I 卷、II 卷中三角函数模块进行梳理和分析，以期为奋斗在教育一线工作者们提供教学参考与建议。

2. 概念界定

SOLO 分类理论最初由比格斯提出，随着皮亚杰认知发展理论的进一步发展，SOLO 分类理论依托试题问题情境，将学生内隐性的思维发展通过层级的形式外显出来，即把学习者对某一具体问题的回答由低级到高级划分为前结构、单点结构、多点结构、关联结构和抽象拓展五个层次[2]，通过观测学习者思维方式的发展变化，反映其思维从低阶向高阶的进阶可视化。

3. 研究过程

1) 三角函数 SOLO 分类层次划分

为了让学生的学习结果和思维结构可视化, 本文利用 SOLO 分类理论对 2025 新课标 I 卷、II 卷的三角函数模块进行 SOLO 层次划分(如表 1 所示), 由于 SOLO 分类理论中前结构水平即学生表现为无法理解题目、回答与问题无关的内容或者缺乏逻辑等行为, 无法真正体现试题的层次[3], 因此, 前结构层级不考虑层次划分。最终, 三角函数试题的 SOLO 思维水平共分为 4 类, 分别是单点结构水平(Uni-structural level, U)、多点结构水平(Multi structural level, M)、关联结构水平(Relational level, R)、抽象拓展结构水平(Extended Abstract level, E)。详见表 1。

Table 1. SOLO level classification for trigonometric functions

表 1. 关于三角函数的 SOLO 水平划分

反应水平	所需知识点	划分特征	难度
单点结构水平(U)	1 个	问题情境简单, 试题联系的知识点单一, 由一个知识点即可得出结论, 对能力要求较低。	简单题
多点结构水平(M)	≥ 2 个	题目所考查知识点有两个或者两个以上时, 能列举多个独立要素, 但未建立联系或综合分析。	中等题
关联结构水平(R)	≥ 3 个	问题情境较复杂, 涉及三个或以上知识点, 能根据题目多个要素进行整合, 并能够分析其相互关系, 形成逻辑结论。	较难题
抽象拓展结构水平(E)	≥ 3 个	超越问题情境, 不仅能利用当前所学知识对试题进行抽象概括, 还能结合生活经验提出新的假设和批判性观点。	难题

2) 三角函数试题的 SOLO 思维水平划分

1、单点结构水平

例 1 (2025 全国 I 卷第 4 题)

若点 $(a, 0)$ ($a > 0$) 是函数 $y = 2 \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像的一个对称中心, 则 a 的最小值()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

解: 函数 $y = 2 \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的对称中心为 $\left(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}, 0\right)$ (k 为整数)。当 $k = 0$ 时, $a = \frac{\pi}{3}$, 这是满足 $a > 0$ 的最小值。故选 B

评析: 该题考察正切函数的图像与性质, 旨在明晰正切函数的对称中心公式, 学生可根据“三角函数的图像与性质”中正切函数的对称中心公式这一个知识点即可得到答案, 对学生来说, 试题情境较为熟悉, 属于单点结构水平试题。

例 2. (2025 全国 II 卷第 5 题)在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 2$, $AC = 1 + \sqrt{3}$, $AB = \sqrt{6}$, 则 $A = ()$

- A. 45° B. 60° C. 120° D. 135°

解: $\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AC \cdot AB} = \frac{(1 + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2 - 2^2}{2 \times (1 + \sqrt{3}) \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore A \in (0, \pi)$, 故 $A = \frac{\pi}{4}$ 。

评析: 例 2 考察余弦定理的推论, 通过该公式就可以得到答案, 情境熟悉、知识点单一, 因此本题属于单点结构水平。

2、多点结构水平

例 3. (2025 全国 II 卷第 8 题) 已知 $0 < \alpha < \pi$, $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = (\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

解: $\because \alpha \in (0, \pi)$, $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\therefore \cos \alpha = 2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = -\frac{3}{5}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

评析: 该题考察了二倍角公式、同角三角函数基本关系和差角正弦公式多个知识点, 题目难度中等, 学生对该试题情境熟悉, 只需要利用孤立的知识点便可解决问题, 因此本题 SOLO 思维层次属于多点结构水平。

