

基于时间序列模型对澳元兑美元汇率的研究

张 钰

曲阜师范大学统计学院, 山东 曲阜

Email: 2257578379@qq.com

收稿日期: 2021年3月25日; 录用日期: 2021年4月9日; 发布日期: 2021年4月21日

摘 要

汇率是国际贸易中的调节杠杆, 对进出口贸易收支、国内物价水平、国际资本流动和经济结构、生产布局等都会产生重要影响, 因此研究汇率变动有十分重要的意义。本文主要研究澳元兑美元的汇率数值变动, 选取澳元兑美元汇率变动较为显著的1979~1999年的数据进行时间序列分析, 本文分别对数据拟合了ARIMA模型和GARCH模型, 对模型进行各项检验, 并比较了两种模型的优劣, 且与目前已获得的在此之后的真实汇率值作比较以评估模型的拟合效果, 最终选择GARCH模型来拟合澳元兑美元的汇率变动, 并在此结果的基础上说明GARCH模型在金融数据中的广泛应用。

关键词

澳元兑美元汇率变动, ARIMA模型, GARCH模型, 时间序列分析

Study on the Exchange Rate of Australian Dollar against US Dollar Based on Time Series Model

Yu Zhang

School of Statistics, Qufu Normal University, Qufu Shandong

Email: 2257578379@qq.com

Received: Mar. 25th, 2021; accepted: Apr. 9th, 2021; published: Apr. 21st, 2021

Abstract

Exchange rate is a regulatory lever in international trade. It has an important impact on import and export trade balance, domestic price level, international capital flow and economic structure

and production layout. Therefore, it is of great significance to study exchange rate fluctuations. This paper mainly studies the numerical changes of the exchange rate of Australian dollar against the US dollar, and selects the data from 1979 to 1999 when the exchange rate of Australian dollar against the US dollar changed significantly for time series analysis. In this paper, ARIMA model and GARCH model are fitted to the data respectively, various tests are carried out on the models, and the advantages and disadvantages of the two models are compared, and the real exchange rate values obtained after this are compared to evaluate the fitting effect of the models. Finally, the GARCH model is chosen to fit the exchange rate change of Australian dollar against US dollar, and the extensive application of GARCH model in financial data is illustrated on the basis of the results.

Keywords

Australian Dollar/US Dollar Exchange Rate, ARIMA Model, GARCH Model, Time Series Analysis

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

汇率变动一直是各个国家向来关注的热点问题, 汇率变动对一国国内就业、国民收入及资源配置乃至世界经济都有重要的影响。本文在查阅资料后, 发现澳元兑美元汇率在上个世纪末有明显的变动, 因此选择这一时间段进行研究。利用时间序列模型和 R 软件对数据进行分析, 希望获得一个较好的澳元兑美元汇率走势的拟合模型。

2. 材料与方法

2.1. 研究背景

汇率是两种货币之间兑换的比率, 汇率变动对一个国家的进出口贸易有着直接的调节作用[1]。通过查阅资料, 了解到 20 世纪 70 年代到 20 世纪 90 年代末澳元兑美元的汇率有明显的变动。本文在获取该时间段的澳元兑美元汇率数据后(数据来源见附录), 选取适当的模型, 旨在对其走势进行拟合, 并且比较两种模型的优劣。

2.2. 澳元兑美元汇率的研究模型

本文依托选取的数据, 分别对数据采用 ARIMA 模型和 GARCH 模型进行拟合, 旨在比较两种模型的优缺点, 并判断模型拟合效果的优劣。

2.2.1. 求和自回归移动平均(ARIMA)模型

具有如下结构的模型称为求和自回归移动平均模型, 简记为 ARIMA (p, d, q)模型:

$$\begin{cases} \Phi(B)\nabla^d = \Theta(B)\varepsilon_t \\ E(\varepsilon_t) = 0, \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2, E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0, s \neq t \\ E(x_s \varepsilon_t) = 0, \forall s < t \end{cases}$$

可以看到, 使用 ARIMA 模型需满足以下三个条件:

