

基于整数规划和差分进化的多无人机协同烟幕干扰策略优化方法研究

赵丽坤¹, 简益欣¹, 郝一因²

¹中央民族大学理学院, 北京

²中央民族大学信息工程学院, 北京

收稿日期: 2025年12月9日; 录用日期: 2025年12月30日; 发布日期: 2026年1月12日

摘要

本文针对多导弹威胁背景下无人机集群协同干扰的优化决策问题, 提出一种基于整数规划与差分进化的多无人机烟幕干扰策略优化方法。通过建立导弹-无人机多体运动学模型和时空遮蔽分析模型, 构建以总有效遮蔽时长最大化为目标的优化函数。采用整数规划完成无人机与导弹的任务分配, 并利用差分进化算法对无人机航向角、飞行速度、干扰弹投放时机等多参数进行协同优化。仿真结果表明: 经过10,000次迭代优化, 该方法可实现总有效遮蔽时长21.11秒, 相较于标准粒子群算法提升了14.4%, 验证了所提方法在多目标协同干扰中的有效性与优越性, 为复杂环境下无人机集群协同防御提供了理论依据与决策支持。

关键词

烟幕干扰, 多无人机协同, 整数规划, 差分进化算法, 遮蔽时长优化

A Hybrid Integer Programming and Differential Evolution Framework for Multi-UAV Cooperative Smoke Screen Jamming Optimization

Likun Zhao¹, Yixin Jian¹, Yinan Hao²

¹School of Science, Minzu University of China, Beijing

²School of Information Engineering, Minzu University of China, Beijing

Received: December 9, 2025; accepted: December 30, 2025; published: January 12, 2026

文章引用: 赵丽坤, 简益欣, 郝一因. 基于整数规划和差分进化的多无人机协同烟幕干扰策略优化方法研究[J]. 统计学与应用, 2026, 15(1): 107-115. DOI: 10.12677/sa.2026.151011

Abstract

This paper addresses the optimization decision-making problem for cooperative jamming by unmanned aerial vehicle (UAV) clusters against multiple missile threats. We propose a multi-UAV smoke screen jamming strategy optimization method based on Integer Programming (IP) and Differential Evolution (DE). By establishing a multi-body kinematics model for the missile-UAV system and a spatio-temporal obscuration analysis model, an optimization function aimed at maximizing the total effective obscuration duration is constructed. The proposed approach employs Integer Programming to accomplish the task assignment between UAVs and missiles, and subsequently utilizes the Differential Evolution algorithm to collaboratively optimize multiple parameters, including the UAVs' heading angles, flight velocities, and the timing of jamming cartridge deployment. Simulation results demonstrate that after 10,000 iterative optimizations, the proposed method achieves a total effective obscuration duration of 21.11 seconds, which represents a 14.4% improvement compared to the standard Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm. This verifies the effectiveness and superiority of the proposed method in multi-target cooperative jamming scenarios, providing a theoretical foundation and decision-making support for cooperative defense of UAV clusters in complex environments.

Keywords

Smoke Screen Jamming, Multi-UAV Cooperation, Integer Programming, Differential Evolution Algorithm, Optimal Screening Duration

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着现代化防御环境中导弹干扰挑战的日益复杂，如何有效利用无人机集群实施烟幕干扰、尽可能延长多枚烟幕干扰弹对真目标的有效遮蔽时间，已经成为了防御系统中的关键课题[1][2]。烟幕干扰弹作为一种成本低、效率高的防御手段[3]，主要通过化学燃烧或爆炸分散形成烟幕或气溶胶云团，在目标前方特定空域形成遮蔽[4]，对来袭导弹实施干扰。随着烟幕干扰技术的发展，现已能够通过无人机实现烟幕干扰弹的定点精确抛撒。

目前，已有部分研究围绕烟幕干扰弹及其投放策略展开，基于运动学模型的单弹遮蔽时间计算已在早期工作中得到系统化[5]。然而，现有的针对烟幕干扰弹的投放策略研究仍以单机单弹或单机多弹为主，对于多无人机协同多导弹的全局优化问题研究尚不充分，尤其在任务分配、时序协同与空间布局的综合优化方面仍存在明显不足。

