

# 基于GM(1,1)模型的秦皇岛市老龄化程度预测

刘 念

燕山大学理学院, 河北 秦皇岛

收稿日期: 2022年1月9日; 录用日期: 2022年1月21日; 发布日期: 2022年2月9日

## 摘 要

2019年, 秦皇岛市60岁以上老年人口有69.68万人, 占总人口的23.12%, 高于全国、全省的平均水平, 老龄化问题非常明显。本文利用2010~2019年秦皇岛市60岁以上老年人口及总人口数据, 运用灰色GM(1,1)模型, 分别预测了2020~2030年秦皇岛市60岁以上老年人口数及老龄化系数。预测结果表明未来十年秦皇岛市60岁以上老年人口数量将依然保持逐年上升, 老龄化系数同时也在持续上涨。最后, 从预测结果出发, 为秦皇岛市进入老龄化社会后相关部门制定相关政策提供建议。

## 关键词

老龄化, GM(1,1)模型, 人口预测

# Prediction of Aging Degree in Qinhuangdao City Based on the GM(1,1) Model

Nian Liu

School of Science, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei

Received: Jan. 9<sup>th</sup>, 2022; accepted: Jan. 21<sup>st</sup>, 2022; published: Feb. 9<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

In 2019, there were more than 690 thousand people over 60 years old in Qinhuangdao, which accounts for 23.12% of the total population and is higher than the national and provincial average level. And the aging problem is very obvious. Based on the data of the elderly population over 60 years old and the total population in Qinhuangdao city from 2010 to 2019, using the grey GM(1,1) model prediction methods, this paper forecasts the number of the elderly population over 60 years old and the aging coefficient in Qinhuangdao city from 2020 to 2030. The prediction results show that the number of people over 60 years old in Qinhuangdao will increase year by year in the next decade, and the aging coefficient will also continue to rise. Finally, this paper provides sug-

gestions for relevant departments to formulate relevant policies after Qinhuangdao enters an aging society based on the prediction results.

## Keywords

Aging, GM(1,1) Model, Population Forecast

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

人口老龄化与社会可持续性发展已经成为备受关注的两大世界性问题。其中人口老龄化与社会经济发展有着密切关系, 老龄人口增多将带来劳动力减少、社会保障费用增加、养老需求过高、经济发展缓慢等显著问题。

如何判断一个社会处于老年型社会, 目前国际上的标准是, 当地 60 岁以上的老年人口数目占该地区人口总数目的 10%, 或 65 岁以上的老年人口数目占该地区人口总数目的 7% [1]。

灰色系统理论最早由我国学者邓聚龙于 1982 年提出, 目前使用最广泛的灰色系统模型是用于 1 阶、1 个变量的 GM(1,1)模型, 与其他模型相比, GM(1,1)模型简单, 只需要较小的数据量就可以较好地预测中短期人口, 而且由于灰色系统本身的良好特性, 模型中可以含有未知信息, 国内学者在预测中短期人口数量时也会优先选择 GM(1,1)模型。王泽旻[2]将 GM(1,1)模型应用于我国人口数量研究之中, 预测了未来 10 年我国人口数目的变化; 谭春英[3]、王莉[4]、高红[5]分别用 GM(1,1)模型对未来烟台市、厦门市、南京市的人口规模进行预测, 并都取得了良好的效果。

地处人口大省——河北省的秦皇岛市, 2019 年的常住人口中 60 岁及以上人口数量已经达到了 69.68 万人, 占比高达 23.12%, 远远超过了当年全国平均老龄化水平 18.1%。且秦皇岛市家庭不断小型化, 农村劳动力不断向城市转移, 社会抚养负担日益加重, 研究秦皇岛市人口老龄化问题, 预测未来秦皇岛市老年人口数量, 为秦皇岛市进入老年型社会后相关部门制定相关政策提供数据支持, 提出有助于秦皇岛市养老产业发展的建议有着重要的现实意义。本研究将根据秦皇岛市人口数据的灰白不确定性特点, 通过建立 GM(1,1)模型预测秦皇岛市未来短期老龄化程度。

## 2. 人口预测模型的建立和结果

### 2.1. 数据检验与处理

从《秦皇岛市统计年鉴》中获得 2010~2019 年秦皇岛市总人口及 60 岁以上人口数据, 计算得出 2010~2019 年秦皇岛市老龄化系数的数据, 如表 1 所示。