条件一: 随机干扰序列 $\{\varepsilon_t\}$ 为零均值白噪声序列。

条件二：当期的随机干扰与过去的序列值无关。

条件三：残差序列方差齐性。

2.2.2. 广义自回归条件异方差(GARCH)模型

一个完整的 GARCH (p, q)模型的结构如下：

$$\begin{cases} x_t = f(t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \sqrt{h_t} e_t, e_t \sim N(0, 1) \\ h_t = \lambda_0 + \sum_{j=1}^p \eta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^q \lambda_i \varepsilon_{t-i}^2 \end{cases}$$

参数满足如下约束条件：

$$0 \leq \lambda_i < 1, i = 1, 2, \dots, q$$

$$0 \leq \eta_j < 1, j = 1, 2, \dots, p$$

$$0 \leq \sum_{j=1}^p \eta_j + \sum_{i=1}^q \lambda_i < 1$$

该模型包括均值模型、条件异方差模型和分布假定。GARCH 模型打破了传统的方差恒定的假设，该模型的提出解决了许多之前未曾解决的问题。

3. 结果与分析

3.1. ARIMA 模型的建立

绘制时序图是对时间序列数据进行分析的第一步。该序列的时序图如图 1 所示。

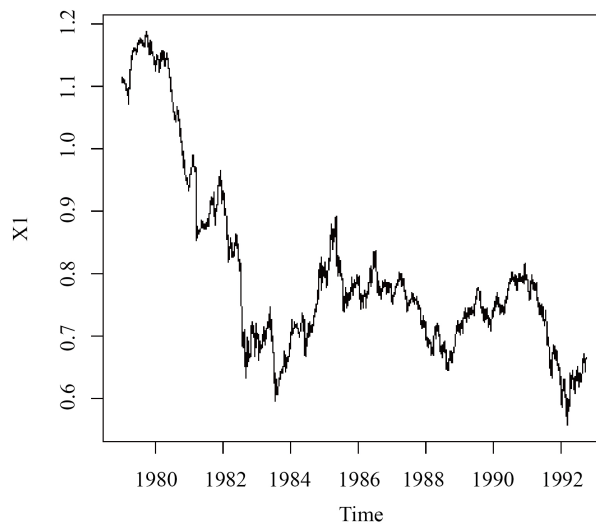


Figure 1. Timing chart of the Australian dollar against the US dollar

图 1. 澳元兑美元汇率时序图

观察时序图可知，该序列有显著的趋势，为典型的非平稳序列。下面对该序列进行一阶差分，以提取序列的确定性趋势信息。差分后的时序图如图 2 所示。

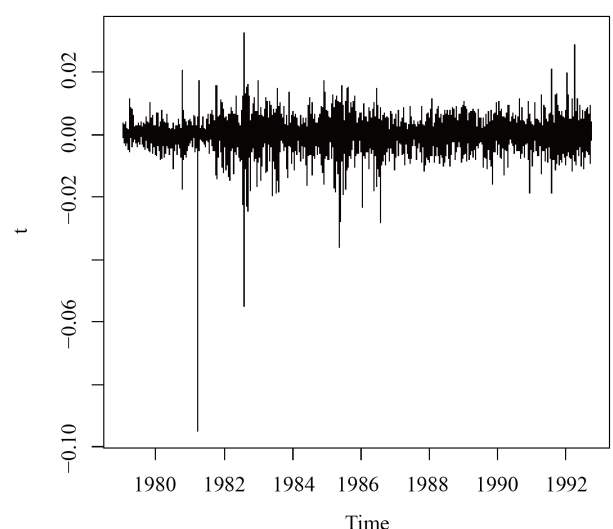


Figure 2. Time sequence chart of Australian dollar against US dollar after 1st order difference
图 2. 澳元兑美元汇率 1 阶差分后序列时序图

差分后序列已经没有非常明显的趋势特征，为进一步确定差分后序列的平稳性，下面对差分后的序列进行平稳白噪声(ADF)检验，检验结果见表 1。

Table 1. First order difference sequence ADF test results
表 1. 一阶差分序列 ADF 检验结果

类型	延迟阶数	τ 统计量的值	P 值
类型一	0	-69.1	0.01
	1	-51.5	0.01
	2	-41.2	0.01
类型二	0	-69.2	0.01
	1	-51.5	0.01
	2	-41.2	0.01
类型三	0	-69.2	0.01
	1	-51.5	0.01
	2	-41.2	0.01

检验结果显示，该序列所有统计量的 P 值均小于给定的显著性水平 $\alpha = 0.05$ ，所以可以认定一阶差分后的序列实现了平稳。下面对一阶差分后的序列进行纯随机性检验，检验结果如表 2 所示。

