

# 我国数学概念的研究热点及发展趋势

周凯悦, 汤建钢\*

伊犁师范大学数学与统计学院, 新疆 伊宁

Email: Zhouky202151@163.com, \*jg-tang@163.com

收稿日期: 2021年5月21日; 录用日期: 2021年6月5日; 发布日期: 2021年6月17日

## 摘 要

数学概念是对数学名词的一种解释和阐述, 是学生学习其他数学知识的前提条件, 有效的概念教学能增强学生对数学本质的理解, 在数学领域中占有非常重要的地位。为了更加准确地把握我国关于数学概念方面的研究热点及发展趋势, 此篇文章采用关键词共词分析法并利用Bicomb2.0与SPSS23.0软件, 基于对CNKI收录的核心和CSSCI期刊的729篇与数学概念研究相关的文献进行可视化分析。结果表明: 数学概念热点涉及中学数学概念教学策略研究、基于数学文化的概念教学研究、数学概念图研究、高等教育下建模思想促进概念教学研究及小学数学概念模型研究五大研究领域。

## 关键词

数学概念, 研究热点, 可视化分析

# Research Hotspots and Development Trends of Mathematics Concepts in My Country

Kaiyue Zhou, Jiangang Tang\*

School of Mathematics and Statistics, Yili Normal University, Yining Xinjiang

Email: Zhouky202151@163.com, \*jg-tang@163.com

Received: May 21<sup>st</sup>, 2021; accepted: Jun. 5<sup>th</sup>, 2021; published: Jun. 17<sup>th</sup>, 2021

## Abstract

Mathematical concepts are an explanation and elaboration of mathematical terms and are the

\*通讯作者。

prerequisites for students to learn other mathematical knowledge. Effective concept teaching can enhance students' understanding of the nature of mathematics, and occupies a very important position in the field of mathematics. In order to more accurately grasp the research hotspots and development trends of mathematical concepts in my country, this article adopts the keyword co-word analysis method and uses Bicomb2.0 and SPSS23.0 software, based on the core of CNKI and the 729 articles of CSSCI journals. Visual analysis of literature related to mathematical concept research. The results show that the hot topics of mathematics concepts involve five research fields: the research of middle school mathematics concept teaching strategy, the research of concept teaching based on mathematics culture, the research of mathematics concept map, the research of modeling ideas in higher education to promote concept teaching and the research of primary school mathematics concept model.

## Keywords

Mathematical Concepts, Research Hotspots, Visual Analysis

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

数学概念是学习其他数学知识的基础,在数学领域甚至整个教育体系中都发挥着至关重要的作用。《中学数学教学大纲》指出,掌握数学概念是学生学会数学思想方法、完善认知结构和提高数学能力的前提。这也表明学生对数学概念学习是否成功直接影响到整个数学学科的学习,也关系到学生思维能力的培养。数学概念是一种思维形式,反映了一类事物空间形式和数量关系的本质[1],注重数学概念的教学有利于学生更加深入地理解数学本质,有助于学生将来以“不变应万变”的态度在千变万化的题型中快速地找出最原始的概念。为了更好地对我国数学概念研究的已有的成果进行归纳和总结,为后续研究提供资料支持,本文将通过可视化知识图谱对 CNKI 收录的 CSSCI 期刊和核心期刊上有关数学概念的文献进行可视化分析。

## 2. 研究方法

在中国知网(CNKI)中以“数学概念”为主题,设置初始时间为不限,终结时间为 2021 年 4 月 8 日进行检索,共得到有效文献 729 篇。将文献导入 Bicomb2.0 系统(又称:书目共现分析系统)进行关键词提取,剔除无意义的关键词,选取数学概念高频关键词并生成词篇矩阵,然后将词篇矩阵导入 SPSS23.0 数据分析软件进行聚类分析,再将聚类分析后的数学概念高频关键词 Ochiai 系数相似矩阵导入 SPSS23.0 数据分析软件进行多维尺度分析,绘制出数学概念研究热点可视化知识图谱,最后再对知识图谱进行分析。

