

环叶图的 g -分量边连通度

潘佳宇

青岛大学数学与统计学院, 山东 青岛

收稿日期: 2026年9月17日; 录用日期: 2026年10月17日; 发布日期: 2026年10月29日

摘要

为了更好地评估多处理器互连网络在链路故障下的可靠性和容错能力, 本文研究 g -分量边连通度, 记为 $c\lambda_g(G)$, 它定义为使图 G 产生至少 g 个连通分量所需删除的最少边数。我们考虑环叶图, 记为 $\mathcal{CL}(T; k_1, \dots, k_l)$, 该图通过在树 T 的每个叶子顶点处与圈的一个顶点粘合而得到。首先, 本文确定了轮图的 g -分量边连通度。随后给出了环叶图在 $2 \leq g \leq n(G)$ 范围内 g -分量边连通度的精确值。在此基础上, 我们进一步研究环叶图的 g -分量边连通度序列, 证明其相邻两项之差只能为1或2, 并刻画了差为2的情况。最后证明, 该序列能够唯一确定底层树的顶点数、附加圈的个数以及按非增次序排列的圈长序列。

关键词

可靠性, g -分量边连通度, 环叶图, 轮图, 连通度序列

The g -Component Edge Connectivity of Cycle-Leaf Graphs

Jiayu Pan

School of Mathematics and Statistics, Qingdao University, Qingdao Shandong

Received: September 17, 2026; accepted: October 17, 2026; published: October 29, 2026

Abstract

To better evaluate the reliability and fault tolerance of multiprocessor interconnection networks under link failures, we study the g -component edge connectivity of a graph G , denoted by $c\lambda_g(G)$, which is defined as the minimum number of edges whose removal results in at least g connected components. We consider a class of graphs called cycle-leaf graphs, denoted by $\mathcal{CL}(T; k_1, \dots, k_l)$, which are obtained by attaching a cycle to each leaf of a tree T . First, we

determine the g -component edge connectivity of wheel graphs. Then, we obtain the exact value of the g -component edge connectivity of cycle-leaf graphs for $2 \leq g \leq n(G)$. Based on this result, we further investigate the g -component edge connectivity sequence of cycle-leaf graphs and prove that the difference between any two consecutive terms is either 1 or 2, with a characterization of the cases in which the difference is 2. Finally, we show that this sequence uniquely determines the order of the underlying tree, the number of attached cycles, and the sequence of cycle lengths arranged in non-increasing order.

Keywords

Reliability, g -Component Edge Connectivity, Cycle-Leaf Graph, Wheel Graph, Connectivity Sequence

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

本文所讨论的图均为有限无向、简单连通图。对任意图 G ，顶点集和边集分别记为 $V(G)$ 和 $E(G)$ ，即图记为 $G = (V(G), E(G))$ 。顶点数记为 $n(G) = |V(G)|$ ，边数记为 $e(G) = |E(G)|$ 。对于顶点 $v \in V(G)$ ，用 $d_G(v)$ 表示顶点 v 的度，即与 v 关联的边数；用 $N_G(v)$ 表示顶点 v 在 G 中的邻域。设 X 是顶点子集， Y 是边子集，以 X 为顶点集，则 $G[X]$ 、 $G[Y]$ 分别表示由 X 、 Y 导出的子图， $G[X]$ 是从 G 中删除 X 中的顶点以及与这些顶点相关联的边所得到的子图， $G[Y]$ 是从 G 中删除 Y 中的边所得到的子图。本文用 P_n 、 C_n 和 W_n 分别表示顶点数为 n 的路、圈和轮图。

随着计算机与通信技术的高速发展，网络的可靠性愈发重要。在互连网络中，通常用处理器对应图的顶点，用通信链路对应图的边，从而将互连网络表示为连通图。网络中的处理器或通信链路可能发生故障，因此，如何利用图论参数刻画网络在故障条件下的连通性，是网络可靠性研究中的基本问题。经典连通度 $\kappa(G)$ 和边连通度 $\lambda(G)$ 是衡量网络可靠性的两个重要参数，分别表示使一个连通图变为不连通图所需删除的最少顶点数或边数。连通度越高，代表网络容错性能越好。

