

基于模拟退火算法的烟幕干扰弹投放策略

刘静怡

长沙理工大学数学与统计学院数学系, 湖南 衡阳

收稿日期: 2026年7月14日; 录用日期: 2026年8月25日; 发布日期: 2026年9月1日

摘要

本文针对无人机投放烟幕干扰弹对来袭导弹实施目标遮蔽的策略优化问题, 综合考虑无人机运动、烟幕弹平抛运动、烟幕云团迁移扩散及导弹探测信号衰减等因素, 建立烟幕干扰下的投放策略优化模型。首先, 根据运动学关系确定烟幕弹投放点和起爆点, 引入水平动量继承、背景风场和云团下沉过程, 并采用三维高斯烟团模型描述烟幕浓度场的时空演化; 随后构建导弹至真目标表面采样点的探测视线, 通过视线积分计算等效光学厚度, 依据连续信号衰减关系建立有效遮蔽判据, 实现遮蔽时长的定量计算。在此基础上, 以无人机速度、航向角、投弹时刻和起爆延迟等为决策变量, 引入模拟退火算法, 依次研究单机单弹、单机多弹、多机单弹以及多机多弹多目标协同优化问题。结果表明, 单机单弹参数优化后有效遮蔽时长为4.472 s; 单机3弹联合干扰的总有效遮蔽时长达到6.003 s; 3架无人机联合优化后对M1的有效遮蔽时长达到12.413 s。进一步采用“任务分配初始化-全局协同模拟退火”框架优化5架无人机对3枚来袭导弹的干扰策略, M1、M2和M3的有效遮蔽时长分别达到11.284 s、7.536 s和3.295 s, 系统总有效遮蔽时长为22.115 s。研究结果表明, 多烟团浓度叠加及多无人机联合优化能够有效利用烟幕云团在时间和空间上的互补性, 显著提高系统整体遮蔽效能, 为复杂约束条件下的烟幕干扰弹协同投放提供了定量化建模与优化方法。

关键词

烟幕干扰弹, 高斯烟团模型, 信号衰减, 模拟退火算法, 投放策略优化

Smoke Decoy Grenade Deployment Strategy Based on Simulated Annealing Algorithm

Jingyi Liu

Department of Mathematics, School of Mathematics and Statistics, Changsha University of Science and Technology, Hengyang Hunan

Received: July 14, 2026; accepted: August 25, 2026; published: September 1, 2026

Abstract

This study develops an optimization model for UAV-deployed smoke-screen interference against

文章引用: 刘静怡. 基于模拟退火算法的烟幕干扰弹投放策略[J]. 理论数学, 2026, 16(9): 1-16.

DOI: 10.12677/pm.2026.169193

incoming missiles by considering UAV motion, smoke-munition trajectories, smoke-cloud diffusion, and signal attenuation. A three-dimensional Gaussian puff model and line-of-sight integration are used to evaluate effective shielding, while simulated annealing is applied to optimize UAV speed, heading, release time, and detonation delay. The effective shielding durations are 4.472 s for the single-UAV single-munition case, 6.003 s for the single-UAV three-munition case, and 12.413 s for three-UAV cooperative interference against M1. For five UAVs against three missiles, the shielding durations for M1, M2, and M3 are 11.284 s, 7.536 s, and 3.295 s, respectively, with a total of 22.115 s. The results show that multi-puff superposition and joint multi-UAV optimization can significantly improve overall shielding effectiveness under complex constraints.

Keywords

Smoke-Screen Interference Munition, Gaussian Puff Model, Signal Attenuation, Simulated Annealing Algorithm, Deployment Strategy Optimization

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题重述

1.1. 问题背景

烟幕干扰弹作为低成本防空软对抗手段，通过化学燃烧或爆炸形成气溶胶云团，在来袭武器与保护目标间构建空间遮蔽屏障，可有效干扰敌方探测与攻击。随着精确投放技术发展，无人机已具备挂载烟幕弹执行定点抛撒任务的能力——通过时间引信控制起爆时序，可在特定空域形成精准遮蔽。当前作战场景中，空地导弹以 300 m/s 高速直指假目标，真目标为底面圆心(0, 200, 0)、半径 7 m、高 10 m 的圆柱体，需依托 5 架初始位置明确的无人机 FY1-FY5 投放烟幕弹，在导弹来袭路径上构建有效遮蔽。

作战过程存在多重约束：无人机受领任务后可瞬时调整航向，随后以 70~140 m/s 速度等高度匀速飞行且参数不再变更；每架无人机投放两枚烟幕弹的时间间隔不小于 1 s；烟幕弹脱离无人机后做平抛运动，起爆后形成的球状云团以 3 m/s 匀速下沉，仅云团中心 10 m 范围内、起爆后 20 s 内具备有效遮蔽能力。设计无人机飞行参数与烟幕弹投放参数，最大化真目标的有效遮蔽时间，成为核心技术问题。

1.2. 问题的提出

在现代防空作战中，烟幕干扰弹作为一种成本低、效费比高的软对抗手段，可通过形成烟幕云团遮蔽目标，干扰敌方导弹。随着技术发展，无人机挂载烟幕干扰弹执行遮蔽任务成为可能。当来袭导弹即本题中 M1、M2、M3 飞向假目标时，需利用无人机投放烟幕干扰弹，在来袭导弹与真目标之间形成有效遮蔽。然而，存在诸多约束条件：每架无人机投放多枚干扰弹有时间间隔要求；干扰弹起爆后云团下沉且有效遮蔽范围和时间有限；无人机飞行方向和速度可调整但确定后不再改变。在此背景下，设计烟幕干扰弹的投放策略，包括无人机飞行方向、速度，干扰弹投放点、起爆点等，尽可能延长对真目标的有效遮蔽时间，或对多枚导弹形成有效干扰，成为需解决的关键问题。

问题一：已知无人机 FY1 以 120 m/s 速度朝假目标方向飞行，受领任务 1.5 s 后投放 1 枚烟幕干扰弹，间隔 3.6 s 起爆，即已知无人机 FY1 飞行速度、飞行方向、投放时间和烟幕干扰弹起爆时间，要求计算该烟幕弹对导弹 M1 的有效遮蔽时长。建立模型运用算法计算最优化有效遮蔽时长，考虑多维立体空间和干扰，简化可忽略因素，构建多体运动学模型与几何遮蔽判定准则。

