

基于ARIMA-GARCH模型的股票分析与预测 ——以长城汽车为例

金 涛

浙江财经大学数据科学学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2023年9月12日; 录用日期: 2023年10月3日; 发布日期: 2023年10月16日

摘 要

本文利用时间序列模型对长城汽车股票的收盘价格进行了短期预测。选取了长城汽车(601633)股票2021年1月4日至2023年3月20日的收盘价作为样本数据, 使用R软件建立ARIMA、ARIMA-GARCH模型分别对该股票价格进行预测比较。结果表明, ARIMA、ARIMA-GARCH对股票价格的短期预测都有一定的参考意义, 但是对于带有异方差的时间序列, ARIMA-GARCH模型的预测性能更好, 说明该模型存在着相应的参考价值和现实意义, ARIMA-GARCH模型可以为一般投资者以及相关投资机构提供股票投资决策参考。

关键词

股价预测, 长城汽车, ARIMA模型, ARIMA-GARCH模型

Stock Analysis and Prediction Based on ARIMA-GARCH Model

—Taking Great Wall Motor as an Example

Tao Jin

School of Data Science, Zhejiang University of Finance & Economics, Hangzhou Zhejiang

Received: Sep. 12th, 2023; accepted: Oct. 3rd, 2023; published: Oct. 16th, 2023

Abstract

In this paper, the closing price of Great Wall Motor stock is predicted in a short term by using time series model. The closing price of Great Wall Motor (601633) from January 4, 2021 to March 20, 2023 is selected as sample data, and ARIMA and ARIMA-GARCH models are established by using R

software to forecast and compare the stock price respectively. The results show that ARIMA and ARIMA-GARCH have certain reference significance for short-term forecasting of stock prices, but ARIMA-GARCH model has better forecasting performance for time series with heteroscedasticity, which shows that the model has certain reference value and practical significance. ARIMA-GARCH model can provide reference for investors and related investment institutions to make stock investment decisions.

Keywords

Stock Price Forecast, Great Wall Motor, ARIMA Model, ARIMA-GARCH Model

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

股票市场作为金融市场的重要组成部分之一,对投资者和机构来说具有巨大的吸引力和挑战性。股票市场的价格波动受到众多因素的影响,包括经济指标、公司业绩、市场情绪等,这使得股票价格的预测变得非常复杂而具有挑战性。然而,准确预测股票价格对投资决策和风险管理至关重要。在过去的几十年中,许多经济学家和研究者提出了各种各样的模型来解决股票市场预测的问题。时间序列分析是一种基于时间的数据分析方法,它利用过去的观测值来推断未来的走势和模式。

传统的时间序列模型如 ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average)和 GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)被广泛应用于股票价格的分析和预测。刘红梅[1] (2008)用 ARIMA 模型对鞍钢股份股票价格序列进行了短期的动态预测。吴玉霞[2] (2016)用 ARIMA 模型对华泰证券 250 期的股票收盘价进行建模,发现 ARIMA 模型对于短期动态、静态的预测效果较好,而对于长期趋势预测的偏差会较大。Bollerslev [3] (1986)详细介绍了 GARCH 模型的原理和应用。该方法为金融领域的波动性建模提供了重要的理论基础,并且推动了 GARCH 模型在金融数据分析中的广泛应用。李亚静[4] (2003)用 GARCH 模型族来拟合中国股市的波动性,证实中国股市的波动具有显著的波动聚类性与持续性。然而,传统的 ARIMA 和 GARCH 模型在股票市场中存在一些局限性。首先,它们无法很好地捕捉到金融市场中的非线性特征和波动性聚集现象。股票市场经常出现非线性的价格变动和波动性的聚集现象,这使得传统模型在预测市场行为时表现不佳。其次,传统模型对于极端事件的预测能力有限。在金融市场中,极端事件(如金融危机)可能对股票价格产生重大影响,但传统模型很难准确预测这些事件。为了克服传统模型的局限性,研究者们提出了 ARIMA-GARCH 模型的改进版本。Robert Engle [5] (1982)首次 ARIMA 模型和 GARCH 模型结合起来,提出了 ARIMA-GARCH 模型来处理金融时间序列数据中的异方差性问题,通过引入滚动窗口机制来适应金融市场中的非线性特征和波动性聚集现象。因此,ARIMA-GARCH 模型成为近年来股票市场预测领域的研究热点。Ding, Z., Granger, C. W. J.和 Engle, R. F. (1993) [6] 将 ARFIMA-GARCH 模型用于处理长记忆性的股票市场回报数据。Radha 和 Thenmozhi (2006) [7] 分别利用 ARMA, ARMA-GARCH 和 ARMA-EGARCH 模型对短期利率进行预测。Wang 等(2010) [8] 利用 ARMA-GARCH 模型对 Dow 和标普 500 指数进行了预测。Lee 和 Le (2011) [9] 基于 ARMA-GARCH 模型预测风险价值(Value-at-Risk)。