传统连通性指标只能反映网络是否断开，无法描述故障后网络被分割成的具体分支数量、规模和组织方式，难以满足实际应用中系统破碎情况的评估。Harary [1] 1983 年建议研究对顶点割 F 和 $G-F$ 的分支附加限制的条件连通性。Chartrand [2] 和 Sampathkumar [3] 从故障后连通分量数的角度对经典连通性进行了推广。Hsu [4] 将这一参数称为分量连通度，并研究了超立方体的分量连通度。对于整数 $g \geq 2$ ，若边集 $F \subseteq E(G)$ ，用 $G-F$ 表示从 G 中删除 F 中所有边后得到的图，并用 $\omega(G-F)$ 表示 $G-F$ 的连通分量数。如果 $\omega(G-F) \geq g$ ，则称 F 为 G 的一个 g -分量边割。图 G 的 g -分量边连通度记为 $c\lambda_g(G)$ ，定义为

$$c\lambda_g(G) = \min\{|F| : F \subseteq E(G), \omega(G-F) \geq g\}$$

由定义易知， $c\lambda_2(G) = \lambda(G)$ ，且 $c\lambda_g(G) \leq c\lambda_{g+1}(G)$ 。

后来相关结果被推广到泡排序星图、烧饼图、超立方体、Cayley 图、交错群网络和叶排序图等不同网络结构[5]-[9]。Li [10] 得到了树和一般图的 g -分量连通度，并解决了若干相关的极值问题。

此外，Ding [11] 研究了 shuffle-cube 的分量边连通度；Hao [12] 和 Guo [13] 讨论了正则网络中 extra edge

connectivity 与 component edge connectivity 之间的关系; Zhang [14]研究了增广立方体的分量边连通度。这些工作进一步丰富了分量边故障下的网络可靠性研究。最近, Li [15]确定了若干基本图类的 g -分量边连通度, 为进一步研究特殊图类提供了基础。

本文首先确定轮图的 g -分量边连通度, 然后给出环叶图在 $2 \leq g \leq n(G)$ 范围内的精确值。在此基础上, 进一步研究环叶图的 g -分量边连通度序列, 刻画相邻两项的变化规律, 并证明该序列可以唯一确定底层树的顶点数、附加圈的个数以及按非增次序排列的圈长序列。

2. 预备知识与轮图

轮图 W_n 由圈 C_{n-1} 和一个附加顶点 u 组成, 其中 u 与 C_{n-1} 的每个顶点相邻。称 u 为中心顶点, C_{n-1} 中的顶点为轮缘顶点。轮图是一类由圈和中心顶点构成的基本图, 而树与圈的组合也形成了一类自然的图结构。本文考虑的环叶图定义如下。

设 T 是一棵有 $l(l \geq 2)$ 个叶顶点的树, 将其叶顶点记为 $v_1, v_2, \dots, v_l$, 并设 $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_l \geq 3$ 为整数。环叶图记为 $\mathcal{CL}(T; k_1, \dots, k_l)$, 它由 T 按如下方式构造: 对每个叶顶点 v_i , 将 v_i 与圈 C_{k_i} 的一个顶点粘合。图 1 给出了以 T 为底层树的环叶图 $\mathcal{CL}(T; 10, 8, 7)$ 的构造示例。