问题二：延续问题一，在问题一的基础上，依托无人机 FY1 投放 1 枚烟幕弹干扰导弹 M1，解除 FY1 飞行参数与烟幕弹投放和起爆时序的固定约束，以“真目标有效遮蔽时长最长”为目标，确定 FY1 的最优飞行方向、飞行速度，及烟幕弹的最优投放点与起爆点。

问题三：用无人机 FY1 投放 3 枚烟幕干扰弹干扰导弹 M1，在满足相邻弹投放间隔大于 1s 的约束下，已知 FY1 和导弹 M1 的初始位置设计烟幕弹投放策略，通过模型算法迭代优化，在前一步的前提上迭代，分析出 FY1 飞行方向、飞行速度、烟幕干扰弹投放点、烟幕干扰弹起爆点及有效干扰时长。

问题四：调度 FY1、FY2、FY3 三架无人机，每架各投放 1 枚烟幕干扰弹干扰导弹 M1，制定多机协同的投放策略，已知 FY1、FY2、FY3 三架无人机和导弹 M1 位初始位置，变量为 FY1、FY2、FY3 三架无人机飞行方向、飞行速度和各自烟幕干扰弹投放点、烟幕干扰弹起爆点及有效干扰时长，由算法及模型制定多及协同策略实现多云团遮蔽效果互补叠加。

问题五：调度 5 架无人机 FY1、FY2、FY3、FY4、FY5，每架最多投放 3 枚烟幕干扰弹，同时干扰 M1、M2、M3 三枚来袭导弹，制定多机多弹的全域干扰策略，已知未知清晰，延续前四问思路、数学模型、算法迭代完成多机任务分配，并优化各机飞行参数与各弹投放和起爆时序。

2. 模型假设

1) 假设无人机受领任务后可瞬时调整航向，随后保持既定方向、速度和高度做匀速直线运动。烟幕干扰弹脱离无人机后继承其水平速度分量，起爆前做平抛运动；起爆后形成的烟幕云团保留部分水平动量，并受背景风场影响产生水平漂移，同时以题目给定的 3 m/s 速度下沉。任务持续时间较短，故将背景风场近似为均匀稳定风场。

2) 假设无人机投放烟幕干扰弹的动作瞬间完成，投放时刻精准，无时间延迟。干扰弹从投放至爆的间隔时间能被精确控制，无误差。

3) 假设烟幕弹起爆后形成的烟幕云团浓度服从三维高斯分布，其中心随水平动量、风场及下沉运动发生迁移，云团尺度随时间逐渐扩散。采用等效湍流扩散系数描述大气扰动对烟幕扩散的影响，并以起爆后 20 m/s 为烟幕主要有效作用时间[1] [2]。

4) 假设每架无人机投放多枚烟幕干扰弹时，相邻两枚干扰弹的投放间隔至少 1 s 能被精准执行，时间控制准确。

5) 假设导弹探测信号穿过烟幕云团时，其强度随视线路径上的烟幕累积浓度连续衰减。以视线积分浓度计算等效信号衰减率，并设定干扰阈值：当信号衰减率达到或超过该阈值时，判定该时刻烟幕对真目标形成有效干扰；暂不考虑不同波段传感器特性、复杂多次散射及烟幕颗粒粒径变化等因素。

3. 模型的建立与求解

3.1. 问题一模型的建立与求解

3.1.1. 建模思路

问题一围绕固定参数下烟幕干扰弹对导弹 M1 的有效遮蔽时长计算展开，本文基于无人机匀速飞行和烟幕弹平抛运动确定投放点与起爆点；考虑烟幕弹水平动量继承、云团下沉及大气扩散，采用高斯烟团模型描述烟幕浓度的时空演化，并结合导弹运动轨迹计算有效遮蔽时长[3]。

3.1.2. 模型建立

一、坐标系与基础参数定义

建立以假目标为原点，地面为 xoy 平面，垂直地面为 z 轴(如图 1)。

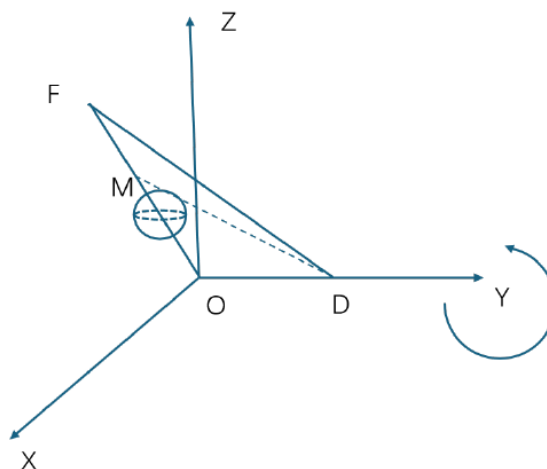


Figure 1. Three-dimensional cartesian coordinate system
图 1. 三维笛卡尔坐标系

二、关键点位坐标模型

AB 段无人机保持高度恒定，沿预定航向做匀速直线运动，为烟幕弹投放提供初始运动状态。BC 段烟幕弹脱离无人机后，水平方向因惯性保持与无人机相同的速度分量，竖直方向受重力作用做自由落体运动，直至起爆形成云雾团，运动轨迹如图 2 所示：

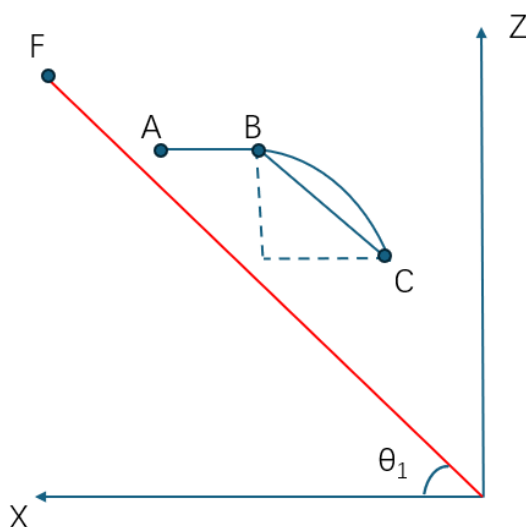


Figure 2. Smoke munition deployment trajectory
图 2. 烟雾投放运动轨迹

1、烟幕弹投放点(B 点)坐标

无人机 FY1 从初始位置 A 出发，沿 x 轴负方向以恒定速度 v_{FY1} 做等高度匀速直线运动，经过 $t_{\text{飞}}$ 后投放烟幕弹，基于此推导出 B 点的坐标公式为：

$$(17800 - v_{FY1} \cdot t_{\text{飞}}, 0, 1800) \quad (1)$$

2、烟幕弹起爆点(C 点)坐标

烟幕弹脱离无人机后继承无人机的水平速度，水平方向保持惯性运动，竖直方向在重力作用下做自由落体运动。设烟幕弹从投放至起爆的时间为 $t_{\text{烟}}$ ，则其运动满足

$$\begin{cases} x = x_B - v_{FY1} \cdot t_{\text{烟}} \\ y = 0 \\ z = z_B - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (2)$$

