Statistics and Application 统计学与应用, 2025, 14(11), 172-185
Published Online November 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/sa
https://doi.org/10.12677/sa.2025.1411320

Hans汉斯

基于具有体制转换的SV-KMV模型的金融风险分析与预测

王立斌，肖　倩，赵　月

河北金融学院，河北省金融科技应用重点实验室，河北　保定

收稿日期：2025年10月14日；录用日期：2025年11月5日；发布日期：2025年11月18日

摘　要

精准科学地度量、描述与预测金融市场风险是金融市场高效健康发展和区域经济社会安全稳定发展的关键基石。本文以区域金融市场的关键指数为研究对象，基于关键指数的股权价格与内在价值的耦合关系，首先，根据金融市场的体制转换特征，构建不同状态的随机波动模型包括系统模型及个体模型，借以刻画不同市场的波动性共性规律与个性特征。其次，考虑到KMV模型中传统B-S公式的局限性，构造便于分析不同市场风险特性的多种交换期权，为广义KMV模型的合理设计建立主要的理论基础。再次，根据KMV模型描述股权价格与内在价值的核心思想，建立广义KMV系统模型与个体模型，并对照货币市场，给出不同市场的综合风险概率及风险距离。最后，在给出各个模型的参数估计方法的同时，基于四类关键指数构建相对应的数值实验。数值实验表明，本文提出的理论能够相对准确地刻画不同金融市场的风险现象，金融市场存在着鲜明的体制转换特征，不同市场风险具有一定的共性驱动因素，也存在着一定的个性驱动因素。

关键词

SV模型，KMV模型，体制转换，最小二乘法

Financial Risk Analysis and Forecasting Based on SV-KMV Model with Regime Switching

Libin Wang, Qian Xiao, Yue Zhao

Hebei Key Laboratory of Financial Technology Application, Hebei Finance University, Baoding Hebei

Received: October 14, 2025; accepted: November 5, 2025; published: November 18, 2025

文章引用: 王立斌, 肖倩, 赵月. 基于具有体制转换的 SV-KMV 模型的金融风险分析与预测[J]. 统计学与应用, 2025, 14(11): 172-185. DOI: 10.12677/sa.2025.1411320

Abstract

Measuring, describing and predicting financial market risks accurately and scientifically is the key cornerstone for the efficient and healthy development of regional financial market and the safe and stable development of regional economy and society. This paper takes the key index of regional financial market as the research object, and based on the coupling relationship between equity price and intrinsic value of the key index, firstly, according to the system transition characteristics of financial market, it constructs stochastic volatility models of different states, including system model and individual model, so as to describe the common law and individual characteristics of volatility of different markets. Secondly, considering the limitations of the traditional B-S formula in the KMV model, we construct a variety of exchange options that are convenient to analyze the risk characteristics of different markets, and establish the main theoretical basis for the rational design of the gene: ralized KMV model. Thirdly, according to the core idea of KMV model describing equity price and intrinsic value, the generalized KMV system model and individual model are established, and the comprehensive risk probability and risk distance of different markets are given by comparing with money market. Finally, the parameter estimation method of each model is given, and the corresponding numerical experiments are constructed based on four types of key indices. The numerical experiments show that the theory proposed in this paper can describe the risk phenomena of different financial markets relatively accurately, and there are distinct characteristics of regime switching in financial markets.

Keywords

SV Model, KMV Model, Regime Switching, Least Squares Method

1. 引言

金融市场是现代经济市场的重要组成部分，金融安全在中国经济安全体系中居于主导地位，是支撑中国经济平稳健康发展的关键基石。党的二十大将防范和化解重大风险列为三大攻坚战的重要任务，坚决守住不发生系统性风险的底线。中央金融工作会议指出，从当前金融业发展趋势和特征看，金融业综合经营深入发展，跨市场、跨行业、跨领域的交叉性金融产品不断涌现，金融风险更趋隐蔽性、复杂性和传染性。因此，维护金融市场稳健运行，规范金融市场发行和交易行为，合理引导预期，防范风险跨区域、跨市场、跨境传递共振。近年来，随着经济新常态的不断深入，面对愈来愈复杂的经济环境，不同区域金融市场在发展过程中面临的系统风险越来越频繁，不确定因素越来越增加，由此导致的市场风险日益加剧。科学有效地识别和防范金融风险对于我国金融市场的环境改善和整体发展均具有极端的重要性。因此，本文将以区域金融市场风险为研究对象，应用马尔科夫转换机制刻画市场整体状态的演变，运用随机波动系统模型[1] (SV)描述不同市场波动率，采用广义的 KMV 模型[2]刻画对比货币市场分析金融市场出现的可能性，力求构建组合模型，科学描述风险的演变规律并给予预测。

所谓KMV 模型是 1997 年由美国 KMV 公司研发的，被用于估计和预测上市企业可能出现违约概率。KMV 模型的核心思想是融合布莱克和斯尔克斯[3]的期权定价理论和莫顿的[4]的公司债务定价理论，认

为公司的外在价值由公司的股权价格体现，公司的内在价值由期权中标的资产价值来体现，同时内在与外在价值通过期权公式来连接，并最终通过企业的违约概率和违约距离来分析企业的风险。基于 KMV 模型的构建思路，国内外诸多研究者对 KMV 模型的要素进行了多维修正、计算化简及实证研究，使其更加适应现代金融市场风险分析的需要，提升模型风险预测的可靠性和科学性发展。Stefan 等[5]通过财务比率方法来估计非上市公司的股权价值，并应用 KMV 模型对非上市公司进行信用风险分析，结果进一步验证了 KMV 模型分析风险的有效性。Kurba 等[6]选取美国上市企业股票数据为数据集，采用历史波动率与铸锻修正法对股权的波动率进行计算，之后引入 KMV 结构方程检验模型的有效性，毋庸置疑地证实了 KMV 模型在预测违约风险的有效性。Peter 等[7]以金融类公司的违约风险为研究对象，在结合股权价格与历史波动率的基础上，运用 KMV 模型计算不同的违约概率，实证表明模型能够比较能够准确、灵敏地监测到对应公司的违约或破产风险。Robert 等[8]在传统 KMV 模型基础上，融入 CVaR 风险价值模型，提出了修正 KMV 模型，运用 CVaR 风险价值来修正收益率的波动率，一定程度提升复杂金融市场下 KMV 风险识别能力。Kliestik 等[9]在 KMV 模型中，提炼出违约距离的计算公式，并深入分析违约概率与违约距离的关系，最后在实证研究给出了违约距离的经济意义。Anauwar 等[10]以马来西亚的上市公司信用风险为研究对象，运用修正 KMV 模型对上市公司进行信用评级，进一步扩充了 KMV 模型的适用性和研究范围。在 KMV 模型被国外广泛应用于金融风险分析与预测的同时，国内也有大量学者就对该模型进行了很多有价值的研究。学者张玲等[11]基于相同的企业数据，分别应用 KMV 模型与其它传统的信用风险评估模型，对比分析 KMV 模型的评估效果，并展示 KMV 模型的优势。李彦等学者[12]根据股票价格存在着突然的跳跃现象，故将上市公司的股权价格与内在价值的关系刻画为跳扩散过程下的期权公式，提出了跳扩散 KMV 模型，并对一系列企业的信用违约风险进行分析和预测。张泽京等学者[13]在传统的 KMV 模型中加入了企业的财务指标数据，在修正 KMV 模型上分析我国中小上市公司的风险状况，实证发现财务数据对信用风险具有关键影响。蒋彧等学者[14]运用模型来描述市场波动率，提出了 GARCH-KMV 模型，进一步提升了修正 KMV 对 A 股上市公司的风险预测能力。夏诗园[15]首次利用 KMV 模型对政府债务进行风险预警，进一步将 KMV 模型分析企业违约风险延伸到政府债务市场的风险分析。潜力等[16]以地方债券市场为研究对象，借助关键的代表的债券组合，运用 KMV 模型对市场的债券风险进行识别，并提出与之相适应的预警机制。