Table 2. Test results of pure randomness of first order difference sequences
表 2. 一阶差分序列纯随机性检验结果

延迟阶数	纯随机性检验	
	LB 检验统计量的值	P 值
6	16.157	0.01293
12	26.808	0.008235
18	34.988	0.009484

检验结果显示,各阶延迟下 LB 统计量的 P 值都小于给定的显著性水平 $\alpha = 0.05$, 所以认为一阶差分后的序列为平稳非白噪声序列。下面对一阶差分后序列拟合 ARMA 模型, 图 3 和图 4 为一阶差分序列的自相关系数图和偏自相关系数图。

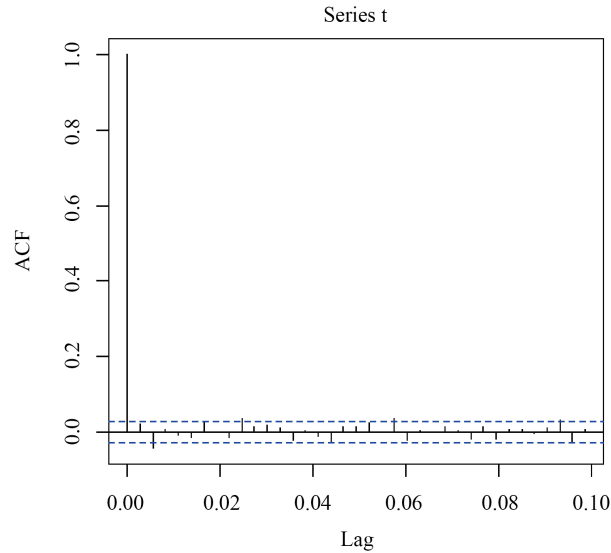


Figure 3. Autocorrelation coefficient diagram of first-order difference sequence

图 3. 一阶差分序列自相关系数图

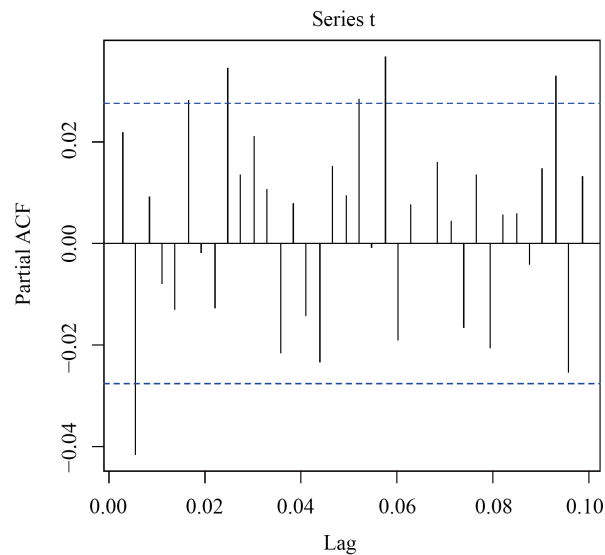


Figure 4. Partial autocorrelation coefficient diagram of first-order difference series

图 4. 一阶差分序列偏自相关系数图

根据图 3 和图 4 所表现出的特征, 可以认为一阶差分后序列的自相关系数和偏自相关系数均表现出拖尾的性质, 因此, 对差分后的序列尝试拟合 ARMA (1, 1)模型, 即对原序列尝试拟合 ARIMA (1, 1, 1)模型, 运行结果如表 3。

Table 3. ARIMA(1,1,1) model parameter estimation
表 3. ARIMA(1,1,1)模型参数估计

参数	估计值
ar1	-0.59
ma1	0.62
σ^2	2.105×10^{-5}

根据公式 $\Phi(B)\nabla^d x_t = \Theta(B)\varepsilon_t$, 计算可得如下模型结构:

$$x_t = 0.41x_{t-1} + 0.59x_{t-2} + \varepsilon_t - 0.62\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t \sim N(0, 2.105 \times 10^{-5})$$

对 ARIMA 模型的拟合结果进行残差白噪声检验和参数显著性检验, 检验结果见表 4。

Table 4. Checklist of fitting results
表 4. 拟合结果检验表

残差白噪声检验			参数显著性检验	
延迟阶数	LB 统计量	P 值	参数	P 值
6	9.1469	0.1655	ϕ_1	0.0006551223
12	19.162	0.08469	θ_1	0.0001963824