其中, (x_B, y_B, z_B) 为烟幕弹投放点 B 的空间坐标, (x, y, z) 为烟幕弹在平抛过程中的瞬时位置坐标。

可得出 C 点的坐标公式为:

$$(17800 - v_{FY1}(t_{\text{飞}} + t_{\text{烟}}), 0, 1800 - 12gt_{\text{烟}}^2) \quad (3)$$

3、烟幕云团运动与扩散模型

设烟幕弹在 C 点起爆后, 根据动量继承关系, 烟幕云团初始水平速度取为 $(\beta_{v_x}, \beta_{v_y}, 0)$, 并考虑背景风速 $u = (u_x, u_y, 0)$, 则云团中心为

$$\begin{cases} x_H = x_c + (\beta_{v_x} + u_x)(t - t_c) \\ y_H = y_c + (\beta_{v_y} + u_y)(t - t_c) \\ z_H = z_c - u_{\text{团}}(t - t_c) \end{cases} \quad (4)$$

其中 $0 \leq \beta \leq 1$ 为水平动量继承系数, t_c 为烟幕弹的实际起爆时刻, 进一步采用三维高斯烟团描述浓度分布[1]:

$$C(r, t) = \frac{Q}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{(x - x_H)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y - y_H)^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z - z_H)^2}{\sigma_z^2} \right) \right] \quad (5)$$

其中扩散尺度公式[2]为 $\sigma_k^2 = \sigma_{k_0}^2 + 2k(t - t_c)$, $k \in \{x, y, z\}$ 。 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 分别表示烟幕云团在 x, y, z 三个方向上的扩散尺度, 用于描述云团随时间的湍流扩散。

4、 t 时刻导弹位置(M点)坐标

导弹的运动遵循匀速直线运动规律, 导弹从初始位置 F 点出发, 沿直线直指假目标所在的原点, 在运动过程中仅沿 x 轴和 z 轴方向产生位移, y 轴因飞行轨迹的约束无位移变化。设导弹初始位置与坐标原点的夹角为 θ_1 , 故满足

$$\tan \theta_1 = \frac{2000}{20000} \quad (6)$$

结合初始位置 F (20000, 0, 2000), 可推导出 t 时刻导弹位置 M 的坐标公式为:

$$(20000 - v_{M1}t \cos \theta_1, 0, 2000 - v_{M1}t \sin \theta_1) \quad (7)$$

三、基于信号衰减的有效遮蔽判定模型

采用高斯烟团模型后, 烟幕浓度由中心向外围连续衰减, 因此我们根据探测视线穿过烟幕后的信号衰减程度评价遮蔽效果。

1、导弹 - 目标视线模型

由于真目标为具有一定体积的圆柱体, 在真目标表面选取 N_D 个代表点 $D_j(x_j, y_j, z_j)$, $j = 1, 2, \dots, N_D$, 时刻 t , 导弹位置为 $M(t)$, 则导弹至目标表面第 j 个采样点的视线可表示为

$$L_j(s, t) = M(t) + s[D_j - M(t)], 0 \leq s \leq 1 \quad (8)$$

其中, $L_j(s, t)$ 表示 t 时刻导弹 M1 至真目标第 j 个采样点之间视线上的空间位置, s 为视线段的无量纲参数, 当 $s = 0$ 时对应导弹位置 $M(t)$, 当 $s = 1$ 时对应目标采样点 D_j 。

2、视线烟幕累积浓度

对于第 j 条视线，根据式(5)式可以得到该视线不同位置上的烟幕浓度。定义 t 时刻第 j 条导弹 - 目标视线对应的等效光学厚度[4]

$$\kappa \int_{M(t)}^{D_j} C(r, t) dl \quad (9)$$

其中 κ 为烟幕颗粒的等效消光系数。

利用(8)进行参数化后，可写为

$$\kappa |D_j - M(t)| \int_0^1 C(L_j(s, t), t) ds \quad (10)$$

其中， $|D_j - M(t)|$ 表示导弹位置 $M(t)$ 与第 j 个目标采样点 D_j 之间的欧氏距离，该值综合反映了烟幕浓度及导弹视线穿越烟幕的路径长度。

3、连续干扰效能

根据探测信号在烟幕介质中的衰减关系，定义视线(j)上的信号透过率为

$$T_j(t) = \exp[-\tau_i(t)] \quad (11)$$

进一步定义该视线上的烟幕干扰效能为

$$\eta_i(t) = 1 - T_j(t) = 1 - \exp[-\tau_i(t)] \quad (12)$$

其中 $\eta_i(t)$ 表示 t 时刻第 j 条导弹 - 目标视线上的烟幕干扰效能，并且显然有

$$0 \leq \eta_j(t) \leq 1 \quad (13)$$

当 $\eta_i(t)$ 越接近 1 时，表示导弹探测信号受到的衰减越强，烟幕干扰效果越明显；反之，则干扰作用较弱。

4、有效遮蔽判定

为了保证真目标整体得到有效遮蔽，取所有目标采样点中干扰效果最弱的一条视线作为判定依据。设置有效干扰阈值 η_{th} 。当最小干扰效能 $\eta_{\min}(t) \geq \eta_{th}$ 时，认为时刻 t 烟幕能够对真目标形成有效遮蔽；否则认为遮蔽无效。

因此定义有效遮蔽状态函数如下：

$$\begin{cases} 1, & \eta_{\min}(t) \geq \eta_{th} \\ 0, & \eta_{\min}(t) < \eta_{th} \end{cases} \quad (14)$$

四、有效遮蔽时长的数值算法

烟幕的主要有效作用时间为 20 s，因此本文计算时间窗口为： $T = [t_c, t_c + 20]$ ，设置时间步长为： $\Delta t = 0.001$ s。