本文选取长城汽车(601633)股票在 2021 年 1 月 4 日至 2023 年 3 月 23 日的每个交易日的日收盘价数

据, 共计 535 组数据, 利用 R 软件分别用 ARIMA、ARIMA-GARCH 模型对该股票的历史数据进行拟合和参数估计。通过对比模型预测结果和实际数据, 评估两个模型的预测能力和准确性。最后, 我们讨论了 ARIMA-GARCH 模型的优点和局限性, 并提出未来研究的方向和改进方法。

2. ARIMA-GARCH 模型的理论介绍及建模步骤

2.1. ARIMA 模型的理论介绍

ARIMA 模型称为差分自回归移动平均模型, 是由博克思(Box)和詹金斯(Jenkins)于 20 世纪 70 年代初提出, 因此又称为 Box Jenkins 模型。ARIMA 模型是在 ARMA 模型的基础之上产生的, 具体由三个组成部分构成: 自回归部分(AR)、差分部分(I)和移动平均部分(MA)。下面分别介绍这三个部分的理论基础:

自回归部分(AR)是指时间序列数据与其过去值之间存在相关性。AR 模型基于这种相关性, 假设当前观测值与过去的若干个观测值之间存在线性关系。AR(p)模型可以表示为:

$$y_t = c + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \cdots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

其中, y_t 是时间序列的当前观测值, c 是常数, $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ 是模型的自回归系数, p 表示 AR 模型的阶数, ε_t 是误差项。

差分部分(I)是指对时间序列数据进行一阶或高阶差分, 以消除数据中的趋势性。通过差分, 可以将非平稳的时间序列转化为平稳的时间序列。差分操作的阶数决定了差分的次数。一阶差分可以表示为:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \quad (2)$$

移动平均部分(MA)是指时间序列数据与过去的误差项之间存在相关性。MA 模型基于这种相关性, 假设当前观测值与过去的若干个误差项之间存在线性关系。MA(q)模型可以表示为:

$$y_t = c + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3)$$

其中, y_t 是时间序列的当前观测值, c 是常数, ε_t 是当前时刻的误差项, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ 是模型的移动平均系数, q 表示 MA 模型的阶数。

ARIMA 模型通过结合自回归、差分和移动平均三个部分, 可以对时间序列数据的自相关性、趋势性和随机性进行建模。ARIMA 模型的一般形式为 ARIMA(p, d, q), 其中 p 表示自回归阶数, d 表示差分阶数, q 表示移动平均阶数。ARIMA(p, d, q) 模型形式可以表示为:

$$\Delta^d y_t = c + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \cdots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (4)$$

其中, $\Delta^d y_t$ 表示不平稳序列 y_t 经过 d 次差分转换形成的平稳序列, ε_t 为误差, $\varphi_i (i=1, 2, \dots, p)$ 和 $\theta_j (j=1, 2, \dots, q)$ 为模型的待定系数, p 和 q 为模型的阶数。