## 3. 研究过程

### 3.1. 数学概念高频关键词的确定

将上述 729 篇文献导入 Bicomb2.0 软件中对关键词进行统计与提取,共有 3436 个关键词,将无意义的关键词删除,比如现状、展望和政策等非实质的关键词。选取前 32 个呈现频次阈值大于等于 10 的关键词作为数学概念的高频关键词,结果见表 1。

Table 1. Ranking of top 35 high-frequency keywords  
表 1. 前 35 位高频关键词排序

| 序号 | 关键词    | 频次  | 序号 | 关键词    | 频次 | 序号 | 关键词  | 频次  |
|----|--------|-----|----|--------|----|----|------|-----|
| 1  | 数学概念   | 276 | 13 | 平行四边形  | 15 | 25 | 数学教师 | 11  |
| 2  | 数学概念教学 | 47  | 14 | 数学文化   | 13 | 26 | 小学数学 | 11  |
| 3  | 数学知识   | 44  | 15 | 教学策略   | 12 | 27 | 数学对象 | 11  |
| 4  | 概念教学   | 34  | 16 | 函数概念   | 12 | 28 | 数学实验 | 10  |
| 5  | 数学教育   | 28  | 17 | 小学数学教学 | 12 | 29 | 数学模型 | 10  |
| 6  | 数学教学   | 24  | 18 | 数学方法   | 12 | 30 | 数学语言 | 10  |
| 7  | 长方形    | 22  | 19 | 高中数学   | 12 | 31 | 教学   | 10  |
| 8  | 数学     | 19  | 20 | 数学抽象   | 12 | 32 | 概念图  | 10  |
| 9  | 数学史    | 17  | 21 | 数学家    | 12 |    |      |     |
| 10 | 数学学习   | 17  | 22 | 概念学习   | 12 |    |      |     |
| 11 | 高等数学   | 16  | 23 | 学习数学   | 11 |    |      |     |
| 12 | 数学思想方法 | 15  | 24 | 数学建模   | 11 | 合计 |      | 788 |

从表 1 可以看出, 以上 32 个高频关键词呈现的总频次为 788 次。其中, 前 27 位关键词的频次均大于 10, 剩余的 5 个关键词呈现频率均为 10 次。这一结果表明, 数学概念多围绕普通基础教育和普通高等教育阶段的教学策略、数学方法等内容展开。

3.2. 数学概念高频关键词相似系数矩阵

将在 Bicom2.0 中生成并导出的词篇矩阵导入 SPSS23.0 中, 经过聚类分析后得到一个 32 × 32 的相似矩阵, 结果见表 2。

Table 2. High-frequency keyword Ochiai coefficient similarity matrix (partial)  
表 2. 高频关键词 Ochiai 系数相似矩阵(部分)

|        | 数学概念  | 数学概念教学 | 数学知识  | 概念教学  | 数学教育  | 数学教学  | 长方形   |
|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 数学概念   | 1.000 | 0.026  | 0.272 | 0.134 | 0.148 | 0.061 | 0.090 |
| 数学概念教学 | 0.026 | 1.000  | 0.000 | 0.000 | 0.028 | 0.000 | 0.218 |
| 数学知识   | 0.272 | 0.000  | 1.000 | 0.000 | 0.114 | 0.000 | 0.064 |
| 概念教学   | 0.134 | 0.000  | 0.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.110 |
| 数学教育   | 0.148 | 0.028  | 0.114 | 0.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 |
| 数学教学   | 0.061 | 0.000  | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 1.000 | 0.000 |
| 长方形    | 0.090 | 0.218  | 0.064 | 0.110 | 0.000 | 0.000 | 1.000 |

表 2 中相似矩阵系数越接近 1, 说明关键词间的距离越近, 联系越密切; 反之则相反。从表 2 中不难发现, 其中关键词距离数学概念由近及远依次是: 数学知识(0.272)、数学教育(0.148)、概念教学(0.134)、长方形(0.090)、数学教学(0.061)、数学概念教学(0.026)。从已发表的文章来看, 与“数学概念”相关的“数学知识”和“数学教育”的研究成果较多。