另外，金融市场的波动率一直是金融市场的关键风险指标。一方面，在具体金融实践中，波动率不仅是金融资产市场价格形成过程中的关键角色，体现了资产价格时变、集聚、非对称等微观特征，而且是程序化交易、量化交易、高频交易得以发展的实践基础。另一方面，在理论研究中，尤其是金融市场风险识别、预测、管理等方面，波动率也是一个重要的衡量变量。长期以来，在各种金融风险建模中，许多专家学者都将波动率作为核心指标。另外，在 KMV 模型中，标的资产的股票波动率是不可逾越的核心参数。换言之，波动率的估计准确与否，事关 KMV 的风险估计的科学性，一旦估计偏差较大，便会引起估计信用风险的失误。在金融资产波动率的研究中，SV 族模型和 GARCH 族模型发挥着重要作用。关于 GARCH 族模型的研究，1982 年，Engle [17]设计了自回归条件异方差模型，将时间序列分析方法引入到了波动率的研究中。1986 年，Bollerslev [18]在 ARCH 的基础上，提出了广义自回归条件异方差模型，并逐渐形成了 GARCH 计量分支。大量的实证研究已经发现相对于 GARCH 族模型，SV 族模型在刻画波动率的微观结构方面具有较丰富的优势。关于 SV 模型的研究，Jacquier 等学者[19]共同设计了具有长记忆性和肥尾的 SV 模型，确保该模型比传统 SV 模型的时间记忆性更长，提出了短、中、长记忆的理念。随着 SV 族分支的不断发展，形成了几个具有鲜明特点的模型。长记忆模型的特点。YU [20]将杠杆效应加入了 SV 模型当中，建立了指数型 SV 模型，并通过该模型对实证数据进行了系统分析。学者陈浪南等

[21]应用非对称的 SV 模型对我国的股票市场进行了实证分析，发现股市波动存在一定程度的非对称效应。吴鑫育[22]等人认为，传统 SV 模型中均值为常数的假设过于苛刻，结合双杠杆门限模型的灵活性，设计了双门限的 SV 系统模型，开辟了 SV 模型的一个新的领域。郝红霞等人[23]基于杠杆效应存在着一定的强弱时变转换特征，提出了带有时变杠杆效应的随机波动率模型，并对其参数估计及应用场景进行全面研究，进一步提升随机波动模型对真实金融的刻画能力。

本文结合 SV 族模型在反映金融资产波动率时变、集聚、长记忆等各种效应的突出效果，与 KMV 模型在准确度量预测我国金融市场上公司的违约风险的不俗表现，将两者优势整合，首次尝试用于分析预测不同区域金融市场的风险发生可能与发生距离，进一步扩展两类模型的综合能力。因此，借鉴 KMV 与 SV 的相关成果，本文主要做了以下几点研究工作，第一，基于不同市场的关键指数，提出了带有体制转换的多层 SV 模型，更为细致地去刻画多个市场的相依结构，从而反映金融市场的系统波动率。第二，在更加一般的环境假设下，建立了不同交换期权的定价公式，替换 KMV 中 BS 公式的局限性与粗糙性，确保系统 KMV 模型的金融风险预测的准确性。第三，以货币市场与平均市场为参照物，构建多层次的 KMV 模型并计算风险发生概率及发生距离。第四，构造与各个模型相对应的参数估计方法，对模型参数进行求解，并对模型进行了稳定性分析。本文下面章节安排如下，第二部分描述 RG-SV——KMV 模型的结构、性质、推演，并给出模型的优势，第三部分介绍该模型的参数估计方法的一般步骤，第四部分采集不同股票市场的关键指数数据，进行建模并实证检验，第五部分给出本文的结论。

2. 理论模型及主要结果

2.1. 模型的构建思路

本部分主要构建区域金融市场风险分析的具体数学模型。为了深入分析金融市场的风险，本文定义了标的资产或指数的内在价值。区别于指数的价格，指数的内在价值是市场指数内在发展潜力、延伸动力、引领向力的综合体现，是指数未来所有可能的演变和发展的全方位体现，因此可以说指数价格只是指数内在价值的一个外在体现。这与 KMV 模型中考虑公司价值和公司股价的思路是基本一致的。故本文运用广义 KMV 模型进行金融市场的风险和预测。具体模型构建思路如下。

第一，考虑到金融市场存在一定的体制转换机制，应用连续时间状态离散的马氏链，创建体制转换方程。第二，基于经济状态的转换，针对不同股票市场的关键指数价格数据，构建自回归滑动平均形式的收益率时间序列，并通过随机波动率模型刻画收益率的波动扩散水平。第三，根据 KMV 模型的思想，构建关键指数对应的内在价值过程，并推导产生复杂情形下的交换期权的定价公式。第四，综合上述的所有理论准备，建立基于交换期权的 KMV 模型，计算各个股票市场相关的金融风险。

2.2. 马尔科夫体制转换

大量实证研究已经表明，金融市场存在着一定的体制转换现象，正如宏观经济存在繁荣、衰退、萧条、复苏的周期。因此，本文应用连续时间离散状态的马氏链，刻画区域金融市场的体制转换机制。设 $\{X_t\}_{t\in[0,T]}$ 是生命期为 T 、状态空间为 S 的连续时间马氏链，其过程方程为

$$X_t = X_0 + \int_0^t Q \cdot X_s \mathrm{d}s + M_t \text{，} \tag{1}$$

其中 $X_t \in S$， $S=\{e_1,e_2,\cdots,e_N\}$ 表示金融市场变换的 N 个状态， $Q=\left(q_{ij}\right)$ 为 $N\times N$ 的状态转移强度矩阵，q_{ij} 表示市场由 e_i 转换至状态 e_j 的转移强度， $\{M_t\}$ 为对应于马氏链的向量鞅过程。值得注意是 $e_i=(0,\cdots,1,\cdots,0)\in R^N$ 。

2.3. 广义的 SV (p, q)模型

设股票市场中存在 n 支主力指数或标的，第 i ($i\in\{1,2,\cdots,n\}$)支关键指数或标的的实时价格序列为 $\left\{s_{it_j}\right\}_{j\in\{0,\cdots,m\}}$，其中 $m=\dfrac{T}{\Delta T}$，$t_j=j\Delta T$，ΔT 表示时间间隔。令收益率序列 $x_{it_j}=\ln\left(\dfrac{x_{it_j}}{x_{it_{j-1}}}\right)$，$j=1,\cdots,m$，平均收益率序列 $\overline{x}_{t_j}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{it_j}$，则基于平均收益率数据 $\overline{x}_{t_j}$ 的交互型平均系统模型如下

$$\overline{x}_{t_j}=\left\langle\eta_0,X_{t_j}\right\rangle+\overline{\varepsilon}_{t_j}, \tag{2}$$