在建立 GM(1,1)模型之前, 首先需要对秦皇岛市 2010~2019 年 60 岁以上人口数量及老龄化系数数据进行级比检验, 分别计算两个数列的级比。记原始序列为  $X^{(0)}(t), t=1, 2, \dots, n$ , 根据级比公式

$$\sigma(t) = \frac{X^{(0)}(t-1)}{X^{(0)}(t)}, t=2, 3, \dots, n, \text{ 计算出两个序列的级比 } \sigma(t) \text{ 均符合 } \sigma(t) \in \left( e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}} \right) = (0.833, 1.199),$$

所有的级比都落在了可容覆盖区间内, 说明两个原始数据序列均满足灰色预测模型的级比判断条件。所

可以对秦皇岛市 2010~2019 年 60 岁以上人口数量及老龄化系数构建灰色 GM(1,1)模型,且可以进行灰色预测。

**Table 1.** Statistical table of population aged over 60 and aging coefficient of Qinhuangdao city from 2010 to 2019  
**表 1.** 2010~2019 年秦皇岛市 60 岁及以上人口和老龄化系数统计表

年份	60 岁及以上(人)	老龄化系数(%)	年份	60 岁及以上(人)	老龄化系数(%)
2010	403235	13.99	2015	590404	19.97
2011	456164	15.74	2016	608476	20.45
2012	500159	17.17	2017	641777	21.51
2013	527168	18.01	2018	674177	22.47
2014	555306	18.82	2019	696756	23.12

## 2.2. 模型建立

由表 1 可得秦皇岛市 2010~2019 年 60 岁以上人口数量序列:

$$\begin{aligned} X^{(0)} &= \{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(n)\} \\ &= \{403235, 456164, 500159, 527168, 555306, 590404, 608476, 641777, 674177, 696756\} \end{aligned}$$

对  $X^{(0)}$  进行一次累加(通过累加的过程可以使灰色过程由灰变白),得到一阶累加生成序列:

$$X^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^t X^{(0)}(i), t = 1, 2, \dots, n$$

记  $X^{(1)} = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)\}$ , 则有

$$X^{(1)} = \{403235, 859399, 1359558, 1886726, 2442032, 3032436, 3640912, 4282689, 4956866, 5653622\}.$$

GM(1,1)模型的灰微分方程基本形式为

$$X^{(0)}(t) + aZ^{(1)}(t) = u,$$

其中,  $Z^{(1)}(k)$  为累加序列  $X^{(1)}$  的紧邻均值生成序列,  $Z^{(1)}(t) = -\frac{1}{2}(X^{(1)}(t-1) + X^{(1)}(t)), t = 2, 3, \dots, n$ ,  $a$  为发展系数, 反映原始序列及累加序列的发展态势,  $u$  为灰色作用量, 反映数据变化的关系[6]。

$$\text{记参数列 } \hat{a} = [a, u]^T, B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(n-1) + X^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \text{ 则可以应用最小二乘估计}$$

法计算出  $\hat{a} = [a, u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y = [-0.05011, 441467.95781]^T$ 。

GM(1,1)模型相对应的白化方程形式为:

$$\frac{dX^{(1)}(t)}{dt} + aX^{(1)}(t) = u,$$

求解微分方程即可得到时间响应函数序列为:

$$\hat{X}^{(1)}(t+1) = \left( X^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{-at} + \frac{u}{a} = 9213769e^{0.05011t} - 8810534, t = 1, 2, \dots, 10。$$

类似的, 以计算出的秦皇岛市 2010-2019 年老龄化系数为原始序列  $X^{(0)}$  建立灰色 GM(1,1)模型, 最终得到的预测模型为:

$$X^{(1)}(t+1) = 351.2493e^{0.04539t} - 337.259, t = 1, 2, \dots, 10。$$

### 2.3. 模型检验

为了判断建立的模型是否可以真实地反映秦皇岛市老龄化情况, 需要对建立的模型进行模型精度检验。常用的 GM(1,1)模型精度检验方法为相对误差检验和和后验差检验。

#### 1) 相对误差检验

相对误差的计算公式为:  $\varepsilon(t) = \frac{|X^{(0)}(t) - \hat{X}^{(0)}(t)|}{X^{(0)}(t)}, t = 1, 2, \dots, n。$