2.2. GARCH 模型的理论介绍

1986 年, BOLLERSLEV 在 ARCH 模型的基础上, 引入滞后的条件异方差和滞后的波动性项, 提出了广义自回归条件异方差模型。GARCH 模型是一种用于描述时间序列数据波动性的模型, 广泛应用于金融领域的波动性建模和风险管理中。GARCH 模型基于条件异方差的概念, 可以捕捉数据中的波动性聚集特征。它的表达式如下:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_r a_{t-r}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \cdots + \beta_s \sigma_{t-s}^2 \quad (5)$$

其约束条件为

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i + \sum_{i=1}^s \beta_i < 1, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i=1, 2, \dots, r, \beta_i \geq 0, i=1, 2, \dots, s \quad (6)$$

其中, σ_t^2 表示扰动项 a_t 的方差。GARCH 模型通过引入滞后的波动性项和条件异方差项, 能够更准确地描述时间序列数据的波动性和风险。它能够捕捉到金融市场中的波动性聚集特征, 提供了更精确的风险度量和波动性预测。

2.3. ARIMA-GARCH 模型的理论介绍

ARIMA-GARCH 模型是将 ARIMA 模型和 GARCH 模型相结合的一种时间序列分析模型, 用于对金融市场等数据进行建模和预测。ARIMA-GARCH 模型的理论基础是 ARIMA 模型和 GARCH 模型的结合, 以综合捕捉时间序列数据的自相关、趋势性和波动性特征。考虑遵循以下 ARIMA(p, d, q)-GARCH(s, r)过程, 则

$$\begin{cases} y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \dots + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \\ \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^r \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \\ \varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t} e_t, e_t \sim N(0, 1) \end{cases} \quad (7)$$

2.4. 建模步骤

建立 ARIMA-GARCH 模型对股票价格进行预测主要包括以下步骤:

- 1) 利用 ADF 单位根检验对股票价格序列进行平稳性检验, 若原股票价格序列非平稳, 进行步骤 2。
- 2) 对非平稳序列进行差分处理, 再返回到步骤 1 进行检验, 直到将原序列转换为平稳序列。
- 3) 对差分后的平稳序列进行白噪声检验, 若拒绝原假设, 则执行步骤 4。
- 4) 对差分后的序列进行 ARIMA 模型定阶与参数估计并预测。
- 5) 对于建立好的 ARIMA 模型进行残差检验若残差符合正态性与不相关行假设, 进行模型预测。
- 6) 对于建立的 ARIMA 模型进行 ARCH 检验, 确定模型是否存在异方差性。若存在异方差, 则需要建立 GARCH 模型。
- 7) 对于建立好的 ARIMA-GARCH 模型进行残差检验。
- 8) 利用确定好的模型, 对长城汽车的后 9 天股票收盘价进行预测。

3. ARIMA-GARCH 模型的建立与分析

3.1. 数据选取和数据来源

本文选取长城汽车(601633)股票在 2021 年 1 月 4 日值 2023 年 3 月 20 日的每个交易日的日收盘价作为观测值进行模型拟合, 2023 年 3 月 21 日至 2023 年 3 月 31 日的交易日数据作为预测, 数据来自 RESSET 金融研究数据库, 共计 544 组数据。

3.2. 序列平稳化处理和平稳性检验

时间序列平稳性检验是判断一个时间序列是否具有平稳性的关键步骤。平稳性是指时间序列的均值和方差在时间上是稳定的, 不随时间的变化而发生显著的变化。常用的时间序列平稳性检验方法有: 一、观察法。通过绘制时间序列的折线图, 观察序列的整体趋势和波动性, 若趋势和波动性在时间上保持稳定, 则可以认为序列是平稳的; 也可以通过绘制时间序列的自相关图和偏自相关图, 观察自相关系数和偏自相关系数是否在一定范围内随时间衰减, 并且是否在 0 附近波动, 若满足这些条件, 则可以认为序列是平稳的。二、统计量检验法。ADF 检验是一种常用的单位根检验方法, 用于检验时间序列是否具有