其中在 $\overline{x}_{t_{j-k}}$ ($k=1,2,\cdots,\max\{p,q\}$)已知的条件下，$\overline{\varepsilon}_{t_j}\sim N\left(0,\overline{\sigma}_{t_j}^2\right)$。基于关键指数收益率的异方差性，令 $\overline{h}_{t_j}=\dfrac{1}{2}\ln\left(\overline{\sigma}_{t_j}^2\right)$，同时构建基于体制转换的系统 SV 模型如下

$$\overline{h}_{t_j}=\left\langle\beta_0,X_{t_j}\right\rangle+\sum_{k=1}^{p}\left\langle\beta_k,X_{t_j}\right\rangle\cdot\overline{h}_{t_{j-k}}+\sum_{k=1}^{q}\left\langle\gamma_k,X_{t_j}\right\rangle\cdot\overline{\xi}_{t_{j-k}}+\overline{\xi}_{t_j},\quad \overline{\xi}_{t_j}\sim N\left(0,\overline{\sigma}_v^2\right)。 \tag{3}$$

2.4. 交换期权定价模型

为了更加精准地分析、预测区域金融市场的系统风险与子金融市场的个体风险，需要改进传统的只能分析公司违约风险的 KMV 模型，就需要根据模型的核心思想，建立更加推广的 KMV 模型。首先，需要运用具有体制转换的交换期权模型来代替传统的 BS 模型。一方面，BS 模型的假设过于理想，不能反映真实市场的变化；另一方面，金融市场的外在价格变化可以看作金融市场内在价值变动与货币市场或债券市场或系统平均市场价格变动的交换结果，因此，运用交换期权刻画广义 KMV 模型具有良好的适配性。

假设在风险中性测度下，金融市场中的关键指数或关键标的 s_{it_j} 的内在价值过程 S_{it_j} 服从如下随机微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}S_{it}}{S_{it}}=r_t\mathrm{d}t+\sqrt{v_{0t}}\,\mathrm{d}W_{it}^{(c)}+\sqrt{v_{it}}\,\mathrm{d}W_{it}^{(e)}, \tag{4}$$

$$\mathrm{d}v_{0t}=\kappa_0\left(\left\langle\mu_0,X_t\right\rangle-v_{0t}\right)\mathrm{d}t+\sqrt{v_{0t}}\,\mathrm{d}W_t^{(v)}, \tag{5}$$

$$\mathrm{d}v_{it}=\kappa_i\left(\mu_i-v_{it}\right)\mathrm{d}t+\sqrt{v_{it}}\,\mathrm{d}W_{it}^{(v)}。 \tag{6}$$

货币市场中的瞬时利率过程：

$$\mathrm{d}r_t=\kappa_r\left(\left\langle\mu_r,X_t\right\rangle-r_t\right)\mathrm{d}t+\sqrt{r_t}\,\mathrm{d}W_t^{(r)}。 \tag{7}$$

为了进一步应用 KMV 模型的核心思想，细致刻画金融市场的系统风险，下面将给出某种相关的交换期权。令 $\overline{S}_{it}=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}S_{it}}$，货币－几何平均型交换期权，其收益函数为

$$H_4(T)=\left(\overline{S}_{iT}-\overline{S}_{it}\mathrm{e}^{\int_t^T r_s\mathrm{d}s}\right)^+。$$

不失一般性，令 $x_t=\left(\ln S_{1t},\ln S_{2t},\cdots,\ln S_{nt},\ln B(t,T)\right)$，$v_t=\left(v_{0t},v_{1t},\cdots,v_{nt}\right)$，$x=\left(x_1,x_2,\cdots,x_n,x_{n+1}\right)$，$v=\left(v_0,v_1,\cdots,v_n\right)$，$u=\left(u_1,u_2,\cdots,u_n,u_{n+1}\right)$，则定义 x_T 在 t 时刻的带有贴现的条件特征函数为

$$\varphi(u;t,T;x,v,r;X_t)=E\left[\mathrm{e}^{-\int_t^T r_s\mathrm{d}s+iu\cdot x_T}\,\middle|\,x_t=x,v_t=v,r_t=r;X_t\right], \tag{8}$$

由风险中性定价原理可得所有类型交换期权的定价公式为

$$P_i(t,T;x,v,r;X_t)=E\left[\mathrm{e}^{-\int_t^T r_s\mathrm{d}s}\cdot H_i(T)\middle|x_t=x,v_t=v,r_t=r;X_t\right];\tag{9}$$

相似地，由条件期权的塔性质，可以给出 x_T 在 t 时刻与 X_T 下的带有贴现的条件特征函数为

$$\varphi(u;t,T;x,v,r;X_T)=E\left[\mathrm{e}^{-\int_t^T r_s\mathrm{d}s+iu\cdot x_T}\middle|x_t=x,v_t=v,r_t=r;X_T\right];\tag{10}$$

在马氏链 X_T 已知的条件下交换期权的定价公式为

$$P_i(t,T;x,v,r;X_T)=E\left[\mathrm{e}^{-\int_t^T r_s\mathrm{d}s}\cdot H_i(T)\middle|x_t=x,v_t=v,r_t=r;X_T\right]。\tag{11}$$

定理 2.1. 假设关键指数的内在价值过程服从上述机制(2.6~2.10)，则在马氏链 X_T 已知的条件下 $\varphi(u;t,T;x,v,r;X_T)$ 具有如下表达式

$$\varphi(u;t,T;x,v,r;X_T)=\mathrm{e}^{iu\cdot x+\sum_{i=0}^{n}A_i(\tau,u)v_t+B(\tau,u)r+C(\tau,u)},\tag{12}$$

其中 $\tau=T-t$， $v=T-s$， $B(\tau,u)$， $C(\tau,u)$ 与 $A_i(\tau,u)$，如下联合给出

$C(\tau,u)=\kappa_0\int_t^T\langle\mu_0,X_s\rangle A(v,u)\mathrm{d}s+\kappa_r\int_t^T\langle\mu_r,X_s\rangle B(v,u)\mathrm{d}s$，

$$B(\tau,u)=\frac{\left(b_r(u)+\delta_r(u)\right)\left(1-\mathrm{e}^{\delta_r(u)\tau}\right)}{1-g_r(u)\mathrm{e}^{\delta_r(u)\tau}},\quad A_i(\tau,u)=\frac{\left(b_i(u)+\delta_i(u)\right)\left(1-\mathrm{e}^{\delta_i(u)\tau}\right)}{1-g_i(u)\mathrm{e}^{\delta_i(u)\tau}};$$

$$b_r(u)=\kappa_r,\quad b_0(u)=\kappa_0,\quad b_i(u)=\kappa_i-\rho_{iv_i}iu;$$

$$c_r(u)=2i\sum_{i=1}^{n}u_i-2,\quad c_0(u)=i\sum_{i=1}^{n}u_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\rho_{ij}u_iu_j,\quad c_i(u)=iu_i+u_i^2;$$

$$\delta_r(u)=\sqrt{b_r^2(u)+c_r(u)},\quad \delta_i(u)=\sqrt{b_i^2(u)+c_i(u)};$$

$$g_r(u)=\frac{b_r(u)+\delta_r(u)}{b_r(u)-\delta_r(u)},\quad g_i(u)=\frac{b_i(u)+\delta_i(u)}{b_i(u)-\delta_i(u)}。$$

证：根据伊藤引理及关键指数的内在价值过程，可推导对数价值过程如下

$$\mathrm{d}x_{i,t}=\left(r_t-\frac{1}{2}V_t-\frac{1}{2}V_{it}\right)\mathrm{d}t+\sqrt{V_t}\mathrm{d}W_{it}^{(c)}+\sqrt{V_t}\mathrm{d}W_{it}^{(e)},\quad i=1,\cdots,n,$$