3、关联结构水平

例 4 (2025 全国 I 卷第 11 题) 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}$, 若 $\cos 2A + \cos 2B + 2\sin C = 2$,

$\cos A \cos B \sin C = \frac{1}{4}$, 则 $(\quad)$

- A. $\sin C = \sin^2 A + \sin^2 B$ B. $AB = \sqrt{2}$ C. $\sin A + \sin B = \frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $AC^2 + BC^2 = 3$

解析:

$\cos 2A + \cos 2B + 2\sin C = 2 \Rightarrow 2\sin C = 1 - \cos 2A + 1 - \cos 2B \Rightarrow 2\sin C = 2\sin 2A + 2\sin 2B$, $\therefore \sin C = \sin 2A + \sin 2B$, 故 A 正确。

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, $a^2 + b^2 = c \cdot 2R \geq c^2$, 若 $a^2 + b^2 > c^2$, 即 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 则

$A + B > \frac{\pi}{2} \Rightarrow A > \frac{\pi}{2} - B$, 则 $\sin A > \sin\left(\frac{\pi}{2} - B\right)$, 即 $\sin A > \cos B$, 代入 $2\sin C = 2\sin 2A + 2\sin 2B$, 有

$\sin C = \sin^2 A + \sin^2 B > \cos^2 B + \sin^2 B = 1$, 矛盾, 故 $a^2 + b^2 = c^2$, 即 $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B = 0$

$\Rightarrow \cos A \cos B = \sin A \sin B = \frac{1}{4}$, $\because S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{4} \Rightarrow ab = \frac{1}{2}$, $\therefore \frac{ab}{\sin A \sin B} = (2R)^2 = 2 \Rightarrow 2R = \sqrt{2}$,

$\frac{c}{\sin C} = 2R = \sqrt{2} \Rightarrow c = \sqrt{2}$, 故 B 正确; $(\sin A + \sin B)^2 = \sin^2 A + \sin^2 B + 2\sin A \sin B = \sin C + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \sin A + \sin B = \frac{\sqrt{6}}{2}$, 故 C 正确; $|AC|^2 + |BC|^2 = |AB|^2 = c^2 = 2$, 故 D 错误。故选择 ABC。

评析: 本题主要考察倍角公式、升幂公式、简单三角函数的基本关系及三角恒等变化、正弦定理等多个知识点, 该题还需要结合正弦定理、不等式放缩法等判断三角形的类型, 为此, 学生需要将知识点取得联系去推理、证明、解决问题, 因此本题属于 SOLO 思维层次中的关联结构水平[4]。

例 5. (2025 全国 II 卷第 15 题) 已知函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$), $f(0) = \frac{1}{2}$ 。

1) 求 φ ;

2) 设函数 $g(x) = f(x) + f\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, 求 $g(x)$ 的值域和单调区间。

解: 1) $f(0) = \cos \varphi = \frac{1}{2}$, 由 $0 \leq \varphi < \pi$, 故 $\varphi = \frac{\pi}{3}$;

2) 由 1) 可知: $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, $\therefore g(x) = f(x) + f\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

故 $g(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$, 令 $2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \pi + 2k\pi$, 解得 $-\frac{\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{12} + k\pi$, 即 $g(x)$ 的单调递减区间为 $\left[-\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi\right]$, $k \in \mathbb{Z}$; 令 $2k\pi - \pi \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi$, 解得 $\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{11\pi}{12} + k\pi$, $g(x)$ 的单调递增区间为 $\left[\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{11\pi}{12} + k\pi\right]$, $k \in \mathbb{Z}$ 。

综上, $g(x)$ 的单调递增区间为 $\left[\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{11\pi}{12} + k\pi\right]$, $k \in \mathbb{Z}$, $g(x)$ 的单调递减区间为 $\left[-\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi\right]$, $k \in \mathbb{Z}$ 。

评析: 例 4 1) 主要考察待定系数求函数表达式, 2) 考查三角函数图像变化、三角函数图像与性质中涉及值域和单调区间的这类问题, 学生只用孤立的知识点无法解决问题, 需要将知识点取得联系, 然后再经过推理、计算才能够解决问题, 因此该题属于关联结构水平试题[4]。