单位根，从而判断是否平稳。若检验统计量的 p 值小于给定的显著性水平，则拒绝单位根假设，表明序列是平稳的。

由此，我们首先观察长城汽车原始序列的时序图，见图 1：



Figure 1. Timing diagram of closing price of Great Wall Motor stock

图 1. 长城汽车股票收盘价时序图

通过图 1，我们可以看到长城汽车的股票收盘价随着时间的变化而发生大幅度的波动变化，初步判断该序列是不平稳的。经单位根检验后证实原序列为非平稳的，因此需要先对原始数据进行一阶差分处理，绘制差分后序列的时序图，结果如图 2 所示。

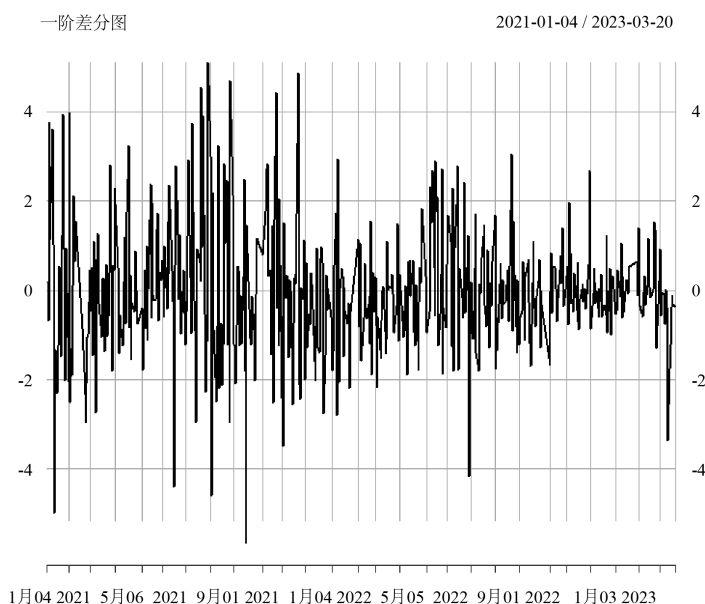


Figure 2. Timing diagram after first-order difference

图 2. 一阶差分后的时序图

从图 2 可以明显看到，一阶差分后序列围绕 0 值上下小幅波动，因此可以初步判断一阶差分后的序列为平稳序列，对一阶差分后的时间序列进行单位根检验，得到 p 值为 0.01，拒绝原假设，则差分后的序列平稳。

3.3. 白噪声检验

在进行 ARIMA 模型定阶前，需要判断差分后的时间序列是否为白噪声，常用的方法有三种，自相关图、Box-Pierce 检验和 Ljung-box 检验。本文采用自相关图和 Ljung-box 做白噪声检验，首先用 r 绘制一阶差分序列的自相关图和偏自相关图，如图 3 所示：

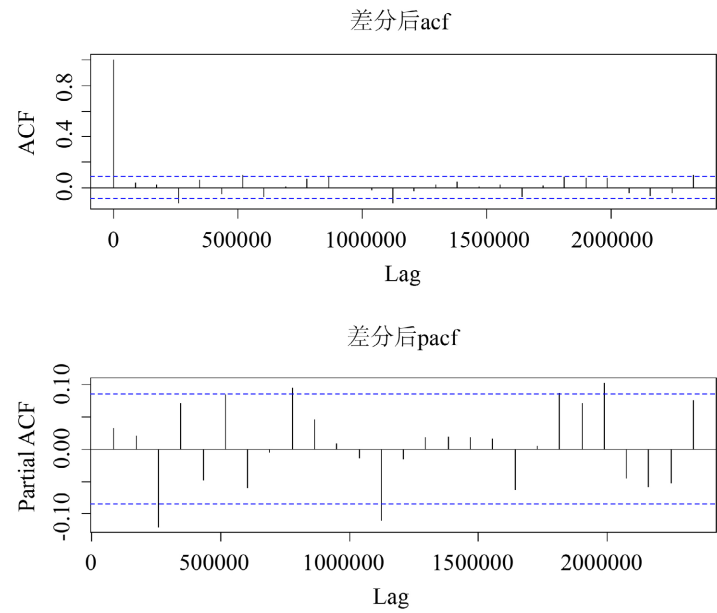


Figure 3. Autocorrelation diagram and partial autocorrelation diagram of first-order difference sequence
图 3. 一阶差分序列自相关图和偏自相关图