**Table 2.** Prediction value and relative error of Grey GM(1,1) model for elderly population  
**表 2.** 老年人口灰色 GM(1,1)模型预测值及相对误差

年份	实际值	预测值	相对误差	年份	实际值	预测值	相对误差
2010	403235	403235	0	2015	590404	578502	0.0202
2011	456164	473435	0.0379	2016	608476	608227	0.0004
2012	500159	497762	0.0048	2017	641777	639480	0.0036
2013	527168	523338	0.0072	2018	674177	672339	0.0027
2014	555306	550229	0.0091	2019	696756	706886	0.0145

根据数据计算出的老年人口数量预测值和相对误差如表 2 所示, 可以看出利用建立的 GM(1,1)模型得出的秦皇岛市 60 岁以上人口数量预测值与实际值误差小, 相对误差均小于 5%, 平均相对误差 1.004%, 说明模型拟合效果较好, 预测精度较高, 预测结果可靠性较强。

根据数据计算出的老龄化系数预测值和相对误差见表 3。从表 3 中可以看出, 对秦皇岛市老龄化系

**Table 3.** Prediction value and relative error of Grey GM(1,1) model for aging coefficient  
**表 3.** 老龄化系数 GM(1,1)模型预测值及相对误差

年份	实际值(%)	预测值(%)	相对误差	年份	实际值(%)	预测值(%)	相对误差
2010	13.99	13.99	0.0000	2015	19.97	19.56	0.0205
2011	15.74	16.31	0.0364	2016	20.45	20.47	0.0009
2012	17.17	17.07	0.0058	2017	21.51	21.42	0.0042
2013	18.01	17.86	0.0082	2018	22.47	22.41	0.0025
2014	18.82	18.69	0.0068	2019	23.12	23.45	0.0145

数建立的 GM(1,1)模型得出的老龄化系数预测值也与实际值误差小, 相对误差也均小于 5%, 平均相对误差 0.998%, 说明模型拟合效果也较好, 预测精度较高, 预测结果可靠性较强。

2) 后验差检验

$$\text{原始序列标准差: } S_1 = \sqrt{\frac{\sum [X^{(0)}(t) - \bar{X}^{(0)}]^2}{n-1}};$$

$$\text{绝对误差序列标准差: } S_2 = \sqrt{\frac{\sum [e(t) - \bar{e}]^2}{n-1}}, \text{ 其中 } \bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e(t);$$

$$\text{后验差比值: } C = \frac{S_2}{S_1};$$

$$\text{小误差概率: } P = P\{|e(t) - \bar{e}| < 0.6745S_1\}。$$

一般来说, 计算得到的后验差比值  $C$  的值越小, 小误差概率值  $P$  的值越大, 则模型精度越好。具体模型精度等级的具体划分标准见表 4。

Table 4. GM(1,1) model test accuracy standard

表 4. GM(1,1)模型检验精度等级划分标准

精度等级	后验差比值 $C$	小误差概率值 $P$
好	<0.35	>0.95
合格	<0.50	>0.80
勉强合格	<0.65	>0.70
不合格	≥0.65	≤0.70

利用 MATLAB 软件可以计算出建立的秦皇岛市 60 岁以上人口数量 GM(1,1)模型的后验值比差  $C = 0.0003 < 0.35$ , 小误差概率值  $P = 1 > 0.095$ ; 秦皇岛市老龄化系数 GM(1,1)模型的后验值比差  $C = 0.0002 < 0.35$ , 小误差概率值  $P = 1 > 0.095$ , 按照 GM(1,1)模型精度等级划分标准, 说明建立的两个模型预测等级为好, 模型预测的结果可信度高, 可以用这两个模型对秦皇岛市未来老年人口数量及老龄化系数进行预测。