定义指示函数 $I(t)$ ，当时刻 t 满足有效遮蔽条件时 $I(t) = 1$ ，否则 $I(t) = 0$ 。烟幕总有效遮蔽时长的理论积分表达式为

$$\int_{t_c}^{t_c+20} I(t) dt$$

在数值仿真计算中，采用时间步长累加的离散求和方式对积分公式进行近似求解，最终得到烟幕总有效遮蔽时长的数值计算表达式：

$$T_{\text{有效}} \approx \Delta t \sum_{n=1}^N I(t_n) \quad (15)$$

基于上述迭代计算与判定方法，可精准求解得到烟幕弹对导弹 M1 的有效遮蔽起始时刻、终止时刻以及总有效遮蔽时长，完成烟幕遮蔽效能的定量评估。

具体计算流程如图 3 所示：

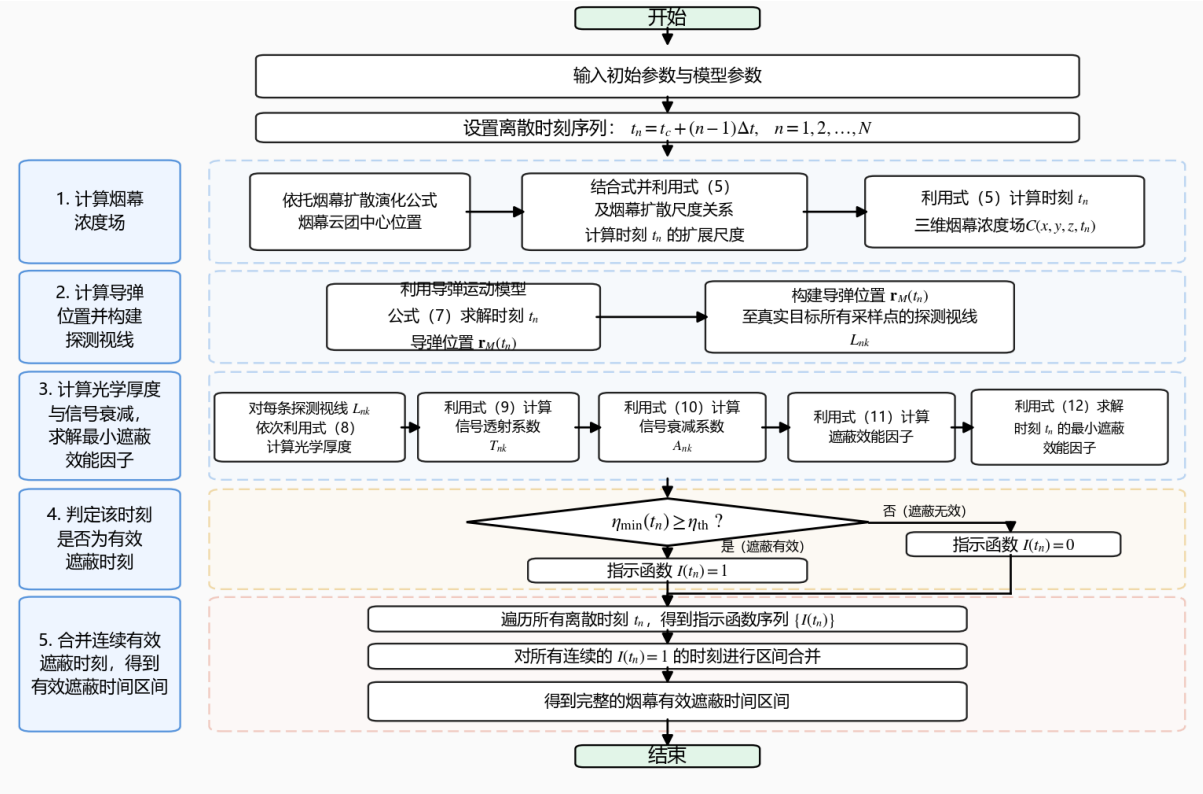


Figure 3. Flowchart for calculating the effective shielding duration

图 3. 有效遮蔽时长流程图

3.1.3. 模型求解

一、参数设置

对于高斯烟团模型中新引入的参数，由于题目未提供具体烟幕材料、气象条件及传感器数据，本文采用等效参数进行归一化标定。基准参数设置如表 1 所示。

Table 1. Parameter settings for problem 1

表 1. 问题一参数设定

参数	符号	基准值
无人机飞行速度	v_{FY1}	120 m/s
投弹时刻	$t_{\text{飞}}$	1.5 s
起爆延迟	$t_{\text{烟}}$	3.6 s
云团下沉速度	$v_{\text{团}}$	3 m/s
水平动量继承系数	β	0.01
背景风速	(u_x, u_y)	(0,0) m/s
初始扩散尺度	$(\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}, \sigma_{z_0})$	5 m

续表

水平扩散系数	(k_x, k_y)	1.0 m ² /s
竖向扩散系数	k_z	0.5 m ² /s
干扰阈值	η_{th}	0.5
有效作用时间	T	20 s
时间步长	Δt	0.001 s

计算得到的有效遮蔽结果如表 2 所示，由计算结果可知，当导弹 - 真目标视线逐渐进入烟幕高浓度区域后，信号衰减率持续增大，并在 8.077 s 达到有效干扰阈值；至 9.448 s 时下降至阈值以下。因此，在上述基准参数条件下，烟幕弹对导弹 M1 的有效遮蔽时长为 1.371 s。

Table 2. Simulation results for missile M1

表 2. 导弹 M1 的模拟结果

指标	计算结果
烟幕弹实际起爆时刻	5.100 s
有效遮蔽开始时刻	8.077 s
有效遮蔽结束边界时刻	9.448 s
有效遮蔽时间区间	[(8.077, 9.448)) s
最大最小干扰效能($\eta_{min,max}$)	0.9181
最大干扰效能出现时刻	9.383 s
总有效遮蔽时长	1.371 s

3.2. 问题二模型的建立与求解

3.2.1. 建模思路

本模板可问题二在问题一模型基础上，将无人机 FY1 的飞行速度、航向角、烟幕弹投放时刻和起爆延迟由已知量转化为决策变量，目标仍为最大化对导弹 M1 的有效遮蔽时长。对任一候选参数组合，投放点、起爆点及导弹轨迹按问题一的运动学关系计算，烟幕云团继续采用水平动量继承与高斯扩散模型，遮蔽效果则沿用问题一的“视线积分 - 信号衰减 - 阈值判定”方法。最后利用模拟退火算法在给定约束范围内搜索最优参数组合。