根据以上检验结果可知, 模型通过了检验, 可以用来进行下一步的预测。预测未来 10 日的汇率数值, 结果如下:

0.6635970 0.6636576 0.6636220 0.6636429 0.6636306 0.6636378 0.6636336
0.6636361 0.6636346 0.6636355

查阅当时的真实汇率数据, 发现该模型的拟合结果与真实数据基本吻合, 预测效果较好。

3.2. GARCH 模型的建立

集群效应是经济和金融领域常见的现象[2]。集群效应的存在意味着方差非齐, 此时就不符合 ARIMA 模型中方差齐性的假设, 导致得到的置信区间达不到要求。根据一阶差分后的序列的时序图, 可以看出存在集群效应, 下面对该数据拟合 GARCH 模型[3]。

首先对一阶差分后的序列进行 PP 检验, 检验结果如下(表 5):

Table 5. PP test results
表 5. PP 检验结果

Dickey-Fuller	Truncation lag parameter	p-value
-69.144	10	0.01

P 值等于 0.01, 这说明差分后序列可视为平稳序列, 接下来对差分后序列进行纯随机性检验, 检验结果同表 2, 同时考察差分后序列的自相关系数大小, 结果如下(表 6):

Table 6. Autocorrelation coefficients of each order of delay
表 6. 延迟各阶的自相关系数

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.000	0.022	-0.041	0.007	-0.006	-0.014	0.028	0.001	-0.015	0.034	0.016
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0.018	0.012	-0.022	0.004	-0.010	-0.024	0.015	0.014	0.026	0.002	0.036
22	23	24								
-0.020	0.004	0.002								

LB 检验的 P 值都极小, 所以白噪声检验结果是该序列为非白噪声序列, 但延迟各阶的自相关系数显示序列值之间的相关性很小, 综合考虑, 可以认为差分后序列近似为纯随机序列。至此, 认为汇率的均值模型为 ARIMA (0, 1, 0) 模型, 即随机游走模型:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

下面对差分后的序列进行条件异方差检验(表 7)。

Table 7. Conditional heteroscedasticity test results
表 7. 条件异方差检验结果

Portmanteau-Q test			Lagrange-Multiplier test		
order	PQ	p.value	order	LM	p.value
4	27.4	1.63e-05	4	48690	0
8	37.0	1.14e-05	8	21738	0
12	39.5	8.58e-05	12	14309	0
16	40.1	7.55e-04	16	10680	0
20	40.8	4.01e-03	20	8522	0
24	41.0	1.68e-02	24	7071	0

Q 检验和 LM 检验均显著拒绝方差齐性假定, 可以认为残差平方序列中蕴含显著的相关信息, 值得拟合条件异方差模型进行提取。

下面拟合 GARCH (1, 1) 模型, 运行结果如下(表 8):

Table 8. Parameter estimation of GARCH (1, 1) model and significance test results
表 8. GARCH (1, 1) 模型参数估计值及显著性检验结果

	估计值	标准差	t 统计量	P 值
omega	0.00000	0.000000	0.10904	0.91317
alpha1	0.07185	0.000036	1973.65680	0.00000
beta1	0.90489	0.000457	1981.05410	0.00000

由表 8 可以发现 omega 没有通过显著性检验, 可以剔除。模型输出的信息量为:

Information Criteria

Akaike	-8.0918
Bayes	-8.0879
Shibata	-8.0918
Hannan-Quinn	-8.0905

至此，基于条件最小二乘估计方法，得到的拟合模型如下：

$$\begin{cases} x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \sqrt{h_t} e_t, e_t \sim N(0,1) \\ h_t = 0.0719\varepsilon_{t-1}^2 + 0.9049h_{t-1} \end{cases}$$

GARCH 模型通常认为序列服从正态分布，但在某些情况下序列未必服从正态分布，下面对这个分布假定进行检验。画出模型残差序列的 QQ 图和直方图如图 5 和图 6。

从 QQ 图可以看到残差序列的真实分位点偏离正态参考线，且残差直方图显示序列观察值比标准正态分布高耸，这说明序列并不服从正态分布假定。下面尝试将正态分布改为 t 分布，结果如表 9。