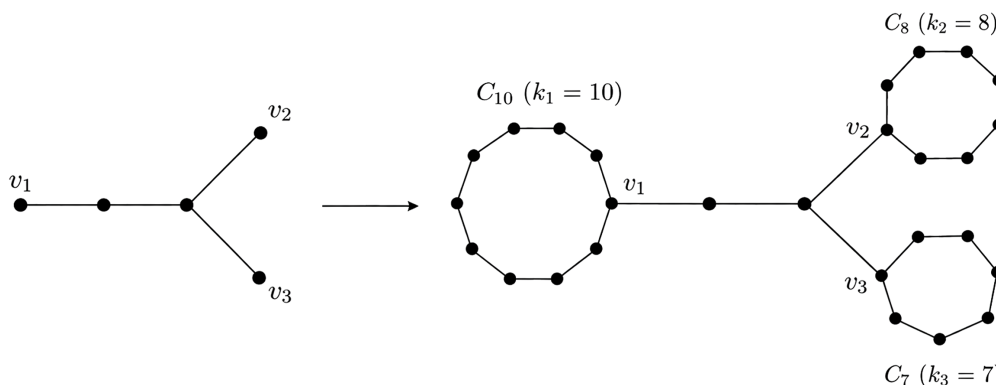


Figure 1. Construction of a cycle-leaf graph
图 1. 环叶图的构造

环叶图由树状骨架和附着于叶顶点处的圈构成, 可以用于刻画具有树状主干和局部环形结构的网络。其中, 树状骨架表示网络的层级连接关系, 叶顶点处的圈表示末端区域的局部连接。例如, 对于具有树状主干的分层传感器网络, 若末端区域内的处理器采用环形方式连接, 则可将其抽象为环叶图。树状主干连接不同的末端区域, 而环形结构使末端区域具有一定的局部连接冗余。因此, 环叶图可以作为研究此类网络在链路故障下连通性变化的一种理论模型。

引理 1 设 S 是轮图 W_n 中由 k 个轮缘顶点组成的集合, 其中 $1 \leq k \leq n-2$ 。若删去边集 F 后 S 中的每个顶点均成为孤立顶点, 则 $|F| \geq 2k+1$ 。

证明: 每个轮缘顶点的度为 3, 因此与 S 中顶点度数和为 $3k$ 。记 $e(S)$ 为两个端点均属于 S 的轮缘边数。由于这些边被重复计算一次, 故 $|F| \geq 3k - e(S)$ 。

因为 $1 \leq k \leq n-2$, 轮缘上 S 的导出子图至多含 $k-1$ 条边, 即 $e(S) \leq k-1$ 。因此 $|F| \geq 2k+1$ 。当 S 由 k 个连续轮缘顶点组成, 且 F 恰为所有与 S 关联的边时取等号。

引理 2 [15] 设 n 为正整数且 $n \geq 3$, 对 $2 \leq g \leq n$, 有 $c\lambda_g(C_n) = g$ 。

引理 3 [15] 设 T 是顶点数为 n 的树, 且 $n \geq 3$, 则对 $2 \leq g \leq n$, 有 $c\lambda_g(T) = g-1$ 。

定理 1 对轮图 W_n ($n \geq 4$), 有 $c\lambda_g(W_n) = \begin{cases} 2g-1, & 2 \leq g \leq n-1 \\ 2n-2, & g = n \end{cases}$

证明: 首先考虑 $2 \leq g \leq n-1$ 。由引理 1, 选取 $g-1$ 个连续轮缘顶点, 删除所有与这些顶点关联的边。由于其中有 $g-2$ 条轮缘边的两个端点均在所选顶点中, 删边数为

$$3(g-1) - (g-2) = 2g-1$$

删边后这 $g-1$ 个顶点均为孤立顶点, 其余顶点通过中心顶点连通, 故 $c\lambda_g(W_n) \leq 2g-1$ 。

下面证明下界。设 F 是 W_n 的一个最小 g -分量边割满足 $|F| \leq 2g-2$ 。设 u 为 W_n 的中心顶点, $W_n - F$ 的连通分量为 $G_1, \dots, G_t$, 其中 $t \geq g$ 。分两种情形讨论。

情形 1: 中心顶点 u 属于一个非平凡连通分量。不妨设 $u \in V(G_1)$, 那么其余 $t-1$ 个分量均由轮缘顶点组成。令 $q = t-1$, 则 $q \geq g-1$ 。 $G_2, \dots, G_t$ 每个分量至少包含一个轮缘顶点, 为使 u 与其分离, 必须删除与其中轮缘顶点相连的所有辐条。由于每个分量至少包含一个轮缘顶点, 每个分量至少需要删除一条辐条, 故至少删除 q 条辐条。同时, 由于 G_1 为非平凡分量且包含 u , 轮缘圈被分成至少 $q+1$ 个非空部分, 由引理 2, 至少需要删除 $q+1$ 条轮缘边。于是