应用费曼–卡茨公式，可推导所有类型交换期权 $P(t,T;x,v,r;X_T)$ 所满足的偏微分方程

$$\begin{aligned}&-\frac{\partial P}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}\left(r-\frac{1}{2}v_0-\frac{1}{2}v_i\right)\frac{\partial P}{\partial x_i}+r\frac{\partial P}{\partial x_{n+1}}+\sum_{i=1}^{n}v_i\frac{\partial^2P}{\partial x_i^2}+\frac{1}{2}v_0\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\rho_{ij}\frac{\partial^2P}{\partial x_i\partial x_j}\\&+\kappa_0\left(\langle\mu_0,X_t\rangle-v_0\right)\frac{\partial P}{\partial v_0}+\frac{1}{2}v_0\frac{\partial^2P}{\partial v_0^2}+\sum_{i=1}^{n}\kappa_i\left(\langle\mu_i,X_t\rangle-v_i\right)\frac{\partial P}{\partial v_i}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}v_i\frac{\partial^2P}{\partial v_i^2}\\&+\kappa_r\left(\langle\mu_r,X_t\rangle-r\right)\frac{\partial P}{\partial r}+\frac{1}{2}r\frac{\partial^2P}{\partial r^2}+\sum_{i=1}^{n}\rho_{iv_i}v_i\frac{\partial^2P}{\partial x_i\partial v_i}-rP(t,T;x,v,r;X_t)=0\end{aligned}$$

其中所满足的边界条件为 $P(t,T;x,v,r;X_t)=H_i(T)$。

由于上述偏微分方程边界条件的复杂性，直接得到方程的解是困难的，故首先计算具有边界条件 $P(T,T;x,v,r;X_T)=\mathrm{e}^{iu\cdot x}$ 的方程的解，并此时的解为 $\varphi(u;t,T;x,v,r;X_t)$。根据偏微分方程的线性特点，故

其解具有如下形式：

$$\varphi(u;t,T;x,v,r;X_t)=\mathrm{e}^{iu\cdot x+\sum_{i=0}^{n}A_i(\tau,u)v_i+B(\tau,u)r+C(\tau,u)}。$$

将其代入上述偏微分方程，进一步整理可得方程组

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial A_0}{\partial\tau}=\frac{1}{2}A_0^2(\tau,u)-\kappa_0A_0(\tau,u)-\frac{i}{2}\sum_{i=1}^{n}u_i-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\rho_{ij}u_iu_j,\\
&\frac{\partial A_i}{\partial\tau}=\frac{1}{2}A_i^2(\tau,u)-\left(\kappa_i-\rho_{iv_i}iu_i\right)A_i(\tau,u)-\frac{i}{2}u_i-\frac{1}{2}u_i^2,i=1,2,\cdots,n,\\
&\frac{\partial B}{\partial\tau}=\frac{1}{2}B^2(\tau,u)-\kappa_rB(\tau,u)+i\sum_{i=1}^{n+1}u_i-1,\\
&\frac{\partial C}{\partial\tau}=\kappa_0\langle\mu_0,X_t\rangle A_0(\tau,u)+\kappa_r\langle\mu_r,X_t\rangle B(\tau,u),
\end{aligned}$$

其中所满足的边界条件为 $A_i(0,u)=B(0,u)=C(0,u)=0$ 。

定理 2.2. 假设关键指数的内在价值过程服从上述机制(2.6~2.10)，则在马氏链 X_t 条件下，$\varphi(u;t,T;x,v,r;X_t)$ 具有如下表达式

$$\mathrm{e}^{iu\cdot x+\sum_{i=0}^{n}A_i(\tau,u)v_i+B(\tau,u)r}\left\langle\phi(u;t,T),I\right\rangle, \tag{13}$$

其中函数 $\phi(u;t,T)$ 为

$$\mathrm{e}^{Q'\tau+\kappa_0\tilde{C}_1(\tau,u)\cdot diag(\mu_0)+\kappa_r\tilde{C}_2(\tau,u)\cdot diag(\mu_r)}\cdot X_t, \tag{14}$$

同时，

$$\tilde{C}_1(\tau,u)=\left(b_0(u)+\delta_0(u)\right)\tau-2\ln\left(\frac{1-g_0(u)\mathrm{e}^{\delta_0(u)\tau}}{1-g_0(u)}\right),$$

$$\tilde{C}_2(\tau,u)=\left(b_r(u)+\delta_r(u)\right)\tau-2\ln\left(\frac{1-g_r(u)\mathrm{e}^{\delta_r(u)\tau}}{1-g_r(u)}\right)。$$

证：首先，根据 $\varphi(u;t,T;x,v,r;X_t)$ 与 $\varphi(u;t,T;x,v,r;X_T)$ 的关系以及条件期望的积累性，可得 $\varphi(u;t,T;x,v,r;X_t)=E\left[\varphi(u;t,T;x,v,r;X_t)\middle|\mathcal{F}_t\right]$。

其次，在 $\varphi(u;t,T;x,v,r;X_t)$ 的定义基础上，定义 $G(u;t,T)=E\left[\mathrm{e}^{C(\tau,u)}\middle|\mathcal{F}_t\right]$。根据文献[24]引理 2.2 的结果，推导 $G(u;t,T)$ 具有如下表达式

$$\begin{aligned}
G(u;t,T)&=E\left[\exp\left\{\kappa_0\int_t^T\langle\mu_0,X_s\rangle A(v,u)\mathrm{d}s+\kappa_r\int_t^T\langle\mu_r,X_s\rangle B(v,u)\mathrm{d}s\right\}\middle|\mathcal{F}_t\right],\\
&=\left\langle\phi(u;t,T),I\right\rangle
\end{aligned}$$

其中函数 $\phi(u;t,T)$ 为

$$\phi(u;t,T)=\exp\left\{Q'\tau+\kappa_0\tilde{C}_1(\tau,u)\cdot diag(\mu_0)+\kappa_r\tilde{C}_2(\tau,u)\cdot diag(\mu_r)\right\}\cdot X_t。$$

进一步，定义 $\tilde{C}_1(\tau,u)=\int_t^T A(v,u)\mathrm{d}s$ ， $\tilde{C}_2(\tau,u)=\int_t^T B(v,u)\mathrm{d}s$ ，并逐步分析化简公式 $\phi(u;t,T)$ ，可得定理的具体内容。

定理 2.3. 假设关键指数的内在价值过程服从上述机制(2.6~2.10)，则在马氏链 X_t 的条件下，所有类型交换期权均具有如下表达式

$$P_i\left(t,T;x,v,r;X_t\right)=A_i\Phi_i\left(t,T;x,v,r;X_t\right)-B_i\Psi_i\left(t,T;x,v,r;X_t\right), \tag{15}$$

其中， $A_4=A_5=B_3=B_4=B_2=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}S_{it}}=\mathrm{e}^{\bar{x}}$ ，

$\Phi_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right)=D\left(\bar{x},\varphi^{\bar{P}}\left(u_1\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}e_i-e_{n+1}\right)\right)\right)$， $\Psi_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right)=D\left(\bar{x},\varphi\left(u_1\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}e_i-e_{n+1}\right)-i\cdot e_{n+1}\right)\right)$；。