3.2.2. 模型建立

一、关键点坐标模型

1、烟幕弹投放点(B 点)坐标

该运动过程与第一问相似，无人机沿与 xoz 平面成 θ_2 夹角的方向，以恒定高度执行匀速直线飞行运动，直至抵达烟幕弹投放点 B。故 B 点坐标可表示为：

$$(17800 - v_{FY1} \cdot t_{\text{飞}} \cdot \cos \theta_2, v_{FY1} \cdot t_{\text{飞}} \cdot \sin \theta_2, 1800)$$

2、烟幕弹起爆点(C 点)坐标

烟幕弹从投放点 B 脱离无人机后运动过程与第一问相似，即其进入平抛运动阶段，故起爆点 C 的坐标为：

$$(17800 - v_{FY1} (t_{\text{飞}} + t_{\text{烟}}), v_{FY1} \cdot (t_{\text{飞}} + t_{\text{烟}}) \cdot \sin \theta_2, 1800 - 12gt_{\text{烟}}^2)$$

3、烟幕云团与导弹运动

烟幕弹起爆后，云团运动与扩散规律沿用问题一式(4)和(5)。令 $\tau = t - t_c$ ，则云团中心可简写为：

$$H(t) = C + \left[(-\beta v_{FY1} \cos \theta_2 + u_x) \tau, (\beta v_{FY1} \sin \theta_2 + u_y) \tau, -v_{团} \tau \right] \quad \tau \geq 0.$$

烟幕浓度仍采用问题一式(5)的三维高斯烟团模型，初始扩散尺度、等效扩散系数、动量继承系数及背景风速均与表 3 的基准设置一致。导弹 M1 运动规律不变，位置 $M(t)$ 直接采用问题一式(6)~式(7)，不再重复推导。

二、有效遮蔽判定模型

问题二不再采用固定半径球体相交的几何判据，而完全沿用问题一建立的连续信号衰减模型。对于每组决策变量 X ，先按问题一式(8)建立导弹至真目标表面各采样点的探测视线，再利用式(9)和式(10)计算等效光学厚度，并由式(11)至式(12)得到各视线的连续干扰效能 η_{th} 。

取所有目标采样点中的最小干扰效能。当 $\eta_{\min}(t) \geq \eta_{th}$ 时，根据问题一式(14)判定该时刻为有效遮蔽；总有效遮蔽时长按问题一式(15)的时间步进方法累计。因此，问题二与问题一采用完全一致的遮蔽物理模型和评价标准，仅优化变量发生变化。

三、规划优化模型

1、目标函数

以决策向量 X 对应的总有效遮蔽时长为目标函数：

$$\max_X T_{\text{有效}}(X) = \max_X \left[\Delta t \sum_{n=1}^N I(t_n; X) \right]$$

其中 $I(t_n; X)$ 由问题一式(14)确定，计算时间窗口为 $[t_c, t_c + 20]$ 。

2、约束条件

结合题目条件及原程序的搜索范围，问题二的主要约束写为：

$$\begin{cases} 70 \leq v_{FY1} \leq 140 \\ 170^\circ \leq \theta_2 \leq 180^\circ \\ 0 \leq t_{\text{飞}} \leq 3 \\ 0 \leq t_{\text{烟}} \leq 4 \\ t_c = t_{\text{飞}} + t_{\text{烟}} \end{cases}$$

其余高斯烟团、信号衰减阈值及数值步长等参数与问题一保持一致，从而保证不同候选解之间的目标函数具有统一的评价尺度。

3.2.3. 模型求解

一、模拟退火算法

模拟退火算法(Simulated Annealing, SA) [5] 是基于固体退火过程的随机优化方法，通过模拟高温物质降温的热力学特性实现全局寻优，其核心机制为初始高温下允许以较高概率接受劣质解以跳出局部最优，随温度按指数策略(如 $T_{k+1} = \alpha T_k$ ， $0 < \alpha < 1$)降低，接受概率衰减，最终收敛于全局最优。其接受准则遵循 Metropolis 准则[6]：设当前解为 x ，新解为 x' ，目标函数差 $\Delta f = f(x') - f(x)$ ，则

$$x' \text{ 被接受的条件为 } \begin{cases} \Delta f \leq 0 \text{ (最小化问题)} \\ \exp\left(-\frac{\Delta f}{T}\right) > r \sim U(0,1) \text{ (否则)} \end{cases}$$

该方法适用于非凸、多峰等复杂优化场景[7]。具体算法流程如图 4 所示：

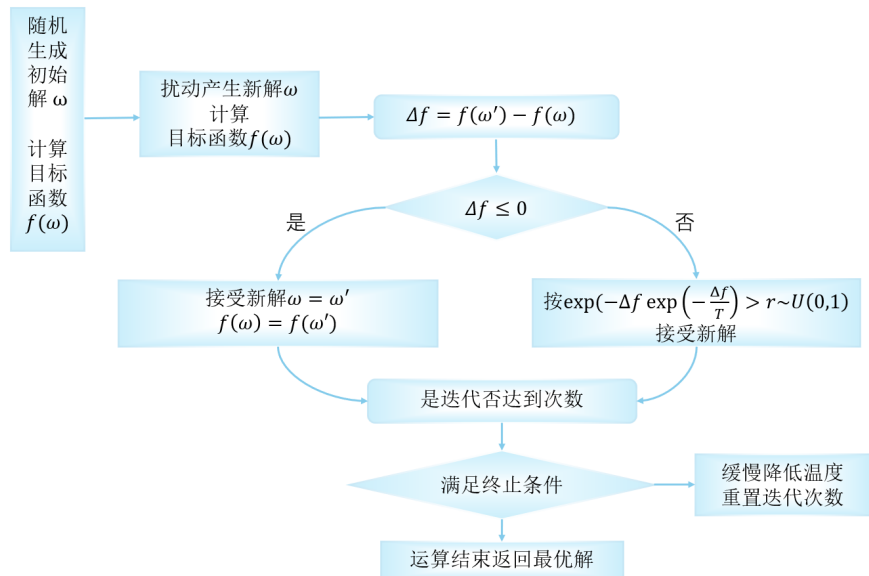


Figure 4. Detailed flowchart of the simulated annealing algorithm
图 4. 模拟退火算法具体流程