$$|F| \geq q + (q+1) = 2q+1 \geq 2g-1$$

与假设矛盾。

情形 2: 中心顶点 u 为孤立顶点。此时必须删除轮缘顶点与 u 关联的全部 $n-1$ 条辐条。 $g=2$ 时, $|F| \geq n-1 \geq 3 = 2g-1$ 。 $3 \leq g \leq n-1$ 时, 则除 u 外, 轮缘圈还需产生至少 $g-1$ 个连通分量, 由引理 2, 至少需要删除 $g-1$ 条轮缘边。于是

$$|F| \geq (n-1) + (g-1) = n+g-2 \geq 2g-1$$

仍与假设矛盾。

故 $c\lambda_g(W_n) \geq 2g-1$, 与上界结合得到 $c\lambda_g(W_n) = 2g-1$ 。

最后, 当 $g=n$ 时, 必须使每个顶点均成为孤立顶点, 即删除 W_n 的全部 $2n-2$ 条边。因此 $c\lambda_g(W_n) = 2n-2$ 。

3. 主要结果

定理 2 设 $G = \mathcal{CL}(T; k_1, \dots, k_l)$, 其中 $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_l \geq 3$ 。对 $2 \leq g \leq n(G)$, 有

$$c\lambda_g(G) = \begin{cases} g-1, & 2 \leq g \leq n(T) \\ g-1+p_g, & n(T) < g \leq n(G) \end{cases}$$

其中 $p_g = \min \left\{ p \in \{1, \dots, l\} : \sum_{i=1}^p (k_i - 1) \geq g - n(T) \right\}$ 。

以图 1 中环叶图 $\mathcal{CL}(T; 10, 8, 7)$ 为例。可知 $n(T) = 5$, 且 $k_1 = 10, k_2 = 8, k_3 = 7$ 。由定理 2, 当 $g = n(T) + 5 = 10$ 时, $g - n(T) = 5$, 而 $k_1 - 1 = 9 \geq 5$, 因此 $p_{10} = 1$, 从而 $c\lambda_{10} = g - 1 + p_{10} = 10$ 。当 $g = n(T) + 10 = 15$ 时, $g - n(T) = 10$, 由于 $k_1 - 1 = 9 < 10$, 而 $(k_1 - 1) + (k_2 - 1) = 9 + 7 = 16 \geq 10$, 所以 $p_{15} = 2$, 从而 $c\lambda_{15} = g - 1 + p_{15} = 16$ 。

证明: 设 F 为 G 的一个最小 g -分量边割。记 $F_T = F \cap E(T)$, $F_i = F \cap E(C_{k_i})$, 于是

$$F = F_T \cup \bigcup_{i=1}^l F_i。$$

令 $x = |F_T|$ 、 $a_i = |F_i|$ 。对每个 i , 令 y_i 表示 $C_{k_i} - F_i$ 中不含粘接顶点 v_i 的连通分量数。由于 C_{k_i} 是圈,

有

$$a_i \geq y_i + \delta_i, \text{ 其中 } \delta_i = 1 \text{ (当 } y_i \geq 1) \text{ 或 } \delta_i = 0 \text{ (当 } y_i = 0).$$

由引理 3, 树 T 删去 x 条边后恰有 $x+1$ 个连通分量, 因此

$$\omega(G-F) = (x+1) + \sum_{i=1}^l y_i.$$

根据 F 定义有 $\omega(G-F) \geq g$ 可得 $(x+1) + \sum_{i=1}^l y_i \geq g$, 从而

$$x + \sum_{i=1}^l y_i \geq g-1 \quad (1)$$

所以

$$|F| = x + \sum_{i=1}^l a_i \geq x + \sum_{i=1}^l y_i + \sum_{i=1}^l \delta_i \geq g-1 + \sum_{i=1}^l \delta_i. \quad (2)$$