同时， $\varphi^{\bar{P}}\left(u\right)=\dfrac{\varphi\left(u-\dfrac{i}{n}\sum_{i=1}^{n}e_i,t,T;x,v,r;X_t\right)}{\varphi\left(-\dfrac{i}{n}\sum_{i=1}^{n}e_i,t,T;x,v,r;X_t\right)}$； $D\left(a,f\left(u_1\right)\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left(\dfrac{\mathrm{e}^{-iu_1a}f\left(u_1\right)}{iu_1}\right)\mathrm{d}u_1$ 。

证：根据交换期权的收益函数，则有

$$\begin{aligned}P_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right)&=E\left[\mathrm{e}^{-\int_t^T r_s\mathrm{d}s}H_4\left(T\right)\middle|\mathcal{F}_t\right]\\&=E\left[\mathrm{e}^{-\int_t^T r_s\mathrm{d}s}\bar{S}_{iT}1_{\left\{\bar{S}_{iT}\geq\bar{S}_{it}\mathrm{e}^{\int_t^T r_s\mathrm{d}s}\right\}}\middle|\mathcal{F}_t\right]-E\left[\bar{S}_{it}1_{\left\{\bar{S}_{iT}\geq\bar{S}_{it}\mathrm{e}^{\int_t^T r_s\mathrm{d}s}\right\}}\middle|\mathcal{F}_t\right],\end{aligned}$$

进一步，利用特征函数与概率的关系或傅里叶反变换，得到最终的结果

$$\begin{aligned}&P_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right)\\&=\bar{s}_iE^{\bar{P}}\left[1_{\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{iT}\geq\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{it}+\int_t^T r_s\mathrm{d}s\right\}}\middle|\mathcal{F}_t\right]-\bar{s}_iE\left[1_{\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{iT}\geq\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{it}+\int_t^T r_s\mathrm{d}s\right\}}\middle|\mathcal{F}_t\right]\\&=\mathrm{e}^{\bar{x}}\bar{P}\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{iT}-\int_t^T r_s\mathrm{d}s\geq\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{it}\middle|\mathcal{F}_t\right\}-\mathrm{e}^{\bar{x}}P\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{iT}-\int_t^T r_s\mathrm{d}s\geq\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{it}\middle|\mathcal{F}_t\right\}。\\&=\mathrm{e}^{\bar{x}}D\left(\bar{x},\varphi^{\bar{P}}\left(u_1\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}e_i-e_{n+1}\right)\right)\right)-\mathrm{e}^{\bar{x}}D\left(\bar{x},\varphi\left(u_1\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}e_i-e_{n+1}\right)-i\cdot e_{n+1}\right)\right)\\&=A_4\Phi_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right)-B_4\Psi_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right)\end{aligned}$$

2.5. 广义 KMV 模型

基于 KMV 模型在研究上市公司违约风险方面的核心思想，下面将基于上述建立的交换期权定价公式，构造更一般的 KMV 模型，用于度量整体或单个金融市场的系统风险。当金融市场的关键指数的内在价值远远低于货币市场的债券价值，金融市场的风险将逐渐上升。具体模型呈现如下：

第一，构建系统 KMV 模型。系统 KMV 模型(债券型)

$$\begin{aligned}\bar{s}_{it}&=A_4\Phi_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right)-B_4\Psi_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right),\\\bar{\sigma}_t\bar{s}_{it}&=\frac{\partial\bar{s}_{it}}{\partial\bar{S}_{it}}\sqrt{v_{0t}}\bar{S}_{it}=\Phi_4\left(t,T;x,v,r;X_t\right)\sqrt{v_{0t}}\bar{S}_{it};\end{aligned}$$

第二，计算金融风险的发生概率 EDF 与发生距离 DD。首先，设定金融风险发生深度参数 θ $(0<\theta<1)$。其次，根据关键指数内在价值的几何布朗运动设定及不同状态下的长期波动率的转换机制，进一步，应用全概率公式，假设 $X_t=e_i$ 时，计算金融风险的发生概率 EDF 与发生距离 DD。

3. 参数估计方法

结合交换期权的公式计算，对系统 KMV 方程组进行估计。根据广义矩估计的核心思想，设计广义

KMV 模型的估计算法。

步骤 1. 估计系统 KMV 模型。首先，构造一个 2×2 的权重矩阵 $\overline{W}$。其次，基于此，给出系统方程的评估函数。假设系统方程所对应的误差向量为 $\overline{e}=(\overline{e}_1,\overline{e}_2)$，则系统评估估计函数 $\sum_{j=1}^{m-1}\overline{e}^{\mathrm{T}}\cdot\overline{W}\cdot\overline{e}$。最后，最小化估计函数，获得关键指数几何平均的内在价值 $\overline{S}_{it}$ 及长期波动率 μ_0。

步骤 2. 估计个体 KMV 模型。首先，构造 m 个 2×2 的权重矩阵 W_i。其次，基于此，给出个体方程的评估函数。假设个体 S_{it} 方程所对应的误差向量为 $e_i=(e_{i1},e_{i2})$，则个体 S_{it} 的评估函数 $ee_i^2=\sum_{j=1}^{m-1}e_i^{\mathrm{T}}\cdot W_i\cdot e_i$。再次，构造一个 $n\times n$ 的权重矩阵 $\tilde{W}$，基于此，给出所有个体方程的整体评估函数 $ee_i^{\mathrm{T}}\cdot\tilde{W}\cdot ee_i$。最后，最小化所有个体的评估函数，获得关键指数的内在价值 S_{it} 及长期波动率 μ_i。

步骤 3. 最小化评估函数。运用基于贝叶斯的 MCMC 算法，迭代估计 KMV 模型的方程解。首先，设定各个参数的先验分布或初始值。其次，基于先验分布进行 Gibbs 采样，并计算评估函数值。再次，基于结果更新先验分布为后验分布，并重复上述采样过程。最后，基于误差条件，给出最终的参数估计值。

步骤 4. 基于系统模型，运用正态的分布函数及其反函数，计算 $\overline{\mathrm{EDF}}$ 与 $\overline{\mathrm{DD}}$。

4. 实证结果

4.1. 样本数据集的选取

本文选取了不同股票市场上关键指数，分别为中证 500 指数(IC500)、沪深 300 指数(IF300)、上证 50 指数(IH50)与中证 1000 (IM1000)用以刻画不同的金融市场或同一金融市场的不同层面。数据选取范围为 2022 年 9 月 14 日~2024 年 11 月 15 日的小时收盘价，共计 2100 个数据。数据来源于通信达。本文数值分析过程大致分为以下几个步骤：首先，从数据库获取关键指数的样本相关数据，并计算相关基础参数的估计值；其次，利用 matlab 求解样本指数的内在价值和股票价格的随机波动率模型；最后，借助 MATLAB 中的数值积分 integral 命令与 Gibbs-MCMC 求解样本关键指数的内在价值及内在波动率，在此基础上给出风险发生距离和风险发生概率，借以通过实证结果研究所在金融市场的风险状态及风险预测机制。

Table 1. Descriptive statistics of key index return data
表 1. 关键指数、收益率数据的描述性统计

指数	最小值	均值	最大值	标准差	偏度	峰度	Ljung-Box
IC500	−0.0439	−0.0002	0.0674	0.0064	1.5848	20.9173	118.1857
IF300	−0.046	−0.0001	0.0508	0.0053	1.0434	16.194	83.9727
IH50	−0.0372	−0.0001	0.0375	0.0052	0.6557	10.3963	62.0614
IM1000	−0.0705	−0.0005	0.0705	0.0073	0.8271	20.727	106.024