从图 3 可以发现，序列中有较多自相关系数和偏自相关系数在蓝色虚线外，因此该序列很可能不是白噪声。此外，用 Ljung-box 检验该序列是否为白噪声，计算得到滞后 6、12、18、24、30 阶的 Ljung-box 统计量和 p 值，如表 1 所示。

Table 1. Ljung-box test
表 1. Ljung-box 检验

滞后阶数	Lb_stat	Lb_pvalue
6	16.485	0.01137
12	24.747	0.01607
18	34.903	0.009722
24	47.895	0.002601
30	58.639	0.001341

由表 1 可知, p 值小于 0.05, 则认为该序列为非白噪声序列。

3.4. 模型定阶与估计

确定 ARIMA 模型的阶数(p 、 d 、 q)是使用 ARIMA 模型的关键步骤之一。阶数的选择对模型的准确性和预测能力具有重要影响。常用的方法由以下两种:

第一种方法可以通过观察序列数据的自相关函数和偏自相关函数图像, 获得一些关于 AR 和 MA 阶数的线索。AR 模型的阶数可以从 PACF 截尾处确定, 而 MA 模型的阶数可以从 ACF 截尾处确定。

第二种方法是用信息准则进行判断包括赤池信息准则(AIC)和贝叶斯信息准则(BIC)。这些准则根据模型的拟合优度和参数数量之间的平衡, 给出了选择最佳模型阶数的依据。较小的 AIC 或 BIC 值表示较好的模型拟合, 因此可以根据这些准则选择最优的 ARIMA 模型阶数。

这里我们为了简化操作, 使用 r 自带的 ARIMA 定阶函数 `auto.arima()` 函数自动确定, 最终确定用 ARIMA(3,1,2)模型拟合股票收盘价的变化规律。

$$y_t = -0.5969y_{t-1} + 0.0898y_{t-2} - 0.1104y_{t-3} + \varepsilon_t + 0.6496\varepsilon_{t-1} - 0.0464\varepsilon_{t-2} \quad (8)$$

其中, $\varepsilon_t \sim N(0, 1.992)$ 。

3.5. ARIMA 模型检验

由于在建立模型之初假设残差服从正太分布与残差之间不相关, 因此在确定模型后, 仍需对模型的残差进行分析, 确保残差也是白噪声。首先, 通过绘制 QQ 图验证残差项是否符合正态分布, 根据图 4 所示, 途中大部分的散点分布趋近标准线, 判断残差项基本符合正态分布的特征。

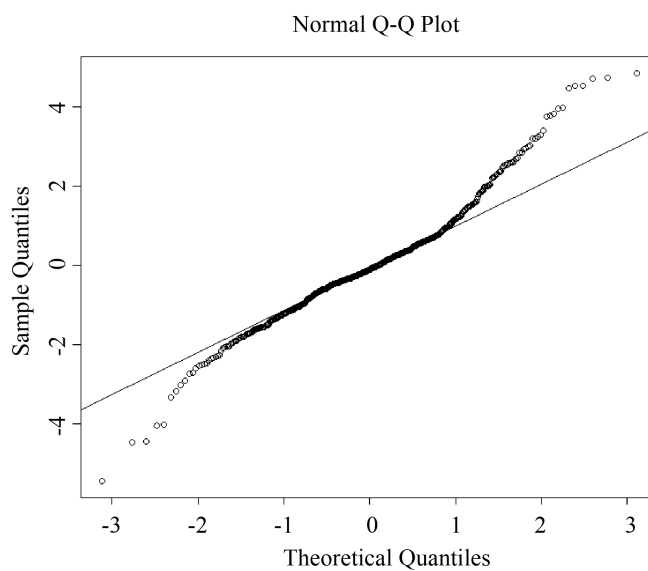


Figure 4. Normal QQ diagram

图 4. 正态 QQ 图

其次, 仍可以通过 Ljung-Box 检验判断残差之间是否相关。经过检验, 得到 p 值为 0.9958, 大于 0.05, 即不能拒绝原假设, 可以认为残差之间不相关, 说明残差项属于白噪声序列, 模型基本完善。