下面分两种情形。

情形 1 当 $2 \leq g \leq n(T)$ 时, 由式(2)有 $|F| \geq g-1$, 即 $c\lambda_g(G) \geq g-1$ 。另一方面, 由引理 3 在 T 中任意删除 $g-1$ 条边会使 T 产生恰好 g 个连通分量, 而各附加圈仍与相应的树分量相连, 因此整个环叶图也恰好有 g 个连通分量, 故 $c\lambda_g(G) \leq g-1$, 从而 $c\lambda_g(G) = g-1$ 。

情形 2 当 $n(T) < g \leq n(G)$ 时, 由式(1)和 $x \leq n(T)-1$ 可得

$$\sum_{i=1}^l y_i \geq g - n(T).$$

令 $I = \{i: y_i \geq 1\}$, $p = |I|$ 。由于对 $i \in I$ 有 $y_i \leq k_i - 1$, 又因 $k_1 \geq \dots \geq k_l$, 故

$$g - n(T) \leq \sum_{i \in I} y_i \leq \sum_{i \in I} (k_i - 1) \leq \sum_{i=1}^p (k_i - 1).$$

由 $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_l \geq 3$, 要产生上述额外的连通分量, 至少需要对 p_g 个附加圈删边。由 p_g 的定义知 $p \geq p_g$ 。再由式(2)得到

$$|F| \geq g-1 + \sum_{i=1}^l \delta_i = g-1 + p \geq g-1 + p_g.$$

因此 $c\lambda_g(G) \geq g-1 + p_g$ 。

下面证明上界, 令 $F_T = E(T) = n(T)-1$, 并删除前 p_g-1 个圈的全部边。令

$$R = g - n(T) - \sum_{i=1}^{p_g-1} (k_i - 1).$$

由 p_g 的最小性有 $1 \leq R \leq k_{p_g} - 1$ 。由引理 2, 在 $C_{k_{p_g}}$ 中删除 $R+1$ 条适当选择的边, 使其产生恰好 R 个不含粘接顶点 v_{p_g} 的连通分量。其余圈不删边。此时所得图恰有 g 个连通分量, 则

$$|F| \leq (n(T)-1) + \sum_{i=1}^{p_g-1} k_i + (R+1) = g-1 + p_g.$$

故 $c\lambda_g(G) \leq g-1 + p_g$ 。结合下界即得 $c\lambda_g(G) = g-1 + p_g$ 。证毕。

在证明定理 3 和定理 4 之前, 设 $G = \mathcal{CL}(T; k_1, \dots, k_l)$, 其中 $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_l \geq 3$ 。记 $s_0 = 0$,

$s_p = \sum_{i=1}^p (k_i - 1)$, $1 \leq p \leq l$ 。于是 $n(G) = n(T) + s_l$ 。

定义 G 的 g -分量边连通度序列为 $\Lambda(G) = (c\lambda_2(G), c\lambda_3(G), \dots, c\lambda_{n(G)}(G))$ 。

定理 3 对任意 $2 \leq g \leq n(G) - 1$, 有

$$c\lambda_{g+1}(G) - c\lambda_g(G) \in \{1, 2\}。$$

进一步, $c\lambda_{g+1}(G) - c\lambda_g(G) = 2$ 当且仅当 $g = n(T) + s_p$ 对某个 $p \in \{0, 1, \dots, l-1\}$ 成立。

证明: 由定理 2, 当 $2 \leq g \leq n(T)$ 时, $c\lambda_g(G) = g - 1$ 。因此, 当 $2 \leq g < n(T)$ 时,

$$c\lambda_{g+1}(G) - c\lambda_g(G) = 1。$$

当 $g = n(T)$ 时,

$$c\lambda_{g+1}(G) - c\lambda_g(G) = 2。$$

这对应于 $n(T) = n(T) + s_0$ 。

当 $n(T) < g \leq n(G) - 1$, 令 $r = g - n(T)$ 。由定理 2,

$$c\lambda_g(G) = g - 1 + p_g, \text{ 其中 } p_g = \min\{p : s_p \geq r\}。$$

因此

$$c\lambda_{g+1}(G) - c\lambda_g(G) = [(g+1) - 1 + p_{g+1}] - (g - 1 + p_g) = 1 + p_{g+1} - p_g。$$