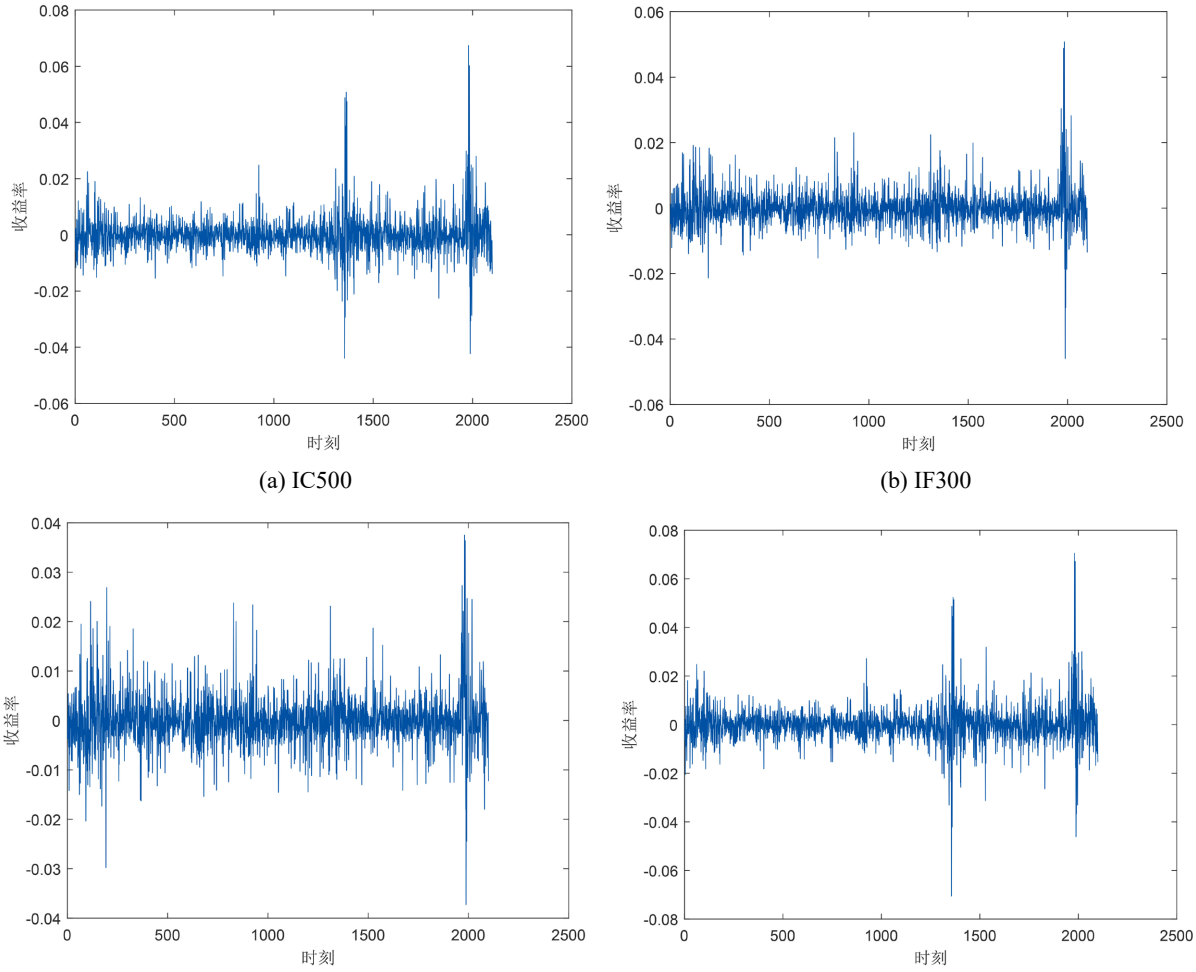
表 1 对上述的关键指数数据进行相对全面的描述性统计分析。从数据结果的偏度和峰度上看，四种数据存在一定的非对称性(右偏)和尖峰胖尾性，由此说明金融市场的风险具有非对称性和快速集聚效应。Ljung-Box 检验统计量的值说明四种收益率数据均为非平稳序列，且存在着一定的自相关性和异方差性。进而表明应用随机波动率模型刻画波动率的必要性。

4.2. 数据结果分析

图 1 给出了四种关键指数的收益率数据图像。一方面，综合各个子图，可以看出关键指数的收益率波动存在一定的共性的体制转换特征，故通过平均收益率来首先构建具体体制转换的系统 SV 刻画不同市场的共性波动性具有充分的合理性和必要性。其次，对比各个子图，发现各个关键指数的波动也存在

不一致和不稳定的个性特征。因此，通过剔除平均收益率的剩余收益率的个体 SV 建模也具有相当的不容忽略的补充价值。经过分解后的系统收益率与个体剩余收益率，可以明显看出系统收益率的体制转换机制鲜明，个体剩余收益率虽具有不同的异方差性，但是体制转换特征很弱。因此，本文构造了基于体制转换的系统模型以及基于个性的个体模型共同来刻画金融市场关键指数的波动率，为下一步风险发生概率与风险距离分析奠定良好的分析基础。下面通过体制转换的参数估计算法，给出不同状态假设下的转移速率矩阵的计算结果，四体制转换下转移速率矩阵 $\Delta T \cdot Q$：

$$\Delta T \cdot Q = \begin{pmatrix} -2.0309 & 0.7075 & 0.6676 & 0.6558 \\ 0.3711 & -2.2525 & 1.5249 & 0.3564 \\ 0.2489 & 1.2090 & -2.4008 & 0.9429 \\ 0.7546 & 0.7125 & 1.5645 & -3.0316 \end{pmatrix}$$



(a) IC500　(b) IF300

(c) IH50　(d) IM1000

Figure 1. Yield data of four key indices
图 1. 四种关键指数的收益率数据

考虑到体制转换的状态数量不宜过多，故以上给出了 4 体制转换的转移速率矩阵，分别代表了金融市场下行、上冲，上行，下冲四种常见的现象，并在如下系统 SV 模型构建中，给出状态数量的选择方法。一方面，从标准误差上看，随着状态的划分深入，剩余误差在 3、4 状态上逐渐趋于稳定；另一方面，

从残差的平方和上看，状态数量越多，残差变化越小，但是基于状态过多带来的过拟合性，本文接下来的研究主要基于 4 状态的体制转换机制。

Table 2. Analysis of $\bar{\varepsilon}_{t_j}$ memory characteristics
表 2. $\bar{\varepsilon}_{t_j}$ 的记忆性分析

自由度	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
统计值	0.0195	4.9207	31.7837	35.5067	35.5215	38.6613	39.5872	39.6028	39.6564	50.1816
分位数	0.0039	0.1026	0.3518	0.7107	1.1455	1.6354	2.1673	2.7326	3.3251	3.9403

为了进一步检验剩余序列 $\bar{\varepsilon}_{t_j}$ 的长记忆性和异方差性，构建卡方统计量分析，得到上表数据结果。基于表 2 不难看出随着自由度的增加，序列 $\bar{\varepsilon}_{t_j}$ 的记忆性愈来愈明显，因此，基于对数的构建系统 SV 模型是有意义的，故下面给出了带有体制转换特征的系统 SV 模型的参数估计结果。

Table 3. AIC and BIC criteria for autoregressive order p
表 3. 自回归阶数 p 的 AIC 与 BIC 标准