3.6. ARIMA 模型预测

根据上述检验结果, 运用已建立的 ARIMA(3,1,2)模型对该股票后 9 个交易日的股票收盘价进行预测。

预测结果如下表 2 所示。

Table 2. Stock price forecast table for the next 9 trading days

表 2. 未来 9 个交易日股票价格预测表

交易日	预测值	80%置信下限	80%置信上限	95%置信下限	95%置信上限	实际收盘价	误差
2023.3.21	26.13201	24.32337	27.94062	23.36593	28.89808	26.93	2.96%
2023.3.22	26.09308	23.46692	28.71923	22.07672	30.10943	27.06	3.57%
2023.3.23	26.12306	22.86661	29.37951	21.14275	31.10338	27.14	3.75%
2023.3.24	26.06205	22.37852	29.74559	20.42858	31.69553	27.03	3.58%
2023.3.27	26.06827	21.95310	30.18344	19.77466	32.36188	27.08	3.74%
2023.3.28	26.01859	21.54813	30.48904	19.18161	32.85556	28.36	8.26%
2023.3.29	26.01835	21.18713	30.84957	18.62964	33.40706	27.83	6.51%
2023.3.30	25.97616	20.83417	31.11815	18.11216	33.84015	28.24	8.02%
2023.3.31	25.96962	20.51487	31.42436	17.62731	34.31193	27.93	7.02%

从表 2 可以看到, 股票预测值与实际收盘价较为接近, 且均在 80%和 95%的置信区间内, 且后五个交易日的误差均不超过 4%, 明显小于最后四天的预测误差, 说明该模型对该股票的短期预测精度较高, 同时验证本文构建的 ARIMA(3,1,2)模型是较为准确的, 可以较好地反映出长城汽车股票收盘价序列的短期变化规律。虽然 ARIMA 模型的短期预测误差不是高, 但原数据仍可能存在异方差性。由于 ARIMA 模型的基本假设是数据的方差在时间上是恒定的, 即具有同方差性。则当数据存在异方差时, ARIMA 模型可能会产生模型偏差和参数估计不准确等问题。

对残差序列进行 ARCH 检验, 检验得到的 p 值为 5.205e-07, 表明残差序列具有显著的方差异质性。

3.7. ARIMA-GARCH 模型的拟合与预测

由于发现数据存在异方差性, 故下面考虑将 ARIMA 模型与 GARCH 模型结合, 使用 ARIMA-GARCH 模型进行建模和预测。对残差序列进行了 GARCH(1,1)模型拟合, 得到如下结果, 见表 3:

Table 3. Parameter estimation results of GARCH(1,1) model

表 3. GARCH(1,1)模型参数估计结果

Coefficient	Estimate	Std.Error	t value	Pr(> t)
a0	0.017743	0.006834	2.596	0.00943
a1	0.051408	0.012524	4.105	4.05e-05
b1	0.937352	0.013831	67.774	<2e-16
Jarque Bera Test				
X-squared = 54.929			p value = 1.181e-12	

上表拟合的结果表明模型和参数都通过了显著性检验。为解决异方差问题, 下面通过将水平模型和波动模型相结合, 得到拟合的 ARIMA-GARCH 模型:

$$\begin{cases} y_t = -0.5969y_{t-1} + 0.0898y_{t-2} - 0.1104y_{t-3} + \varepsilon_t + 0.6496\varepsilon_{t-1} - 0.0464\varepsilon_{t-2} \\ \varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t}e_t \\ \sigma_t = 0.017743 + 0.937352\sigma_{t-1} + 0.051408\varepsilon_{t-1}^2 \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\varepsilon_t \sim N(0, 1.992)$ 。