3.3. 数学概念高频关键词的聚类分析

在系统聚类分析的基础上，同时也生成了数学概念高频关键词聚类图，结果见图 1。

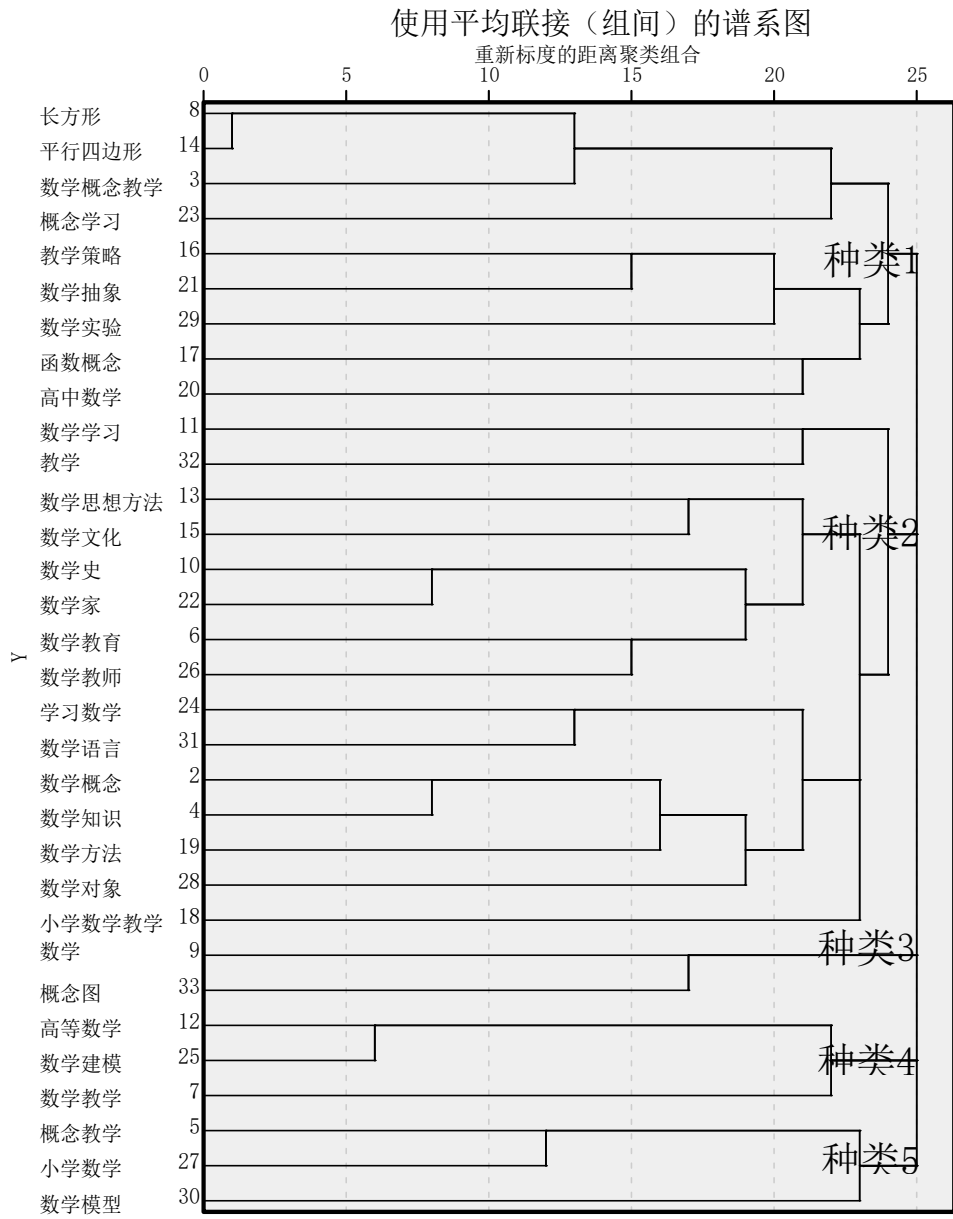


Figure 1. Mathematical concept high-frequency keyword cluster map  
图 1. 数学概念高频关键词聚类图

上图的纵轴代表着 32 个高频关键词，横轴上的数值大小表示关键词间的距离的远近，数值越小表示距离越近。图 1 将高频关键词被分为 5 大类，详细分类结果见表 3。