由于 $s_0 < s_1 < \dots < s_l$, 故 $p_{g+1} - p_g \in \{0, 1\}$, 从而 $c\lambda_{g+1}(G) - c\lambda_g(G) \in \{1, 2\}$, 且 $p_{g+1} - p_g = 1$ 当且仅当 $g - n(T) = s_p$, 其中 $1 \leq p \leq l - 1$ 。

定理 4 序列 $\Lambda(G)$ 唯一确定底层树的顶点数 $n(T)$ 、附加圈的个数 l 以及按非增次序排列的圈长序列 $(k_1, k_2, \dots, k_l)$ 。

证明: 由定理 2, $c\lambda_g(G) = g - 1$ 当且仅当 $2 \leq g \leq n(T)$ 。因此

$$n(T) = \max\{g : c\lambda_g(G) = g - 1\}。$$

又因为 $n(G) = n(T) + \sum_{i=1}^l (k_i - 1)$, 故 $p_{n(G)} = l$, 从而 $c\lambda_{n(G)}(G) = n(G) - 1 + l$, 即

$$l = c\lambda_{n(G)}(G) - n(G) + 1。$$

由定理 3, 定义 $J = \{g \in \{2, \dots, n(G) - 1\} : c\lambda_{g+1}(G) - c\lambda_g(G) = 2\}$ 将 J 中的元素按递增次序记为

$$j_0 < j_1 < \dots < j_{l-1}。$$

这里的 j_p 表示连通度序列中第 $p+1$ 个相邻两项“增量为 2”的位置。则 $j_0 = n(T)$, 且

$$j_p = n(T) + \sum_{i=1}^p (k_i - 1), \quad 1 \leq p \leq l - 1。$$

因此

$$k_i = j_i - j_{i-1} + 1, \quad 1 \leq i \leq l - 1,$$

并且由 $n(G) = n(T) + \sum_{i=1}^l (k_i - 1)$ 可得最后一个圈长

$$k_l = n(G) - j_{l-1} + 1。$$

所以 $n(T)$ 、 l 以及所有圈长均可由 $\Lambda(G)$ 唯一确定。

推论 1 设 $G = \mathcal{CL}(T; k_1, \dots, k_l)$ 与 $G' = \mathcal{CL}(T'; k'_1, \dots, k'_{l'})$ 为两个同顶点数环叶图, 并且两组圈长均按非增次序排列。则 $\Lambda(G) = \Lambda(G')$ 当且仅当

$$n(T) = n(T'), \quad l = l', \quad \text{且 } k_i = k'_i \quad (1 \leq i \leq l)。$$

证明: 若 $\Lambda(G) = \Lambda(G')$, 则结论由定理 4 直接得到。反之, 若上述参数相同, 则定理 2 中的 p_g 对 G 和 G' 相同, 故对每个 $2 \leq g \leq n(G)$ 均有 $c\lambda_g(G) = c\lambda_g(G')$, 从而 $\Lambda(G) = \Lambda(G')$ 。

4. 讨论

定理 4 表明 g -分量边连通度序列 $\Lambda(G)$ 可以唯一确定底层树的顶点数 $n(T)$ 、附加圈的个数 l 以及圈长序列 $(k_1, k_2, \dots, k_l)$, 但不能确定底层树 T 的同构类型。这是因为定理 2 中的公式对 T 的依赖仅体现在 $n(T)$ 上, 而与树的具体结构无关。因此, 两棵不同构但顶点数相同的树, 如果附加相同的有序圈长序列, 则所得环叶图可以具有相同的 g -分量边连通度序列。

这一现象说明, g -分量边连通度主要刻画使图产生至少 g 个连通分量所需删除的最少边数, 而不能反映底层树的全部结构信息。对于顶点数相同的不同构树, 当附加相同的有序圈长序列时, 所得环叶图在 g -分量边连通度方面可以具有相同的表现。因此, 这一结果并不是 g -分量边连通度定义本身的不足。若要进一步区分这些不同构的环叶图, 还需要结合其他的图指标。