模型输出的信息量为：

Information Criteria

Akaike	-8.3075
Bayes	-8.3023
Shibata	-8.3075
Hannan-Quinn	-8.3057

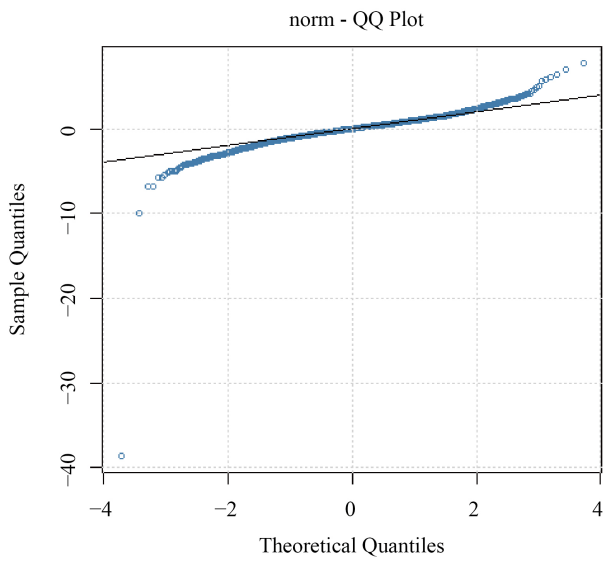


Figure 5. QQ chart of model residuals
图 5. 模型残差 QQ 图

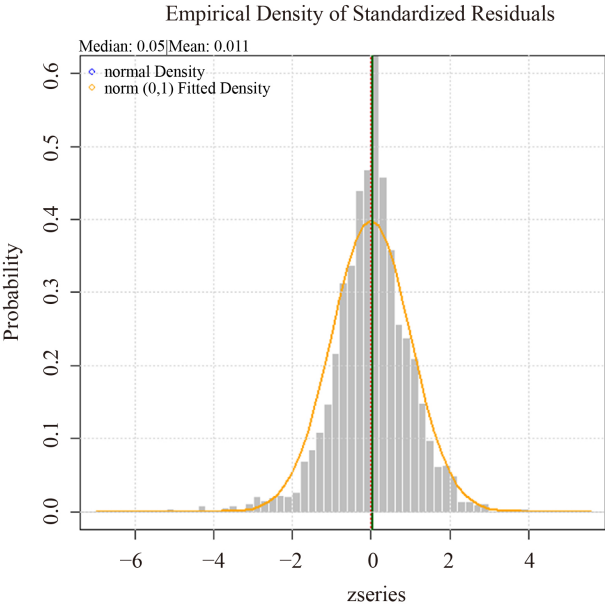


Figure 6. Histogram of model residuals
图 6. 模型残差直方图

Table 9. The GARCH(1,1) parameter estimation and significance test results after changing to t distribution
表 9. 改为 t 分布后 GARCH(1,1)参数估计值及显著性检验结果

	估计值	标准差	t 统计量	P 值
omega	0.000001	0.000000	1.4798	0.13893
alpha1	0.141788	0.018557	7.6406	0.00000
beta1	0.839067	0.014567	57.6008	0.00000

此时可以发现，模型的 AIC 和 BIC 信息量都比之前要小，拟合效果较之前略优，拟合模型为：

$$\begin{cases} x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \sqrt{h_t} e_t, e_t \sim t(4.5341) \\ h_t = 0.14179 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.83907 h_{t-1} \end{cases}$$

以上两种模型的显著性检验分别如下(表 10~13)：

Table 10. White noise test results of standardized residual sequence
表 10. 标准化残差序列的白噪声检验结果

	统计量的值	P 值
Lag [1]	6.764	0.009301
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [2]	6.898	0.012690
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [5]	7.228	0.045637

Table 11. White noise test results of standardized residual-squared sequences
表 11. 标准化残差平方序列的白噪声检验结果

	统计量的值	P 值
Lag [1]	0.004587	0.9460
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [5]	0.034013	0.9998
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [9]	0.114961	1.0000

Table 12. The white noise test results of standardized residual sequence after t distribution is changed
表 12. 改为 t 分布后标准化残差序列的白噪声检验结果

	统计量的值	P 值
Lag [1]	7.000	0.008151
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [2]	7.031	0.011699
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [5]	7.222	0.045813