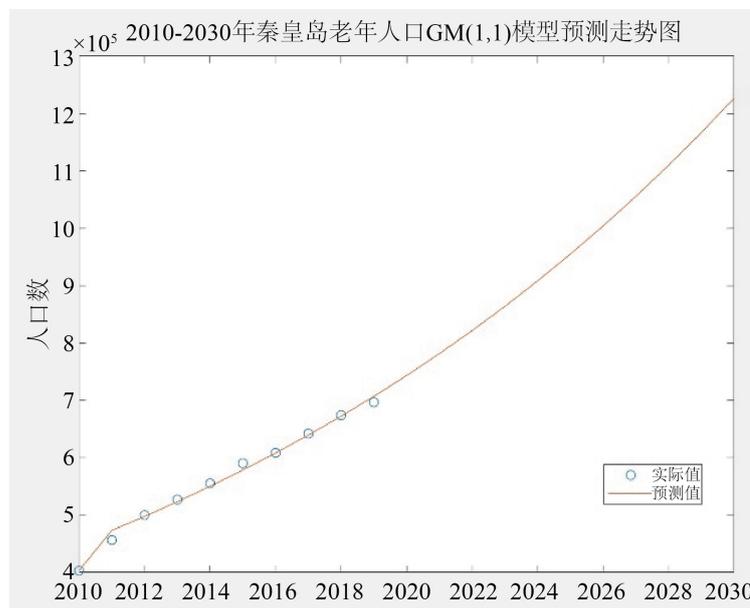
2.4. 预测结果

基于上述过程建立的 GM(1,1)模型, 可以预测出 2020~2030 年秦皇岛市 60 岁以上人口数和老龄化系数, 预测结果如表 5 所示, 模型预测的走势图分别如图 1、图 2 所示。

Table 5. Prediction of population aged over 60 and aging coefficient in Qinhuangdao from 2020 to 2030

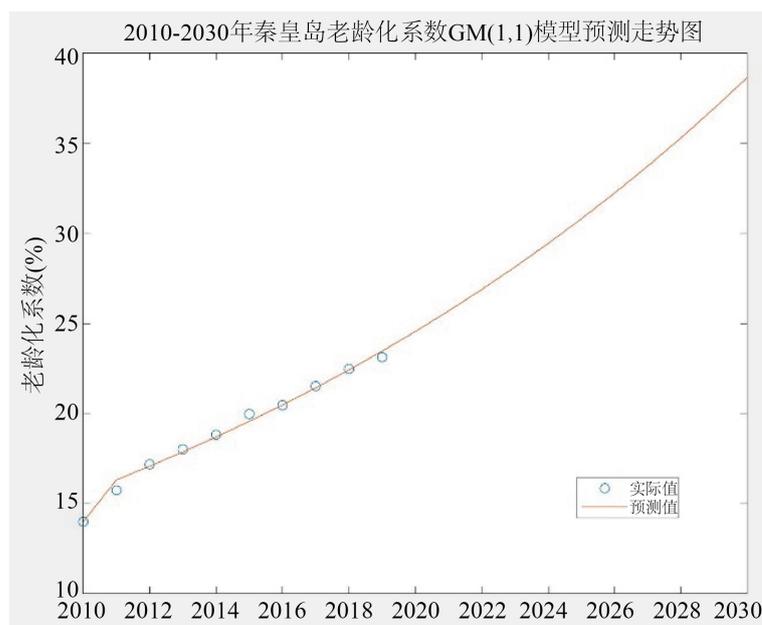
表 5. 2020~2030 年秦皇岛市 60 岁及以上人口数量和老龄化系数预测

年份	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
60 岁以上人口数量	743208	781397	821547	863761	908144	954808	1003869	1055451	1109684	1166703	1226653
老龄化系数 (%)	24.54	25.68	26.88	28.12	29.43	30.80	32.23	33.72	35.29	36.93	38.65



**Figure 1.** Forecast trend of GM(1,1) model for elderly population in Qinhuangdao from 2010 to 2030

**图 1.** 2010~2030 年秦皇岛老年人口 GM(1,1)模型预测走势图



**Figure 2.** Forecast trend of GM(1,1) model for aging coefficient in Qinhuangdao from 2010 to 2030

**图 2.** 2010~2030 年秦皇岛老龄化系数 GM(1,1)模型预测走势图

### 3. 结论与建议

本论文根据 2010~2019 年秦皇岛市总人口及 60 岁以上人口数据建立了秦皇岛 60 岁以上人口数量和老龄化系数的 GM(1,1)模型, 并对秦皇岛市 2020~2030 年的老龄人口数及老龄化系数进行了预测, 模型对于数据量要求较小, 通过相对误差检验和后验差检验, 得到模型预测精度较高, 具有较强的可靠性和