4、抽象拓展结构水平

例 6. (2025 全国 I 卷第 19 题) 1) 设函数 $f(x) = 5\cos x - \cos 5x$, 求 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 的最大值; 2) 给定 $\theta \in (0, \pi)$, 设 a 为实数, 存在 $y \in [a - \theta, a + \theta]$, 使得 $\cos y \leq \cos \theta$ 。

解: 1) $f'(x) = -5\sin x + 5\sin 5x = 10\cos 3x \sin 2x$, 因为 $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$, 故 $2x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 故 $\sin 2x \geq 0$, 当 $0 < x < \frac{\pi}{6}$ 时, $\cos 3x > 0$ 即 $f'(x) > 0$, 当 $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{4}$ 时, $\cos 3x < 0$ 即 $f'(x) < 0$, 故 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上为增函数, 在 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$ 为减函数, 故 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值为 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 5\cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{5\pi}{6} = 3\sqrt{3}$ 。

2) 由余弦函数的性质得 $\cos x \leq \cos \theta$ 的解为 $[2k\pi + \theta, 2k\pi + 2\pi - \theta]$, $k \in \mathbb{Z}$, 若任意 $[2k\pi + \theta, 2k\pi + 2\pi - \theta]$, $k \in \mathbb{Z}$ 与 $[a - \theta, a + \theta]$ 交集为空, 则 $a - \theta > 2k\pi + 2\pi - \theta$ 且 $a + \theta < 2k\pi + 2\pi + \theta$, 此时 a 无解, 矛盾, 故无解; 故存在 $k \in \mathbb{Z}$, 使得 $[2k\pi - \theta, 2k\pi + \theta] \cap (a - \theta, a + \theta) \neq \emptyset$ 。

3) 记 $h(x) = 5\cos x - \cos(5x + \varphi)$, 因为 $h(x + 2\pi) = 5\cos(x + 2\pi) - \cos(5x + 10\pi + \varphi) = h(x)$, 故 $h(x)$ 为周期函数且周期为 2π , 故只需讨论 $x \in [0, 2\pi]$, $\varphi \in [0, \pi]$ 的情况。当 $\varphi = \pi$ 时, $h(x) = 5\cos x - \cos(5x + \pi) = 5\cos x + \cos 5x \leq 6$, 当 $\varphi = 0$ 时, $h(x) = 5\cos x - \cos 5x$, 此时 $h'(x) = -5\sin x + 5\sin 5x = 10\cos 3x \sin 2x$, $x \in (0, 2\pi)$, 令 $h'(x) = 0$, 则 $x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$, 而 $h\left(\frac{\pi}{6}\right) = h\left(\frac{11\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3}$, $h\left(\frac{\pi}{2}\right) = h\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$, $h\left(\frac{5\pi}{6}\right) = h\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -3\sqrt{3}$, $h(\pi) = -4$, $h(0) = h(2\pi) = 4$, 故 $h(x)_{\max} = h\left(\frac{\pi}{6}\right) = h\left(\frac{11\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3}$, 当 $\varphi \in (0, \pi)$, 在 2) 中取 $\varphi = t$, 则存在 $y \in [\varphi - \theta, \varphi + \theta]$, 使得 $\cos y \leq \cos \theta$, 取 $\theta = \frac{5\pi}{6}$, 则 $\cos y \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 取 $x = \frac{y - \varphi}{5} \in \left(-\frac{\theta}{5}, \frac{\theta}{5}\right)$ 即 $x = \frac{y - \varphi}{5} \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$, 故 $5\cos x \geq \frac{5\sqrt{3}}{2}$, 故 $5\cos x - \cos(5x + \varphi) \geq 3\sqrt{3}$, 综上 $b \geq 3\sqrt{3}$, 可取 $x = \frac{\pi}{6}$, $\varphi = 0$ 使得等号成立。综上, $b_{\min} = 3\sqrt{3}$ 。