根据题目条件和建立的模型，先生成 v_{FY1} ， θ_2 的初始解，通过设置 0.001 的步长寻找新解，计算新解对应的有效遮蔽时长并和旧解比较，以最大有效遮蔽时长为根据取两者的最优解作为下一轮新解继续迭代，不断重复上述步骤直到达到收敛准则。

二、求解结果

经过模拟退火算法迭代计算，得到问题二最优投放策略，具体结果如表 3 所示。由模拟退火算法得到的最优策略可知，无人机通过适当降低飞行速度、调整飞行方向，并优化烟幕弹投放时刻及起爆延迟，使烟幕云团能够更加准确地覆盖导弹与真目标之间的探测视线，从而显著提高了有效遮蔽时长。

与问题一相比，问题二将无人机飞行参数和烟幕弹投放参数作为联合优化变量，使烟幕云团的形成位置更加接近导弹飞行轨迹，提高了烟幕与导弹探测视线的重叠程度，因此有效遮蔽时长由问题一的 1.371 s 提高至 4.472 s，说明联合优化策略能够显著提升烟幕干扰效果。

Table 3. Optimal deployment strategy for problem 2
表 3. 问题二最优投放策略

参数	最优值
无人机飞行速度	114.93 m/s
飞行方向角	174.36°
投弹时刻	0.67 s
起爆延迟	3.73 s

3.3. 问题三模型的建立与求解

3.3.1. 建模思路

问题三在问题一高斯烟团与连续信号衰减模型、问题二参数优化框架的基础上，研究 FY1 连续投放 3 枚烟幕干扰弹对 M1 的协同干扰。三枚烟幕弹共享同一无人机飞行速度与航向，但投放时刻和起爆延迟分别可调，并满足相邻两枚投放间隔不小于 1 s。

本文在每个离散时刻直接叠加 3 个高斯烟团的浓度场，再沿导弹 - 真目标视线计算总光学厚度和连续干扰效能。因此，烟团重叠时的浓度增强能够直接进入遮蔽判定，目标函数仍为总有效遮蔽时长。

3.3.2. 模型建立

一、决策变量与多弹运动

设第 i 枚烟幕弹的投放时刻为 t_i 、起爆延迟为 Δt_i ，实际起爆时刻为 $t_{c,i} = t_i + \Delta t_i$ 。无人机速度与航向在任务过程中保持不变，问题三的决策向量为：

$$X_3 = (v_{FY1}, \theta_{FY1}, t_1, t_2, t_3, \Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3)$$

各枚烟幕弹的投放点、起爆点、云团中心运动以及高斯扩散规律均沿用 4.1 和 4.2 中的对应关系，仅增加下标，不再重复推导。高斯烟团的初始扩散尺度、等效扩散系数、水平动量继承系数、背景风速和干扰阈值均与问题一表 3 保持一致。

二、多云团联合衰减模型

在任意时刻 t ，将处于 20 s 有效作用窗口内的烟团浓度直接叠加，得到总烟幕浓度场：

$$C_{\Sigma}^{(3)}(r, t) = \sum_{i=1}^3 I_{[t_{c,i}, t_{c,i}+20]}(t) C_i(r, t)$$

随后沿问题一式(8)定义的各条导弹 - 目标视线积分总浓度，得到总光学厚度。

$$\tau_j^{(3)}(t) = \kappa \int_{M(t)}^{D_j} C_{\Sigma}^{(3)}(r, t) dl = \sum_{i=1}^3 \tau_{ij}(t)$$

其中， $\tau_{ij}(t)$ 表示第 i 个烟幕云团在 t 时刻对第 j 条探测视线产生的等效光学厚度贡献。信号透过率、连续干扰效能及阈值判定继续采用问题一式(11)至式(14)。

三、目标函数与约束

以三烟团共同作用下的总有效遮蔽时长为目标，时间步进与问题一保持一致。目标函数如下：

$$\max_{X_3} T_{\text{有效}}(X) = \max_{X_3} \left[\Delta t \sum_{n=1}^N I(t_n; X_3) \right]$$

$I^{(3)}(t_n; X_3)$ 表示在决策方案 X_3 下，第 n 个离散时刻的三烟团联合有效遮蔽状态。

该问题的约束条件为：

$$\begin{cases} 70 \leq v_{FY1} \leq 140 \\ t_2 - t_1 \geq 1 \\ t_3 - t_2 \geq 1 \\ t_i \geq 0 \\ \Delta t_i \geq 0 \\ z_{C_i} > 0 \end{cases}$$

其中， z_{C_i} 表示第 i 枚烟幕弹起爆点 C_i 的竖直坐标，即起爆高度；该约束用于保证烟幕弹在地面以上完成起爆。

3.3.3. 模型求解

一、求解算法

模拟退火算法沿用 4.2 的 Metropolis 接受准则和降温机制，仅将搜索状态由单弹的 4 维变量扩展为 8 维变量。每产生一个候选解，均重新计算 3 个烟团的总浓度场与总有效遮蔽时长，再依据全局目标函数决定是否接受。搜索阶段采用较粗时间网格加速寻优，最终最优解统一用 $\Delta t = 0.001$ s 和问题一相同的目

标表面离散方式复核。数值复核中等效衰减参数固定为问题一归一化标定值。

二、求解结果

模拟退火得到 FY1 最优飞行速度为 129.668 m/s，航向角为 179.124°。3 枚烟幕弹的投放与起爆参数如下表 4。

Table 4. Optimization results for smoke munition deployment in problem 3

表 4. 问题三烟幕投放优化结果

弹序	投放时刻/s	起爆延迟/s	起爆时刻/s	起爆点 C/m	单弹有效时长
1	0.006	3.708	3.714	(17318.437, 7.361, 1732.636)	3.668
2	1.433	4.000	5.433	(17095.546, 10.768, 1721.600)	3.564
3	6.939	0.400	7.339	(16848.513, 14.543, 1799.218)	0.000

在多烟团浓度联合计算后，有效遮蔽区间为[3.714 s, 9.717 s)，总有效遮蔽时长为 6.003 s。第三枚烟幕弹在该共享航迹下未形成新的有效时段，其边际贡献为 0；这说明单无人机固定航向对后续烟团的可达遮蔽区域存在约束。

3.4. 问题四模型的建立与求解

3.4.1. 建模思路

问题四由 FY1、FY2、FY3 各投放 1 枚烟幕弹共同干扰 M1。为体现真正的多无人机协同，不再采用“分别求解单机最优方案后简单合并时间区间”的方法，而是将 3 架无人机的速度、航向、投放时刻和起爆延迟统一组成联合决策向量，在同一个总遮蔽目标函数下同步优化。