Table 13. The white noise test results of standardized residual-square sequence after t distribution
表 13. 改为 t 分布后标准化残差平方序列的白噪声检验结果

	统计量的值	P 值
Lag [1]	0.01478	0.9032
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [5]	0.06022	0.9993
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [9]	0.13577	1.0000

通过检验可以发现，在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拟合的均值模型并未通过显著性检验，是选择的均值模型没能充分地提取序列中蕴含的水平信息，但对波动信息的提取非常充分，下面尝试对均值模型进行改进，我们仍改用 ARIMA (1, 1, 1)模型提取水平信息，得到最终模型：

$$\begin{cases} x_t = 0.41x_{t-1} + 0.59x_{t-2} + \varepsilon_t - 0.62\varepsilon_{t-1} \\ \varepsilon_t = \sqrt{h_t}e_t, e_t \sim N(0,1) \\ h_t = 0.069\varepsilon_{t-1}^2 + 0.91h_{t-1} \end{cases}$$

均值模型的结构已在 ARIMA 建模时说明。下面对模型进行检验，由表 14 和表 15 可知此时模型通过了显著性检验。

Table 14. The white noise test results of the standardized residual sequence after the improved mean model were obtained
表 14. 改进均值模型后标准化残差序列白噪声检验结果

	统计量的值	P 值
Lag [1]	1.602	0.20560
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1] [5]	3.066	0.43070
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1] [9]	7.919	0.06172

Table 15. Standardized white noise test results of residual-square sequence after improved mean model
表 15. 改进均值模型后标准化残差平方序列白噪声检验结果

	统计量的值	P 值
Lag [1]	0.003579	0.9523
Lag $[2*(p+q)+(p+q)-1]$ [5]	0.030399	0.9998
Lag $[4*(p+q)+(p+q)-1]$ [9]	0.105900	1.0000

图 7 给出的是分别在方差齐性假定下得到的 95%的置信区间和最终拟合的 GARCH (1, 1)模型拟合的条件异方差得到的 95%的置信区间, 当序列大幅波动时, 条件异方差模型的置信区间大于方差齐性置信区间; 而在序列小值波动时, 条件异方差模型的置信区间小于方差齐性置信区间, 更接近序列的真实波动情况, 对序列的预测更加准确, 更能提供有用可信的信息。

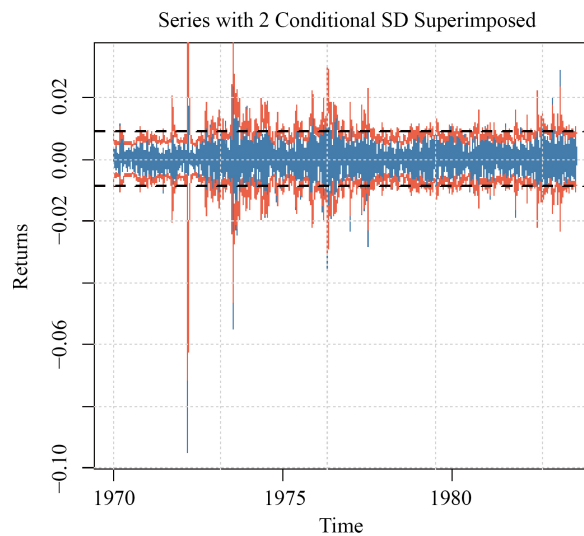


Figure 7. Schematic comparison of conditional and unconditional heteroscedasticity
图 7. 条件异方差和无条件异方差的比较示意图

使用该模型预测未来 10 日的汇率数据, 结果如下(表 16):

Table 16. 95% confidence interval for the next 10 issues
表 16. 未来 10 期 95%置信区间

序号	预测值	标准差	置信区间下限	置信区间上限
1	0.6637	0.00349	0.6569	0.6705
2	0.6637	0.00491	0.6541	0.6733
3	0.6637	0.00599	0.6520	0.6754
4	0.6637	0.00688	0.6502	0.6772
5	0.6637	0.00765	0.6487	0.6787
6	0.6637	0.00833	0.6474	0.6800
7	0.6637	0.00895	0.6462	0.6812

Continued				
8	0.6637	0.00952	0.6450	0.6824
9	0.6637	0.01004	0.6440	0.6834
10	0.6637	0.01053	0.6431	0.6843