评析：该题打破以往幂指对函数为情境设置函数导数试题的模式，以三角函数设置情境，新颖独特，符合《课标》的高考命题原则中的强调基础性、综合性、注重数学本质[5]，重点考察学生的思维过程、实践能力和创新意识，建议中也提到了“试题应该逐渐减少选择、填空题的题量，适度增加试题的思维量，以达到人才选拔的高考功能”。

例 5 要求学生通过对原函数进行求导、化简。化简过程需要借助和差角正弦公式，此外，还可以应用和差化积公式得到目标函数，再通过分类讨论探讨函数单调性和最值，后面要结合函数单调性、周期性等性质进行分类讨论，突出三角函数图像变化的数形结合和分类讨论思想。学生对于该试题情境并不熟悉，试题综合程度较高，对学生审题分析、逻辑推理、抽象与概括等能力要求较高，因此该题属于抽象拓展结构水平试题。

4. 试题数据分析

(一) 三角函数题型分布

笔者针对 2025 和 2024 年全国 I、II 卷四套试题中，聚焦三角函数这一模块的考察进行 SOLO 层次分析，首先，先对这些卷别中的三角函数考察范围和分值进行统计，详见表 2。

Table 2. Distribution of trigonometric function question types
表 2. 三角函数的题型分布

卷别	选择题	填空题	解答题	分值总计
2025 全国 I 卷	2 道(11 分)	0 道	1 道(17 分)	28 分
2025 全国 II 卷	2 道(10 分)	0 道	1 道(13 分)	23 分
2024 全国 I 卷	2 道(10 分)	0 道	1 道(13 分)	23 分
2024 全国 II 卷	2 道(10 分)	1 道(5 分)	1 道(13 分)	28 分

从上表统计可知，2025 全国 I、II 卷考察的题型都是选择题和解答题，I 卷选择题分别为单选题和多选题，分值为 11 分，解答题为压轴题，分值为 17 分，II 卷的两题选择题是单选题，分值为 10 分，解答题是第一大题，分值为 13 分，两卷在题目数量上虽然相同，但从分值上来看，I 卷对考察三角函数的难度和力度要比 II 卷大。然而 2024 与 2025 年相反，从表格显示，2024 全国 II 卷考察力度比 I 卷大。

综上，2025 年和 2024 年高考数学对三角函数的考察分数大多稳定在 23~28 分左右。

(二) 三角函数 SOLO 层次分析

其次，根据上述表格进一步对四个卷别中考察的三角函数 SOLO 层次以及其所占总分百分比做一个简单统计与分析，详见表 3。

Table 3. Percentage of trigonometric functions at SOLO levels
表 3. 三角函数 SOLO 层次百分比

卷别	分值	SOLO 层次				占总分百分比
		U	M	R	E	
2025 全国 I 卷	28 分	18%		21%	61%	19%
2025 全国 II 卷	23 分	22%	22%	56%		15%
2024 全国 I 卷	23 分	22%	22%	56%		15%
2024 全国 II 卷	28 分		18%	64%	18%	19%

上述表格显示,从纵向分析,2025、2024 年的 I 卷、II 卷考察的分值接近。从横向分析,2025 年 I 卷三角函数 SOLO 层次,其中单点结构水平占比 18%,关联结构水平占比 21%,抽象拓展结构水平则占比 61%,由此可见,今年全国 I 卷在三角函数模块上做进一步的创新和探索,更加注重试题的综合性和创新性,凸显数学本质。2025 全国 II 卷与 2024 全国 I 卷几乎一致,但是这两套试题没有体现对三角函数 SOLO 层次中的抽象拓展结构水平的探究。而 2024 全国 II 卷却在该结构水平上有所体现。

综上,三角函数试题在题目和分值上,都集中在多点结构水平和关联结构水平,体现试题的综合性和创新性。

(三) 全国卷三角函数考察内容

本文结合 2025、2024 全国 I、II 卷考察的主要知识点,对三角函数模块的知识点做了如下调整:1、三角函数的概念;2、三角函数的图像与性质以及与三角函数相关的零点存在性定理;3、三角恒等变化;4、解三角形。详见图 1。