阶数	1	2	3	4	5	6	7	…
AIC	−7.6039	−7.6043	**−7.6209**	−7.62	−7.6215	−7.622	−7.6213	…
BIC	**−7.6012**	−7.5989	−7.6129	−7.6093	−7.608	−7.6058	−7.6025	…
AIC2 (1)	−7.8876	−7.8885	−7.8909	−7.9218	−7.9228	**−7.9471**	−7.9433	…
BIC2 (1)	**−7.8826**	−7.8785	−7.8759	−7.9017	−7.8977	−7.917	−7.9082	…
AIC2 (2)	**−8.5306**	−8.5291	−8.5482	−8.5728	−8.5704	−8.5742	−8.5732	…
BIC2 (2)	**−8.5261**	−8.5201	−8.5347	−8.5549	−8.548	−8.5473	−8.5418	…
AIC3 (1)	**−7.6347**	−7.634	−7.6374	−7.7134	−7.7125	−7.7514	−7.7459	…
BIC 3(1)	**−7.6265**	−7.6175	−7.6127	−7.6805	−7.6714	−7.702	−7.6882	…
AIC3 (2)	−10.5132	−10.514	**−10.5145**	−10.5117	−10.5088	−10.5078	−10.505	…
BIC3 (2)	**−10.5084**	−10.5043	−10.5	−10.4923	−10.4846	−10.4788	−10.4712	…
AIC3 (3)	**−8.4197**	−8.4144	−8.4505	−8.5334	−8.5278	−8.5459	−8.5407	…
BIC3 (3)	**−8.412**	−8.399	−8.4274	−8.5025	−8.4892	−8.4994	−8.4865	…
AIC4 (1)	**−7.4459**	−7.4459	−7.4523	−7.5658	−7.5676	−7.6039	−7.5971	…
BIC4 (1)	**−7.4348**	−7.4238	−7.419	−7.5214	−7.5122	−7.5374	−7.5193	…
AIC4 (2)	**−10.8606**	−10.8545	−10.8483	−10.8438	−10.8396	−10.835	−10.8303	…
BIC4 (2)	**−10.8535**	−10.8403	−10.827	−10.8155	−10.8041	−10.7924	−10.7807	…
AIC4 (3)	**−11.01**	−11.0068	−11.0043	−11.0034	−11.001	−10.9974	−10.9935	…
BIC4 (3)	**−11.0038**	−10.9944	−10.9857	−10.9785	−10.97	−10.9602	−10.9501	…
AIC4 (4)	**−8.3246**	−8.317	−8.3677	−8.5235	−8.5332	−8.5607	−8.5528	…
BIC4 (4)	**−8.3143**	−8.2962	−8.3366	−8.482	−8.4812	−8.4981	−8.4798	…

表 3 反映了 1、2、3、4 状态的体制转换机制下的自回归阶数的 AIC 与 BIC 选择标准。如果选择无状态体制转换机制，根据 AIC 信息准则在第 3 项取得第一次最小值，故需要运用 AR (3)来描述关键指数的股权价值波动率。如果选择两状态体制转换机制，根据 AIC 信息准则在状态 e_1 下第 6 项取得第一次最小值，故需要运用 AR (6)来描述状态 e_1 下关键指数的股权价值波动率。如果选择三状态体制转换机制，根据 AIC 信息准则在状态 e_2 下第 3 项取得第一次最小值，故需要运用 AR (3)来描述状态 e_2 下关键指数的股权价值波动率。只有选择四状态转换机制，所有状态下关键指数的系统波动率均能通过 AR (1)模型来刻画。故基于之上的残差平方和，再次确认四状态转换机制的有效性和科学性。另外，根据上述信息准则说明，相对于高收益状态，低收益状态具有较短的记忆性，即高收益状态带来更多的风险积累和聚集效应，低收益状态的停留时间短，突变机会大。

下面依据之前所建立的系统广义 KMV 模型，应用本文所建立的个体广义 KMV 模型(类型 1)，研究各个金融市场的风险发生距离(其他类型类似)。首先，通过个体 KMV 方程，求解样本内的平均市场内在价值与内在波动率，计算思路与图形变换类似于系统内在价值与内在波动率。在给出各个不同市场关键指数的长期回报率与长期波动率的数值解，可见不同市场存在较大的内在差异，即不同区域金融市场内在价值一般不会呈现完全同质的变化，而是各自具有独特的回报率与波动率演变机制，因此，在区域金融风险分析中，应注重系统市场的共性和个体市场的个性的相统一。其次，表 4、表 5 基于本文所采集的四市场关键指数数据，获得了不同的参数 θ 的取值与观察周期 $T-t$ 下个体金融市场的风险发生距离 DD_i，分成样本内计算与样本外计算。由于类型 1 的个体 KMV 模型，也是以货币市场为参照物以及风险发生距离 DD_i 与预期风险发生概率 $\Phi_0\left(-DD_i\right)$ 也呈现反比变化，故相关的结论与系统市场的集中分析类似。再次，对比系统市场的风险发生距离，个体金融市场的风险发生距离偏小，说明个体金融市场预期金融风险发生的概率较大，这是由于个体金融市场的独特性所造成，它不具有系统市场的相互对冲、相互联动的集体性质。从而增加了风险发生的可能性。但是也不能忽视系统市场的主干性和整体性，将个体特性与整体规律相互结合，才能更好地识别金融风险的发生。最后，对比不同的关键指数所代表的金融市场，可以看出针对于样本实际数据与样本外预测数据，金融风险发生的距离呈现不同步的变化。根据样本内数据的计算，加之参数的变化，个体预测风险发生概率 IM1000 最高，IH50，IF300 次之，IC500 最小。但是通根据样本内数据的计算，加之参数的变化，个体预测风险发生概率 IH50 最高，IC500，IM1000 次之，IF300 最小。一方面，正如上文关于系统市场风险分析，运用模型将所有可能出现的状况进行集中性计算，与现实真实情况略有区别，预测的谨慎性所造成。另一方面，样本内结果是对已发生的金融市场现象的拟合解释，样本外结果是对未来未发生的金融市场现象的预测研究。对于不同的金融风险分析者可以根据自己的认知选择自己更倾向的一方或根据两者的权重设定，确定加权的风险发生距离与金融风险发生概率。

Table 4. Calculation of market risk distance for individual IC500 in the sample
表 4. 样本内个体 IC500 市场风险发生距离计算

$(T-t,\theta)$	一个月	两个月	一季度	四个月	半年	8 个月	三季度	10 个月	全年
0.1	0.1173	0.1659	0.2031	0.2344	0.2869	0.331	0.351	0.3698	0.4049
0.2	0.0947	0.1339	0.1639	0.1892	0.2316	0.2673	0.2834	0.2987	0.327
0.3	0.072	0.1019	0.1247	0.144	0.1763	0.2035	0.2158	0.2274	0.249
0.4	0.0494	0.0699	0.0855	0.0988	0.1209	0.1396	0.148	0.156	0.1708
0.5	0.0268	0.0378	0.0463	0.0535	0.0655	0.0756	0.0802	0.0845	0.0926
0.6	0.0041	0.0058	0.0071	0.0082	0.0101	0.0116	0.0123	0.013	0.0142