任一无人机参数发生变化后，均重新计算 3 个烟团的空间位置、浓度场及其对所有目标采样视线的共同衰减效应，再以系统总有效遮蔽时长评价候选方案。因此，多机之间的时间互补、空间互补及烟团重叠增强均直接进入优化过程。

3.4.2. 模型建立

一、联合决策向量

设第 i 架无人机的速度、航向、投放时刻和起爆延迟分别为 $v_i, t_i, \Delta t_i, \theta_i$ ，则：

$$X_4 = (v_1, v_2, v_3, t_1, t_2, t_3, \Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$$

三架无人机的投放点、起爆点和烟团运动均沿用问题二的单弹模型，将 FY1 初始坐标替换为各自题设初始坐标即可；烟团浓度仍采用问题一式(5)，无需重复列式。

二、多机联合遮蔽模型

3 个烟团的浓度在同一空间点直接叠加得到总烟幕浓度为：

$$C_{\Sigma}^{(4)}(r, t) = \sum_{i=1}^3 I_{[t_{c,i}, t_{c,i}+20]}(t) C_i(r, t)$$

总光学厚度为各烟团光学厚度之和，如下：

$$\tau_j^{(4)}(t) = \sum_{i=1}^3 \tau_{ij}(t)$$

之后按照问题一的连续信号衰减模型计算并进行阈值判定。

三、协同优化目标

目标函数如下：

$$\max_{X_4} T_{\text{有效}}(X) = \max_{X_4} \left[\Delta t \sum_{n=1}^N I(t_n; X_4) \right]$$

其中, $I^{(4)}(t_n; X_4)$ 表示在决策方案 X_4 下, 第 n 个离散时刻的三烟团联合有效遮蔽状态。

该问题的约束条件为:

$$\begin{cases} 70 \leq v_i \leq 140 \\ t_i \geq 0 \\ \Delta t_i \geq 0 \\ z_{C_i} > 0 \end{cases}$$

其余高斯扩散、衰减阈值和时间步长均与问题一一致。

3.4.3. 模型求解

一、联合模拟退火算法

算法仍采用 4.2 的模拟退火接受准则。与它的区别主要在于, 每次迭代直接在 12 维联合决策向量中随机选择一个或多个无人机参数块进行扰动, 候选解的优劣由 3 个烟团共同产生的总有效遮蔽时长决定 (如图 5), 而不是由单架无人机的局部时长决定。该实现保证所有无人机在同一个全局目标下协同寻优。

基于y轴距离的无人机与导弹分配关系

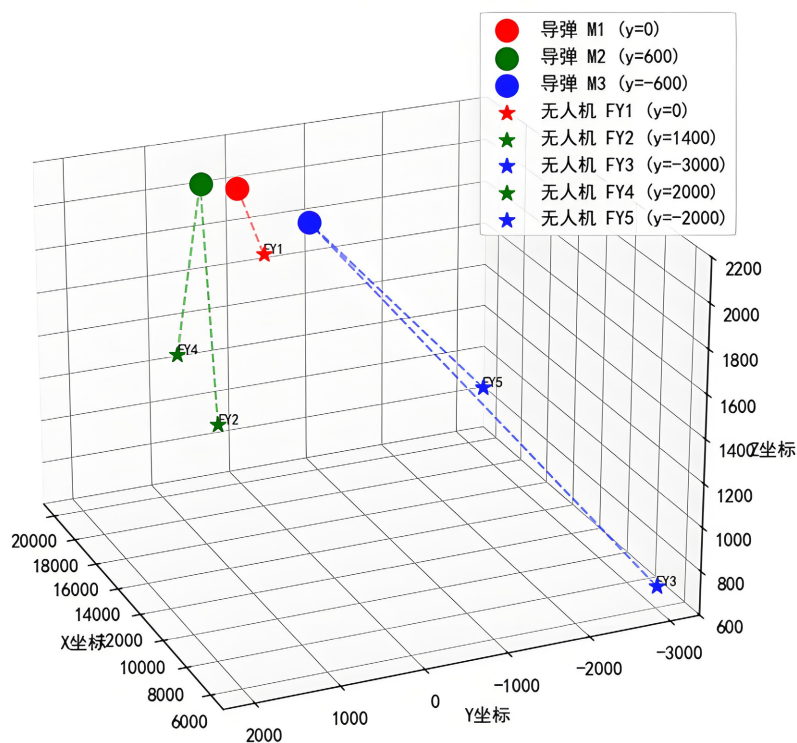


Figure 5. Schematic diagram of missile and UAV positions

图 5. 导弹与无人机位置示意图

二、求解结果

联合复核得到 3 段主要有效遮蔽区间: $[3.121 \text{ s}, 7.869 \text{ s}]$ 、 $[17.320 \text{ s}, 22.242 \text{ s}]$ 和 $[33.868 \text{ s}, 36.611 \text{ s}]$, 总有效遮蔽时长为 12.413 s。三个窗口在时间上基本互补, 说明联合优化能够主动减少无效重叠并延长整体遮蔽覆盖具体结果, 如下表 5 所示。

Table 5. Joint optimization results for UAVs in problem 4**表 5.** 问题四无人机联合优化结果

无人机	速度/(m/s)	航向角/°	投放时刻/s	起爆延迟/s	起爆点 C/m	单云团时长/s
FY1	73.011	177.206	0.045	2.419	(17620.353, 8.768, 1771.334)	4.748
FY2	139.247	309.431	9.177	3.643	(13133.778, 21.221, 1334.977)	4.922
FY3	111.849	83.544	24.628	2.883	(6346.005, 57.570, 659.275)	2.744

3.5. 问题五模型的建立与求解

3.5.1. 建模思路

问题五进一步扩展为 5 架无人机对 M1、M2、M3 三枚导弹的协同干扰。由于决策维数显著增加，本文采用“任务分配初始化 + 全局协同模拟退火”的两层框架：首先根据无人机与各导弹来袭视线的空间可达性生成任务分配初值；随后将所有已激活无人机的飞行参数和烟幕弹时序同时纳入全局目标函数，通过分块联合模拟退火迭代调整。