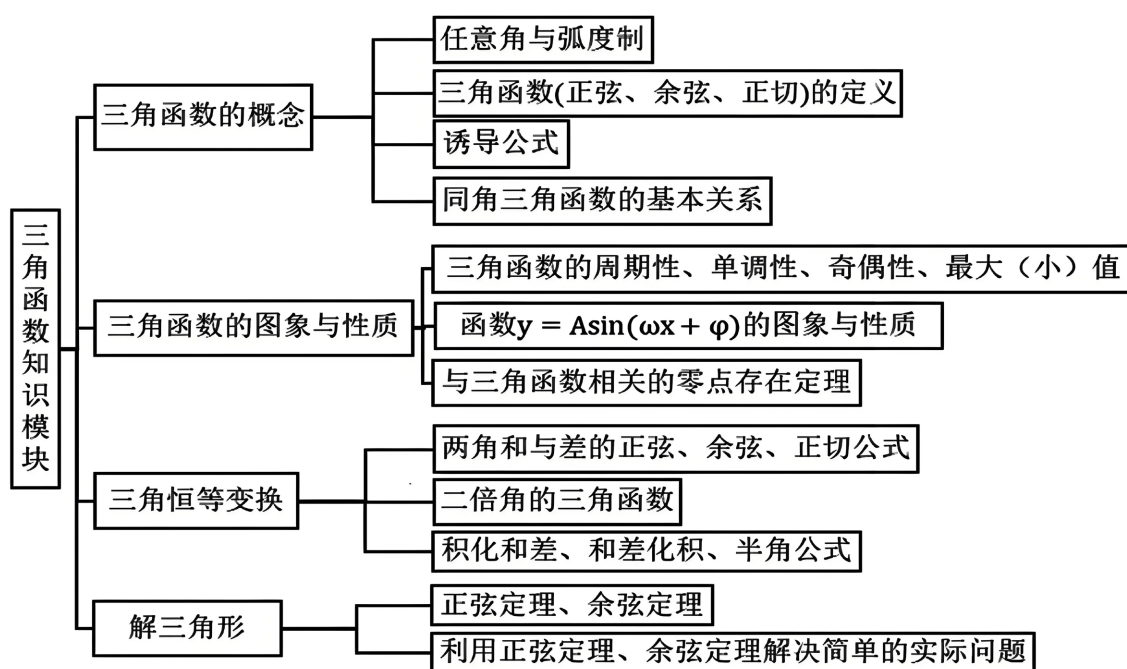


Figure 1. Knowledge construction of trigonometric function module

图 1. 三角函数模块知识建构

5. 三角函数 SOLO 不同层次的解题策略

基于 SOLO 分类理论对近两年高考试题的统计数据,可以发现,三角函数的考察重点在多点结构水平和关联结构水平之间,由此可见,高考卷中的三角函数题目着重考察知识点间的联系与变化,然而三角函数的知识点覆盖面广泛,并且高考命题依托三角函数的概念、公式、定理等,强调知识点的变化与联系以及数形结合思想等特点,故有必要培养三角函数各 SOLO 水平的学生思维的发展和进阶,综上,本文借助波利亚“怎样解题”表,给出高中三角函数的解题策略,致力于使学生的思维水平能够从低阶过渡到中阶,乃至发展至更高的水平。

(一) 单一结构水平的三角函数解题策略

单一结构水平的三角函数涉及的知识点个数单一,对学生的思维能力要求不高,试题考察的难度和力度很小,学生失分的根本原因是学生基础知识掌握不扎实,缺乏解题最基本的策略。因此,从情感态

度价值观上, 学生要对三角函数的学习持有主动、积极的心态, 教师在教学上要循循善诱, 帮助学生建构知识体系, 让学生能够接受并自主建构自己的知识网络, 学生一旦深刻理解三角函数知识, 才能更好地过渡到多元结构水平。