续表

0.7	−0.0185	−0.0262	−0.0321	−0.0371	−0.0454	−0.0524	−0.0556	−0.0586	−0.0642
0.8	−0.0412	−0.0582	−0.0713	−0.0824	−0.1009	−0.1165	−0.1235	−0.1302	−0.1426
0.9	−0.0638	−0.0903	−0.1106	−0.1277	−0.1563	−0.1805	−0.1915	−0.2018	−0.2211
1	−0.0865	0.1223	−0.1498	−0.1729	−0.2118	−0.2446	−0.2594	−0.2735	−0.2996

Table 5. Calculation of risk occurrence distance for individual IC500 market of the sample
表5. 样本外个体IC500市场的风险发生距离计算

$(T-t,\theta)$	一个月	两个月	一季度	四个月	半年	8 个月	三季度	10 个月	全年
0.1	0.1053	0.1093	0.113	0.1167	0.1237	0.1303	0.1335	0.1366	0.1426
0.2	0.0851	0.0883	0.0913	0.0943	0.1	0.1053	0.1079	0.1104	0.1152
0.3	0.0648	0.0672	0.0695	0.0718	0.0761	0.0802	0.0822	0.0841	0.0878
0.4	0.0444	0.0461	0.0477	0.0493	0.0523	0.0551	0.0564	0.0577	0.0603
0.5	0.0241	0.025	0.0259	0.0267	0.0283	0.0298	0.0306	0.0313	0.0327
0.6	0.0037	0.0038	0.004	0.0041	0.0043	0.0046	0.0047	0.0048	0.005
0.7	−0.0167	−0.0173	−0.0179	−0.0185	−0.0197	−0.0207	−0.0212	−0.0217	−0.0227
0.8	−0.0371	−0.0385	−0.0399	−0.0412	−0.0437	−0.046	−0.0472	−0.0483	−0.0504
0.9	−0.0575	−0.0597	−0.0618	−0.0638	−0.0677	−0.0714	−0.0731	−0.0748	−0.0782
1	−0.0779	−0.0809	−0.0837	−0.0865	−0.0917	−0.0967	−0.0991	−0.1014	−0.1059

5. 结论

本文基于具有体制转换的 SV-KMV 模型对区域金融市场的金融风险进行了分析、建模以及预测研究。首先，选取能够代表各个子金融市场的关键指数数据作为风险分析的准备。其次，在对关键指数的收益率进行统计分析的同时，构建整个区域金融市场的系统波动率模型与个体波动率模型及，尤其刻画了它们之间的耦合的依赖关系。再次，在原有的 KMV 模型基础上加入了体制转换机制，用于刻画突发因素对整个金融市场的影响，运用新的交换期权定价公式，构造金融市场内在价值过程。整个模型采用 matlab 语音编程实现，并通过参数估计、数值方法、MCMC，最终确定自回归的阶、滑动的阶的阶，最终得到较优的 SV 模型结果，并对其进行了系统检验，预测结果表明，本模型能够较好地反映突发事件下，多个品种所体现的金融市场的波动特征，且参数估计具有较稳健的鲁棒性。通过广义 KMV 模型验证了金融市场的风险存在阶段性、长记忆性、瞬时突变性以及个体市场与系统市场的联动性与异质性。

基金项目

本论文受 2024 年度河北省金融科技应用重点实验室课题：复杂金融市场环境下双变量期权的综合定价、风控、对冲研究(课题编号：2024008)资助。

参考文献

[1] Harvey, A.C. and Shephard, N. (1996) Estimation of an Asymmetric Stochastic Volatility Model for Asset Returns. *Journal of Business & Economic Statistics*, **14**, 429-434. https://doi.org/10.1080/07350015.1996.10524672

[2] Kurbat, M. and Korablev, I. (2002) Methodology for Testing the Level of the EDF Credit Measure. White Paper,

Moody's KMV.

[3] Black, F. and Scholes, M. (1973) The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, **81**, 637-654. https://doi.org/10.1086/260062

[4] Merton, R.C. (1974) On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *The Journal of Finance*, **29**, 449-470. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1974.tb03058.x

[5] Blochwitz, S., Liebig, T. and Nyberg, M. (2000) Benchmarking Deutsche Bundesbank's Default Risk Model, the KMV Private Firm Model and Common Financial Ratios for German Corporation.

[6] Kurbat, M. and Korbaley, I. (2002) Methodology for Testing the Level of the EDF Credit Measure. Moody's KMV Technical Report #020729, 6-9.

[7] Crosbie, P. and Bohn, J.R. (2003) Modeling Default Risk. White Paper, Moody's KMV.

[8] Robert, J., Powell, D.E. and Allen (2009) CVaR and Credit Risk Measurement. School of Accounting, Finance and Economics FEMARC, Working Paper Series.

[9] Kliestik, T., Misankova, M. and Kocisova, K. (2015) Calculation of Distance to Default. *Procedia Economics and Finance*, **23**, 238-243. https://doi.org/10.1016/s2212-5671(15)00481-5

[10] Anuwar, M.H. and Jaffar, M.M. (2017) Grading the Probabilities of Credit Default Risk for Malaysian Listed Companies by Using the KMV-Merton Model. *AIP Conference Proceedings*, **1870**, Article ID: 040025. https://doi.org/10.1063/1.4995857

[11] 张玲, 杨贞柿, 陈收. KMV 模型在上市公司信用风险评价中的应用研究[J]. 系统工程, 2004, 22(11): 84-89.

[12] 李彦, 童霞. 基于跳-扩散模型的上市公司违约风险度量[J]. 南京财经大学学报, 2013(2): 52-59.

[13] 张泽京, 陈晓红, 王傅强. 基于 KMV 模型的我国中小上市公司信用风险研究[J]. 财经研究, 2007(11): 31-40.

[14] 蒋彧, 高瑜. 基于 KMV 模型的中国上市公司信用风险评估研究[J]. 中央财经大学学报, 2015(9): 38-45.

[15] 夏诗园. 基于 KMV 模型的地方政府债务风险预警研究[J]. 金融评论, 2019, 11(4): 114-123.

[16] 潜力, 冯雯静. 地方政府专项债券违约风险——基于 KMV 模 型的分析[J]. 统计与信息论坛, 2020, 35(7): 35-44.

[17] Engle, R.F. (1982) Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, **50**, 987-1007. https://doi.org/10.2307/1912773

[18] Bollerslev, T. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327. https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1

[19] Jacquier, E., Polson, N.G. and Rossi, P.E. (2004) Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models with Fat-Tails and Correlated Errors. *Journal of Econometrics*, **122**, 185-212. https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2003.09.001

[20] Yu, J. (2012) A Semiparametric Stochastic Volatility Model. *Journal of Econometrics*, **167**, 473-482. https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2011.09.029

[21] 陈浪南, 黄杰鲲. 中国股票市场波动非对称性的实证研究[J]. 金融研究, 2002(5): 67-73.

[22] 吴鑫育, 周海林, 汪寿阳, 等. 双杠杆门限随机波动率模型及其实证研究[J]. 管理科学学报, 2014, 17(7): 63-81.

[23] 郝红霞, 胡红倩, 韩忠成, 林金官. 带有时变杠杆效应的随机波动率模型参数估计及其应用[J]. 应用概率统计, 2024, 40(2): 264-276.

[24] Wang, L. and Liu, L. (2025) Some Bivariate Options Pricing in a Regime-Switching Stochastic Volatility Jump-Diffusion Model with Stochastic Intensity, Stochastic Interest and Dependent Jump. *Mathematics and Computers in Simulation*, **229**, 468-490. https://doi.org/10.1016/j.matcom.2024.10.011