5. 结论

本文研究了轮图和环叶图的 g -分量边连通度。首先得到轮图在全部 g 取值下的精确值; 随后利用树与附加圈之间的关系, 给出了环叶图 g -分量边连通度的统一公式。进一步地, 本文研究了由全部 g -分量边连通度组成的序列, 证明其相邻项之差仅为 1 或 2, 并利用差为 2 的位置恢复底层树的顶点数、附加圈个数和圈长序列。该结果说明, g -分量边连通度序列能够编码环叶图的一部分结构信息, 但不能识别底层树的同构类型。后续可进一步研究环叶图各结构参数对 g -分量边连通度的影响, 以及固定顶点数条件下的相关极值问题。

参考文献

- [1] Harary, F. (1983) Conditional Connectivity. *Networks*, **13**, 347-357. <https://doi.org/10.1002/net.3230130303>
- [2] Chartrand, G., Kapoor, S.F., Lesniak, L. and Lick, D.R. (1984) Generalized Connectivity in Graphs. Ph.D. Thesis, Western Michigan University, 61-63. <https://scholarworks.wmich.edu/dissertations/2273/>
- [3] Sampathkumar, E. (1984) Connectivity of a Graph-A Generalization. *Journal of Combinatorics, Information and System Sciences*, **9**, 71-78.
- [4] Hsu, L.H., Cheng, E., Lipták, L., Tan, J.M., Lin, C.K. and Ho, T.Y. (2012) Component Connectivity of the Hypercubes. *International Journal of Computer Mathematics*, **89**, 137-145. <https://doi.org/10.1080/00207160.2011.638978>
- [5] Gu, M.M., Hao, R.X., Tang, S.M. and Chang, J.M. (2020) Analysis on Component Connectivity of Bubble-Sort Star Graphs and Burnt Pancake Graphs. *Discrete Applied Mathematics*, **279**, 80-91. <https://doi.org/10.1016/j.dam.2019.10.018>
- [6] Zhao, S.L., Yang, W. and Zhang, S. (2016) Component Connectivity of Hypercubes. *Theoretical Computer Science*, **640**, 115-118. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2016.05.035>
- [7] Xu, L., Zhou, S. and Yang, W. (2020) Component Connectivity of Cayley Graphs Generated by Transposition Trees. *International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems*, **35**, 103-110. <https://doi.org/10.1080/17445760.2019.1618462>
- [8] Chang, J.M., Pai, K.J., Wu, R.Y. and Yang, J.S. (2019) The 4-Component Connectivity of Alternating Group Networks. *Theoretical Computer Science*, **766**, 38-45. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2018.09.018>
- [9] Wang, S., Li, H. and Zhao, L. (2024) The M-Component Connectivity of Leaf-Sort Graphs. *Mathematics*, **12**, Article

-
404. <https://doi.org/10.3390/math12030404>
- [10] Li, H., Zhang, S.M., Ye, C.F. and Zhou, S.M. (2021) The G-Component Connectivity of Graphs. *Theoretical Computer Science*, **889**, 96-104. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2021.07.039>
- [11] Ding, T., Li, P. and Xu, M. (2020) The Component (Edge) Connectivity of Shuffle-Cubes. *Theoretical Computer Science*, **835**, 108-119. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2020.06.015>
- [12] Hao, R.X., Gu, M.M. and Chang, J.M. (2020) Relationship between Extra Edge Connectivity and Component Edge Connectivity for Regular Graphs. *Theoretical Computer Science*, **833**, 41-55. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2020.05.006>
- [13] Guo, L., Zhang, M., Zhai, S. and Xu, L. (2021) Relation of Extra Edge Connectivity and Component Edge Connectivity for Regular Networks. *International Journal of Foundations of Computer Science*, **32**, 137-149. <https://doi.org/10.1142/s0129054121500076>
- [14] Zhang, Q., Xu, L. and Yang, W. (2021) Reliability Analysis of the Augmented Cubes in Terms of the Extra Edge-Connectivity and the Component Edge-Connectivity. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, **147**, 124-131. <https://doi.org/10.1016/j.jpdc.2020.08.009>
- [15] Li, H., Zou, J. and Zhang, S. (2026) The G-Component Edge Connectivity of Graphs. *Axioms*, **15**, Article 362. <https://doi.org/10.3390/axioms15050362>