4. 总结

本文基于获得的澳元兑美元汇率数据，利用时间序列的分析方法，借助 R 软件，先后采用 ARIMA 模型和 GARCH 模型对数据进行拟合，并比较了两个模型的优劣，并与获得的真实数据与预测数据进行比较。最终确定 GARCH 模型能较好地拟合澳元兑美元汇率趋势变动。GARCH 模型在金融领域的应用更为广泛。随着科学技术的发展，人们对 GARCH 模型不断改良，衍生出许多更加优化的模型对数据进行分析 and 预测。

参考文献

[1] 马思涛. 基于时间序列模型对人民币汇率的研究[J]. 知识经济, 2019(33): 43-45.

[2] 李明轩, 俞翰君. 基于 ARMA-GARCH 模型的人民币汇率波动性研究[J]. 时代金融, 2020(33): 1-3+8.

[3] 王倩倩, 卫龙宝, 王文亭. 基于 GARCH 类模型中国原料奶价格波动实证分析[J]. 农业经济问题, 2020(11): 97-107.

附 录

澳元兑美元汇率数据

本文所研究的澳元兑美元汇率数据来自网站：

<https://cn.investing.com/currencies/aud-usd-historical-data>

时间序列分析 R 代码

```
#拟合 ARMA 模型
setwd("E://R 语言学习")
data=read.csv("AUD_USD 历史数据.csv",header=TRUE)
data
x=data$收盘
x
x1=ts(x,frequency=365,start=c(1979,12,27))
plot(x1)
windows()
t=diff(x1)
plot(t)
install.packages("aTSA")
library(aTSA)
acf(t)
pacf(t)
adf.test(t)
install.packages("forecast")
library(forecast)
predict(arima(x,order=c(1,1,1)),n.ahead=10)#预测未来 10 天的汇率值
x.fore=predict(arima(x,order=c(1,1,1)),n.ahead=10)
U=x.fore$pred+1.96*x.fore$se
L=x.fore$pred-1.96*x.fore$se
x.fit<-arima(x,order=c(1,1,1),method="CSS")
x.fit
ev=x.fit$residuals
ev
for(i in 1:3) print(Box.test(ev,type="Ljung-Box",lag=6*i))
t1=-0.5882/0.1725
t2=0.6197/0.1663#参数显著性检验
p1=pt(t1,df=4994,lower.tail=TRUE)*2
p2=pt(t2,df=4994,lower.tail=FALSE)*2
p1
p2
```

```
#拟合 GARCH 模型
PP.test(t)
for(i in 1:3) print(Box.test(t,lag=6*i,type="Ljung-Box"))
print(acf(diff(x),lag=24))
spec1<-ugarchspec(
  mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=FALSE),
  variance.model=list(garchOrder=c(1,1),model="sGARCH"),
  distribution.model="norm")
fit1<-ugarchfit(spec1,data=t)
fit1
plot(fit1,which=8)
plot(fit1,which=9)
spec2<-ugarchspec(
  mean.model=list(armaOrder=c(0,0),include.mean=FALSE),
  variance.model=list(garchOrder=c(1,1),model="sGARCH"),
  distribution.model="std")
fit2<-ugarchfit(spec1,data=t)
fit2
x.fit<-arima(x,order=c(1,1,1))
arch.test(x.fit)
install.packages("rugarch")
library(rugarch)
spec3<-ugarchspec(
  mean.model=list(armaOrder=c(1,1),include.mean=FALSE),
  variance.model=list(garchOrder=c(1,1),model="sGARCH"),
  distribution.model="norm")
fit3<-ugarchfit(spec1,data=t,method="CLS")
fit3
plot(fit3,which=1)
abline(h=c(-1.96*sd(diff(x)),1.96*sd(diff(x))),col=1,lwd=2,lty=2)
a=(fit3@fit$sigma[length(fit3@fit$sigma)])^2
a
ht=0
for(i in 1:5){
  ht[i]=fit3@fit$coef[1]+(fit3@fit$coef[2]+fit3@fit$coef[3])*a
  a=ht[i]
}
sumh<-cumsum(ht)
xt<-x[length(x)]
```

```
sigma<-sqrt(ht)
sigma_fore<-sqrt(sumh)
L=xt-1.96*sigma_fore
U=xt+1.96*sigma_fore
data.frame(xt,sigma_fore,L,U)
```