(二) 多点结构水平的三角函数解题策略

多点结构水平的三角函数涉及的知识点至少两个, 且知识点之间是孤立的, 对学生思维能力要求一般, 因此, 学生在解决这类题目时, 首先要认真审清题目涉及的三角函数知识点, 对于不同三角函数知识点的运算过程要有明确的辨别, 为此快速选择解题路径[6], 使各运算过程独立进行。事实上, 多元结构水平可以理解为其由单一结构水平的解题的量的叠加, 因此, 学生具备完善的单一结构水平, 是使学生由多点结构水平向关联结构水平过渡的必要条件。例如: 三角函数也称“圆函数”[6], 教材依托单位圆让学生认识任意角的三角函数的概念与性质, 圆以身具备的周期性质自然就支撑起三角函数周期性的性质, 至此, 教学上可以借助最简单的正弦函数 $y = \sin x$ 的图像, 引导学生经过五点作图、动手操作的过程完成绘图, 感受三角函数图像的周期性这一特性, 接着教师再借助信息技术将图像进行伸缩和平移变换来让学生认识 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 正弦型函数图像与性质。学生通过动手操作、直观感知的方式, 就能比较容易接受三角函数知识点之间的变化与联系, 学生解题时也就是对三角函数的动态实验的再认识过程。据此, 从正弦函数自然过渡到正弦型函数的知识生成过程相当重要, 这是学生整体系统认识三角函数知识的基本过程, 也是学生从多点结构水平过渡到关联结构水平的关键培养过程。

(三) 关联结构水平的三角函数解题策略

关联结构水平的三角函数涉及的知识点个数大于等于 3 个, 且需要学生能根据题目多个要素进行整合, 并能够分析其相互关系, 对思维能力要求较高。高中三角函数的学习过程就是形与数的陪同, 二者是紧密相连的, 它能够将一些抽象的文字描述、复杂的符号表述转化为直观的图形解释, 即代数问题几何化, 或者将图形描述转化为符号表达, 即几何问题代数化。关联结构水平需要学生懂得运用数学思想方法解题, 会将抽象的代数问题转化为直观的图形表达, 从而直观地分析各知识点之间的关系, 同时再应用代数表达式进行数学运算得到几何结论。据此, 在教学上, 教师应有所侧重于数学思想方法的有效渗透, 以至于帮助学生对三角函数形成一般的认识。

(四) 拓展抽象水平的三角函数解题策略

拓展抽象水平的三角函数涉及的知识点超过 3 个, 问题情境陌生, 学生需要经过长此以往的解题逐渐总结出解题经验, 积累经验的同时, 学生还能提出新的假设, 并能将其应用其他问题情、日常生活乃至其它学科, 一般而言, 能达到这种水平的学生比较注重平时的日常总结与反思, 对新题型认识和解题方法的概括, 学生一旦经历多了, 能够从复杂的问题表象中抽象出一般化的解题方法, 挖掘其数学问题本质, 而这些能力源于学生具有完备的知识体系, 掌握了解题的共性, 便会在该题基础上变式, 并能到达融会贯通的程度。至此, 能使学生对数学本质的认识再上一个层级。

6. 结语

综上所述, 2025 全国 I 卷三角函数模块的单一结构水平和关联结构水平的试题共 11 分, 拓展抽象水平的试题共 17 分。由此可见, 该份试题对三角函数的考察主要是以中、高阶思维为主, 且更加注重知识点间的联系, 符合高考评价体系中持续推进考试内容改革这一理念。创新试题的设计, 更加凸显学生的思维水平, 为精准筛选创新人才选拔服务、助力教育强国建设方面取得了新的突破。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

-
- [2] 优化试卷结构设计 突出思维能力考查——2024 年高考数学全国卷试题评析[J]. 中国考试, 2024(7): 79-85.
 - [3] 吴有昌, 高凌飏. SOLO 分类法在教学评价中的应用[J]. 华南师范大学学报(社会科学版), 2008(3): 95-99+160.
 - [4] 余铁青, 张维忠. 基于 SOLO 分类理论下的高考数学试题评析与教学启示——以 2024 年数学全国 I 卷、II 卷三角函数板块为例[J]. 数学教学研究, 2025, 44(1): 53-57.
 - [5] 彼格斯, 科利斯. 学习质量评价: SOLO 分类理论(可观察的学习成果结构) [M]. 高凌飏, 张洪岩, 译. 北京: 人民教育出版社, 2020.
 - [6] 冯亚芳, 李书海. 基于波利亚解题观例析数学试题及其核心素养探究——2021-2022 年高考三角函数题为例[J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2023, 39(2): 79-83.