与原先各无人机独立求解不同，候选方案每次更新后均同时计算 M1~M3 三枚导弹的连续信号衰减效果，并以三枚导弹有效遮蔽时长之和作为唯一接受依据。即使某烟团主要分配给某一导弹，其对其他导弹视线产生的浓度贡献在评价时也仍计入总浓度场，从而保持物理上的全局耦合。

3.5.2. 模型建立

一、任务分配与联合决策

设 $z_{ik} = 1$ 表示第 i 架无人机主要承担对导弹 M_k 的干扰任务，否则 $z_{ik} = 0$ 。任务分配变量与各无人机速度、航向及激活烟幕弹的投放/起爆参数共同构成系统决策向量。

$$z_{ik} \in \{0, 1\}, \sum_{k=1}^3 z_{ik} \leq 1$$

各无人机和各烟幕弹的投放点、起爆点、高斯烟团运动及单条视线衰减计算均直接沿用问题一、二的流程，仅增加无人机和弹序下标。

二、全局目标函数

令 $I_k(t_n; X_5)$ 表示在全体烟团共同作用下，导弹 M_k 对应真目标的有效遮蔽状态，则系统目标为 3 枚导弹有效遮蔽时长之和最大。

$$\max_{X_5} J(X_5) = \max_{X_5} \sum_{k=1}^3 \left[\Delta t \sum_{n=1}^{N_k} I_k(t_n; X_5) \right]$$

约束条件如下：

$$\begin{cases} 70 \leq v_i \leq 140 \\ n_i \leq 3 \\ t_{i,j+1} - t_{ij} \geq 1 \\ t_{ij} \geq 0 \\ \Delta t_{ij} \geq 0 \\ z_{C_{ij}} > 0 \end{cases}$$

其中 n_i 为第 i 架无人机实际启用的烟幕弹数量。题设未给出起爆延迟的统一硬上界，因此多机多弹计算只保留起爆高度为正的物理可行性约束；其他烟团扩散参数、连续衰减阈值及数值步长与问题一完全一致。

3.5.3. 模型求解

一、全局协同模拟退火

求解仍沿用 4.2 的模拟退火机制。首先由空间可达性产生任务分配初值，随后随机选择某一无人机参数块(速度、航向及其投弹时序)进行扰动；每次扰动都重新计算 3 枚导弹的全局目标函数，并依据 Metropolis 准则接受或拒绝。对于新增烟幕弹，只有当其在全局目标下产生正的边际增益时才保留，因此最终实际投弹数量可以小于 3。

二、求解结果

如表 6，全局协同优化最终得到任务分配：FY1、FY2 主要干扰 M1，FY3、FY4 主要干扰 M2，FY5 主要干扰 M3。FY1 启用 2 枚烟幕弹，其余无人机各启用 1 枚；继续增加烟幕弹未产生新的有效遮蔽时段，符合“每机至多 3 枚”的约束。

Table 6. Global cooperative deployment strategy for problem 5

表 6. 问题五全局协同投放策略

无人机	主干扰对象	弹序	速度	航向角	投放时间	起爆延迟时间	起爆点 C/m
FY1	M1	1	129.668	179.124	0.006	3.708	(17318.437, 7.361, 1732.636)
FY1	M1	2	129.668	179.124	1.433	4.000	(17095.546, 10.768, 1721.600)
FY2	M1	1	140.000	258.522	3.455	6.393	(11725.671, 48.938, 1199.747)
FY3	M2	1	140.000	89.844	22.119	1.072	(6008.860, 246.642, 694.372)
FY4	M2	1	140.000	294.640	2.553	9.972	(11731.081, 406.129, 1312.708)
FY5	M3	1	133.888	117.198	12.647	0.790	(12177.745, -399.905, 1296.944)

最终三枚导弹的有效遮蔽时长之和为 22.115 s，具体的数值结果如表 7 所示。该结果说明，多无人机参数在统一目标函数下进行协同调整后，可利用不同无人机的空间位置差异形成前后接续的遮蔽窗口。

Table 7. Joint shielding results for each missile in problem 5

表 7. 问题五各导弹联合遮蔽结果

导弹	有效遮蔽区间	有效遮蔽时长	最小干扰效能
M1	[3.714, 9.717); [16.208, 21.489)	11.284	0.9584
M2	[15.246, 20.126); [31.387, 34.043)	7.536	0.9776
M3	[15.675, 18.970)	3.295	0.9843
合计	-	22.115	-

4. 总结

本文围绕烟幕干扰弹投放策略优化问题，构建了一个“运动学建模 - 空间几何遮蔽判定 - 多目标优化”的数学模型框架。首先针对固定参数场景建立运动学模型与连续信号衰减判定准则，采用高精度时间步进实现有效遮蔽时长定量评估；随后将无人机速度、航向角、投放时刻及起爆延迟等参数转化为决策变量，引入模拟退火算法依次求解单机单弹参数优化、单机多弹时序协同、多机单弹联合干扰以及多机多弹全域任务分配等问题，并通过浓度场叠加与遮蔽窗口融合处理实现多烟团互补增强。各场景下的最优策略均显著延长了有效遮蔽时长。

然而，当前工作尚未系统分析关键参数波动对最优解稳定性的影响，后续需针对无人机速度、投放延迟及导弹初始位置等核心参数开展灵敏度分析，量化其在合理偏差范围内的遮蔽时长变化规律，并以

图表形式直观评估方案的鲁棒性。同时，多无人机场景下虽采用了联合决策向量同步优化，但未引入分布式协商等更先进的协同机制；未来可设计基于邻域信息交互的迭代调整策略，使各无人机在全局目标引导下自适应协调，进一步降低对中心化优化的依赖并提升复杂动态环境下的响应能力。

参考文献

- [1] Petersen, W.B. and Lavdas, L.G. (1986) INPUFF 2.0—A Multiple Source Gaussian Puff Dispersion Algorithm: User's Guide. EPA/600/8-86/024. U.S. Environmental Protection Agency.
- [2] Crank, J. (1975) *The Mathematics of Diffusion*. 2nd Edition, Clarendon Press.
- [3] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型[M]. 第4版. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [4] Modest, M.F. (2013) *Radiative Heat Transfer*. 3rd Edition, Academic Press.
- [5] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P. (1983) Optimization by Simulated Annealing. *Science*, **220**, 671-680. <https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671>
- [6] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H. and Teller, E. (1953) Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *The Journal of Chemical Physics*, **21**, 1087-1092. <https://doi.org/10.1063/1.1699114>
- [7] 司守奎, 孙兆亮. 数学建模算法与应用[M]. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2017.