结合图 1 和表 3 的结果发现，数学概念研究构成 5 个种类。种类 1 是中学数学概念教学策略研究，包含数学概念教学、概念学习、教学策略、数学抽象、数学实验、函数概念、长方形、平行四边形、高中数学 9 个高频关键词。种类 2 是基于数学文化的概念教学研究，包括数学学习、教学、数学思想方法、

数学文化、数学教育、数学教师、学习数学、数学史、数学家等 15 个高频关键词。种类 3 是数学概念图研究, 包含数学、概念图 2 个高频关键词。种类 4 是高等教育下建模思想促进概念教学研究, 包括高等数学、数学教学、数学建模 3 个关键词。种类 5 是小学数学概念模型研究, 包括概念教学、小学数学、数学模型 3 个关键词。

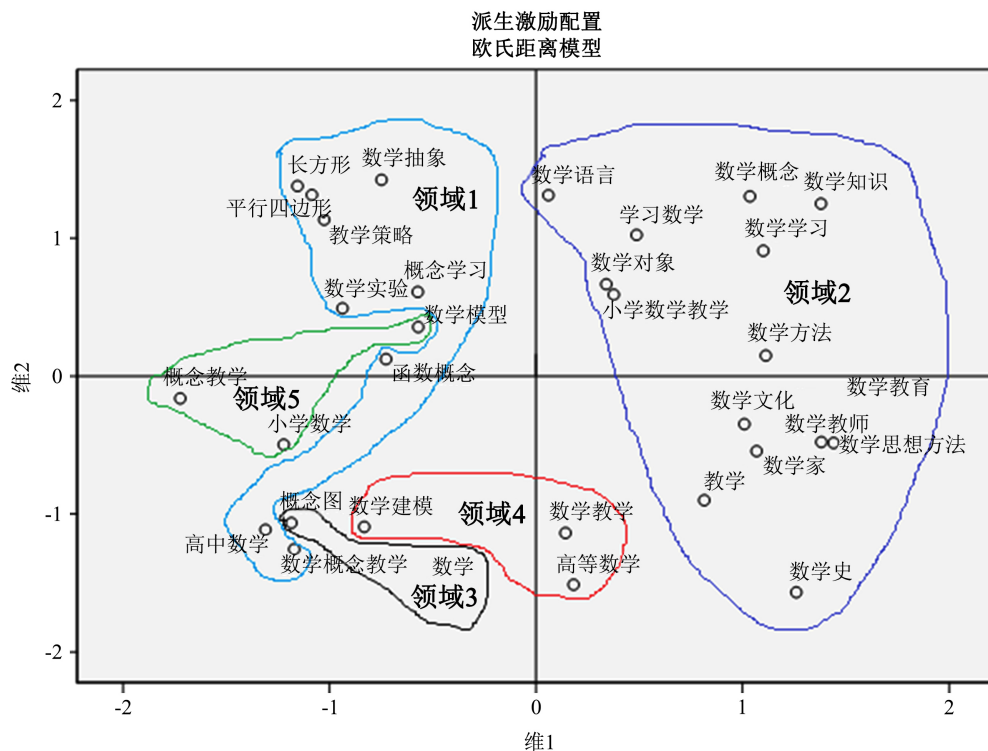
**Table 3.** Analysis table of the top 32 high-frequency keyword clustering results

**表 3.** 前 32 位高频关键词聚类结果分析表

| 种类 | 名称                | 关键词                                                                            |
|----|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | 中学数学概念教学策略研究      | 长方形、平行四边形、数学概念教学、概念学习、教学策略、数学抽象、数学实验、函数概念、高中数学(9)                              |
| 2  | 基于数学文化的概念教学研究     | 数学学习、教学、数学思想方法、数学家、数学教育、数学教师、学习数学、数学语言、数学概念、数学知识、数学文化、数学史、数学方法、数学对象、小学数学教学(15) |
| 3  | 数学概念图研究           | 数学、概念图(2)                                                                      |
| 4  | 高等教育下建模思想促进概念教学研究 | 高等数学、数学建模、数学教学(3)                                                              |
| 5  | 小学数学概念模型研究        | 概念教学、小学教学、数学模型(3)                                                              |

### 3.4. 数学概念的高频关键词的多维度分析

将相似矩阵导入 SPSS23.0 中进行多维度分析时, 在多维标度对话框的转换值中选择标准方法为 Z 分数, 生成数学概念研究领域的可视化研究热点知识图谱, 结果见图 2。