可信度的结果。GM(1,1)预测模型可以对不确定系统整体变化进行动态科学仿真。因此建立的 GM(1,1)预测模型的预测结果可以为秦皇岛市未来城市规划提供科学依据。

根据上文的 GM(1,1)模型预测结果可以看出,到 2030 年秦皇岛市 60 岁以上的老年人口数量从 2010 年的 40.32 万人增长到了 122.66 万人,老龄化系数更是从 2010 年的 13.99% 迅速增长到了 38.65%。而且未来 10 年中老龄化系数将逐年递增,增速逐渐加快,老龄化趋势日益加剧。老龄政策的制定应建立在对老龄化过程、前景的科学认识之上[7],所以,我们应该重视秦皇岛市的老龄化问题,实施合理有效的政策和措施减缓老龄化程度,解决因老龄化产生的种种问题。

1) 结合秦皇岛市情,建立健全社会养老体系。

老年人口日益增多,老年卫生服务问题矛盾也将凸显。为进一步提升老年医疗卫生服务水平,可以与京津医疗协作,推进北戴河国际健康城等特色医疗设施建设,引领医疗与养老、保健、旅游等相关领域的协同发展[8]。同时需要继续完善社会医疗保险制度,争取实现形成全市全方位的社会养老保障体系。

2) 积极调整产业结构,推动秦皇岛市养老服务业发展。

秦皇岛市自然环境优越,生态气候良好,本市老龄化程度日益增高,且需要承担周边京津地区部分养老压力,需要尽快发展养老服务业,继续建设居家、社区相协调、医养康养相结合的养老服务业发展体系[9]。另外,可以将关注点也放在老年人口的消费市场上,更好地满足老年人的衣、食、住、行需要。

3) 响应国家政策,及时调整人口政策。

出生率低是造成老龄化问题的原因之一,提高出生率可以缓解老年人口抚养压力,增加社会工作活力。为进一步优化生育,目前我国已经实施一对夫妻可以生育三个子女的政策,同时出台了相应的配套支持措施。秦皇岛也积极顺应国家要求,针对三孩政策推出了延长产假、增设育儿假等条例。另外实行人才引进计划[10],吸引更多年轻人留秦就业,也有利于稳定社会劳动人口年龄结构。

老年型社会的到来对秦皇岛市的经济、卫生、生态等都带来了极大的挑战,应对老龄化问题推行各种政策举措刻不容缓。

## 参考文献

- [1] 黄毅, 佟晓光. 中国人口老龄化现状分析[J]. 中国老年学杂志, 2012, 32(21): 4853-4855.
- [2] 王泽旻, 潘红. 灰色系统模型在我国人口数量预测中的应用[J]. 统计与决策, 2005(1): 19.
- [3] 谭春英, 谢恒星, 冯雪, 李清翠. GM(1,1)模型在烟台市人口预测中的应用[J]. 安徽农业科学, 2006, 34(17): 4469-4470+4475.
- [4] 王莉. 灰色 GM(1,1)模型在厦门市人口预测中的应用[J]. 厦门理工学院学报, 2013, 21(2): 6-9.
- [5] 高红. 基于灰色预测系统的南京市人口老龄化预测[J]. 江苏商论, 2021(8): 137-140.
- [6] 刘思峰, 谢乃明. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 142-146.
- [7] 邬沧萍, 王琳, 苗瑞凤. 中国特色的人口老龄化过程、前景和对策[J]. 人口研究, 2004(1): 8-15.
- [8] 张仁志. 秦皇岛市人口可持续发展问题与对策研究[J]. 中国环境管理干部学院学报, 2006, 16(1): 26-29.
- [9] 李帅, 程杨, 高斯瑶. 京津冀地区人口老龄化空间差异研究[J]. 人口与发展, 2017, 23(1): 2-12.
- [10] 李鲁. 安徽省人口老龄化预测与分析——基于灰色 GM(1,1)模型[J]. 洛阳理工学院学报(社会科学版), 2020, 35(1): 25-31+79.