采用 ARIMA(3,1,2)-GARCH(1,1)模型进行预测,预测结果见表 4。从表 4 中可以看到,采用 ARIMA-GARCH 模型预测长城汽车后面几个交易日的股票价格时,预测精度都要高于 ARIMA 模型,表明 ARIMA-GARCH 模型更适用于该股票的预测分析。

Table 4. Stock price forecast table for the next 9 trading days

表 4. 未来 9 个交易日股票价格预测表

日期	预测值	真实值	误差
2023.3.21	26.27	26.93	2.45%
2023.3.22	26.30	27.06	2.81%
2023.3.23	26.47	27.14	2.47%
2023.3.24	26.50	27.03	1.96%
2023.3.27	26.66	27.08	1.55%
2023.3.28	26.70	28.36	5.85%
2023.3.29	26.84	27.83	3.56%
2023.3.30	26.89	28.24	4.78%
2023.3.31	27.03	27.93	3.22%

4. 总结

由于影响股票市场的随机因素有很多，股票价格波动大，表现出复杂的非线性、不确定性，故股票市场是一个很不平稳的动态变化过程，建立一个准确的预测模型是很困难的。ARIMA 模型是一种简单且广泛应用的时间序列分析方法，具有解释性强和高效性的优点，对于投资者来说具有一定的参考意义。但是由于其假设和数据要求的限制，ARIMA 模型在某些情况下可能无法提供相对准确的预测结果，比如异方差等。然而，在现实的金融市场中，股票价格等时间序列数据通常表现出异方差性，即波动性随着时间的变化而变化，此时 ARIMA 模型显然不是我们的最优选择。ARIMA-GARCH 模型能够通过 GARCH 部分对数据的条件异方差进行建模，更好地反映了数据的实际特征，因此在进行波动性预测时具有更高的准确性。ARIMA-GARCH 模型相对于 ARIMA 模型更适用于金融数据的建模和预测。当然，需要注意的是 ARIMA-GARCH 模型也有其局限性。它假设数据具有线性关系，可能无法捕捉到数据中的非线性关系。模型的性能还取决于参数的选择，这可能是具有挑战性和主观性的。此外，对于长期预测，模型的预测准确性可能会降低，这是时间序列预测固有限制。

参考文献

- [1] 刘红梅. ARIMA 模型在股票价格预测中的应用[J]. 广西轻工业, 2008(6): 92-93.
- [2] 吴玉霞, 温欣. 基于 ARIMA 模型的短期股票价格预测[J]. 统计与决策, 2016(23): 83-86.
- [3] Bollerslev, T. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
[https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)

-
- [4] 李亚静, 朱宏泉, 彭育威. 基于 GARCH 模型族的中国股市波动性预测[J]. 数学的实践与认识, 2003(11): 65-71.
- [5] Engle, R.F. (1982) Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, **50**, 987-1007. <https://doi.org/10.2307/1912773>
- [6] Ding, Z.X., Granger, C.W.J. and Engle, R.F. (1993) A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance*, **1**, 83-106. [https://doi.org/10.1016/0927-5398\(93\)90006-D](https://doi.org/10.1016/0927-5398(93)90006-D)
- [7] Radha, S. and Thenmozhi, M. (2006) Forecasting Short Term Interest Rates Using ARMA, ARMA-GARCH and ARMA-EGARCH Models. Indian Institute of Capital Markets 9th Capital Markets Conference Paper. <https://doi.org/10.2139/ssrn.876556>
- [8] Wang, W., Guo, Y., Niu, Z. and Cao, Y. (2009) Stock Indices Analysis Based on ARMA-GARCH Model. *Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, Hong Kong, China, 08-11 December 2009, 2143-2147. <https://doi.org/10.1109/IEEM.2009.5373131>
- [9] Lee, S. and Lee, T. (2011) Value-at-Risk Forecasting Based on Gaussian Mixture ARMA-GARCH Model. *Journal of Statistical Computation & Simulation*, **81**, 1131-1144. <https://doi.org/10.1080/00949651003752320>