**Figure 2.** The field composition and distribution of the hotspot knowledge map of mathematical concepts

**图 2.** 数学概念热点知识图谱领域构成及分布

从图2可以看出, 主要处于第二象限的是中学数学概念教学策略研究(领域1), 表明近几年研究者对于本领域的研究较为重视, 而各关键词的分布较为松散, 联系并不紧密, 说明该领域在整个数学概念研究网络中具备很大的潜力, 还有进一步发展的空间。基于数学文化的概念教学研究(领域2)介于第一象限和第四象限之间, 从领域2中圆圈的分布可以看出, 早期关于数学概念的研究是从小学数学教学方法开始, 同时又处在研究网络中心地位, 说明小学数学概念教学方法仍然是目前该领域的研究重点与热点, 后来转移到数学实验、数学模型以及概念图。然而与数学概念教学的数学文化在该领域中处于边缘地位, 但是随着素质教育的不断深入与实施, 数学文化在教科书中的地位越来越重要, 数学文化也会成为数学概念研究前沿的趋势之一。数学概念图研究(领域3)与小学数学概念模型研究(领域5)主要位于第三象限, 表明目前有研究机构对其进行研究且研究者在该领域研究的题目明确, 但是仍缺乏研究者们的关注, 最后它们可能由于没有新的成果出现而导致消亡。高等教育下建模思想促进概念教学研究(领域4)主要位于第四象限, 表明该领域是核心, 但还处在不成熟的阶段, 在未来有进一步发展的空间。

## 4. 数学概念研究发展趋势分析

### 4.1. 加强数学概念教学的实验研究, 提高学生抽象能力

数学概念形成是一个抽象的过程, 要想将抽象且枯燥的数学概念变得有趣生动, 让概念在学生们心中得到充分的内化, 学生就必须通过直接经验或间接经验亲自感受并体会数学概念的本质, 目前我国有研究者在该领域做了相关的研究。湖南省株洲县第五中学的方厚良老师在培养学生数学抽象的几点想法中指出: “以数学核心概念形成为重点, 让学生学会数学抽象[2]”, 他认为数学概念的有效教学是学生学会数学抽象的重要方法, 教师应该在课堂教学中善于运用学生熟悉的生活实例去引导学生亲身体会数学抽象的过程, 这也是教师提升数学概念教学水平的途径之一。所以, 数学概念与生活实际相结合的教学可以产生师生双赢的效果。章建跃在《树立课程意识落实核心素养》一文中指出: 概念教学是数学教学的重中之重, 而得出数学概念的过程是最典型的数学抽象过程[3]。他认为最能代表数学抽象的过程就是数学概念形成的过程, 概念教学在数学教学中扮演着非常重要的角色, 数学抽象的发展要在学生已有的知识经验的基础上建构问题情境, 比如进行函数概念教学时, 教师要知道学生在之前已经掌握了一次函数和二次函数等函数概念, 在此前提下, 教师应该在学习新概念之前对学生进行旧知识的巩固, 这样既增强了学生数学抽象的能力, 又使学生形成了转化的思想。

众所周知, 在数学核心素养的大背景下, 数学概念的抽象问题一跃成为各界研究和讨论的热点及重点。结合知识图谱发现, 与数学概念教学相关的实验研究由于在实际教学中难以展开, 特别是小学阶段, 导致数学概念是学生的一个难点和重点。所以, 相关研究者应该在这一领域中加强研究力度, 丰富该领域的研究成果。

### 4.2. 注重概念教学与数学文化相互结合以激发学生学习兴趣

数学文化能带给学生浓厚的文化熏陶, 有效地激发学生学习数学的兴趣, 使学生产生学习的动力, 从而加深对数学概念的理解, 有利于培养学生的批判创新的思维习惯和审美意识。我国数学教育最近二三十年内发展比较快、也是普及比较广泛的领域之一就是与数学文化相关的教学与研究。国内很多著名数学教育专家在该领域都发表了自己的观点。宋乃庆教授在《数学文化读本》一书中揭示了数学文化活动的重要性。他主张将生活、自然、游戏、科学等多个领域中蕴含数学文化内涵的内容转化为生动有趣的故事呈现给学生作为数学课堂教学和教科书的补充[4], 这样从其他领域挖掘过来的数学文化故事能使学生感受到数学的独特魅力, 促进学生对数学的学习。余庆纯和汪晓勤也认为将数学文化与数学教学相结合有助于学生对数学的学习。其实, 教师们虽然知道将数学文化运用到数学概念教学中会使学生受益

终生,但是在目前的教育体系中没有给数学文化专门安排课程,这就需要教师尽可能多地懂得数学文化知识,给处在一线的教师带来了极大的压力与挑战。

通过以上分析不难发现,虽然有很多与数学文化相关的研究,但是将数学文化运用于数学概念教学方面的研究还比较少。随着教育界的不断发展,数学文化在数学概念教学中的研究将成为发展趋势之一。因此,相关研究者应该重视该领域的研究并扩大研究范围。

#### 4.3. 重视数学概念图的研究

数学学科涉及到的数学概念非常多,它们不是单独存在的,数学概念之间存在相互联系的关系。就小学数学而言,数学概念存在很多种类型,小学生在数学方面的能力十分有限,所以这些概念与概念之间的关系对小學生来说是一个复杂的难点。这时,概念图作为一种用可视化的方式组织和表征知识的工具,让学生在老师的引导下主动建构知识网络,将零散断层的数学知识系统化,帮助学生充分理解数学概念。在 CNKI 中以“概念图”为篇名进行搜索,截止到 2021 年 3 月总共有 3654 篇文献,其中 1/3 是外文文献;然而以“数学概念图”进行搜索,截止到 2019 年 9 月却只有 18 篇文献。由此可见:目前我国对概念图的研究大多数集中在学科领域,但是在数学这一学科领域中的研究较少,还处在整个研究中心的边缘地带。除此之外,关于数学概念图的研究在近两年的成果越来越少,说明我国研究者对该领域缺乏关注。就如萝莉所认为的为了帮助学生整理知识网络的结构,提高学生的思维品质,优化认知策略,研究者们应该更加重视数学概念图的研究。

#### 4.4. 注重建模思想在数学概念教学中的应用

对于学生来说,抽象的数学概念本就是难点,而将数学概念教学与数学建模相结合以增强数学概念的直观性,这样有利于学生建模意识的发展,从而培养学生的数学建模思想,达到数学概念有效教学的目的。就如刘仍轩老师所指出:“概念教学应注意在直观与抽象之间搭建桥梁[5]”,教师应重视将具有直观性的数学模型运用到数学概念的课堂教学过程中,把握好直观性与抽象性相统一的教学原则,帮助学生直观地加强对数学概念本质的理解。柴长建在《建模观与高等数学概念教学》中强调要以学生为主体对概念进行精练、抽象、深化、迁移等活动[6],使数学概念在学生建构模型过程中实现对数学知识深层次地理解并掌握,从而使学生系统且有效地掌握数学概念,有助于学生在以后的生活中运用数学知识去解决实际问题。

从知识图谱可以看出,数学建模思想在小学教育与高等教育中都有所体现,但是还没有引起各研究者的重视,特别是中学教育阶段与数学概念教学结合建模思想相关的研究成果较少。因此,研究者应该将该领域作为研究重点,尽可能地完善其中存在的不足,为数学概念的教学理论提供强有力的实践支撑。

#### 基金项目

新疆维吾尔自治区高校科研计划自然科学重点项目(XJEDU2019I024)。

#### 参考文献

- [1] 十三院校,协编组编. 中学数学教材教法(总论)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 12.
- [2] 方厚良. 谈数学核心素养之数学抽象与培养[J]. 中学数学, 2016(13): 35-37.
- [3] 章建跃. 树立课程意识落实核心素养[J]. 数学通报, 2016, 55(5): 1-4+14.
- [4] 吴谦. 数学文化融入小学数学教学调查研究[D]: [硕士学位论文]. 呼和浩特: 内蒙古师范大学, 2018.
- [5] 刘仍轩. 数学建模思想在概念教学中的应用[J]. 山东教育, 2012(28): 46-48.
- [6] 柴长建. 建模观与高等数学概念教学[J]. 学理论, 2011(1): 258-259.