本文在前期研究的基础上，进一步拓展至多无人机协同多导弹的干扰任务场景，提出了一种基于整数规划任务分配与差分进化-粒子群混合优化的协同干扰策略[6][7]。通过整数规划完成无人机与导弹的任务匹配，随后采用分层优化结构，分别对无人机的全局运动参数与多弹投放时序进行协同优化，最终实现对三枚导弹的总有效遮蔽时间最大化[8]。仿真结果表明，本文所提方法在复杂多目标场景下仍能保持较高的优化效率与干扰效能，为未来无人集群防御系统的实际应用提供了理论支撑与方法参考[9]。

2. 模型假设与符号说明

2.1. 模型假设

- 本文提出以下合理假设以简化问题：
- 1、无人机在等高度飞行的过程中，速度大小与方向固定，无姿态变化。
 - 2、烟幕云团为标准球体，以恒定速度下沉。
 - 3、忽略环境因素对烟幕扩散的影响。
 - 4、各烟幕云团间无相互干扰。

2.2. 符号说明

Table 1. Explanation of symbols used in this paper
表 1. 本文的符号说明

符号	含义	约束范围
t_0	任务起始时刻	$t_0 = 0s$
$P_{Mm,0}$	导弹 Mm 的起始位置坐标	
v_m	导弹的飞行速度	$v_m = 300\text{ m/s}$
$P_{FY_k,0}$	无人机 FY_k 的初始位置坐标	
v_k	无人机 FY_k 的飞行速度	$70\text{ m/s} \leq v_k \leq 140\text{ m/s}$
α_k	无人机 FY_k 的航向角(与 x 轴正方向的夹角)	$0 \leq \alpha_k \leq 2\pi\text{ rad}$
$t_{d,k,i}$	无人机 FY_k 投放第 i 枚干扰弹的时刻	$t_{d,k,i} \geq 0\text{ s}$
$\Delta t_{k,i}$	无人机 FY_k 投放的第 i 枚干扰弹从投放到起爆的延迟时间	$\Delta t_{k,i} \geq 0\text{ s}$
$P_{det,k,i}$	第 i 枚干扰弹起爆点的坐标	
R_{sm}	烟幕的有效遮蔽半径	$R_{sm} = 10\text{ m}$
v_{sm}	烟幕云团的下沉速度	$v_{sm} = 3\text{ m/s}$
T_{eff}	单枚烟幕起爆后的有效遮蔽时长	$T_{eff} = 20\text{ s}$
Q	真目标底面圆心坐标	$Q = (0, 200, 0)$

本文所建立的协同干扰模型涉及时间、运动、位置、烟幕与任务分配五类关键参数。时间参数(如任务起始时刻 t_0 、干扰弹投放时刻 $t_{d,k,i}$ 、起爆延迟 $\Delta t_{k,i}$ 与有效遮蔽时长 T_{eff})定义了任务执行的时序框架，确保干扰过程在时间上的协调性与持续性；运动参数(如导弹速度 v_m 、无人机速度 v_k 、航向角 α_k 及烟幕下沉速度 v_{sm})是动态轨迹建模的核心，决定了系统各实体的空间演化规律；位置参数(包括导弹和无人机初始坐标 $P_{Mm,0}$ 、 $P_{FY_k,0}$ 及目标位置 Q)为几何遮蔽分析提供了空间基准；烟幕参数(如有效遮蔽半径 R_{sm})直接决定了干扰的物理作用范围与遮蔽判定条件；任务分配参数(如决策变量 a_{km} 与优化目标 T_{total})则体现了资源调度与效能评估的优化逻辑。

所有符号在模型中共同支撑多无人机协同干扰策略的建模、求解与验证，其系统性与一致性是本文方法具备可解释性与可扩展性的重要基础。具体符号及其约束范围如表 1 所示。

3. 多无人机协同干扰优化模型

多无人机协同干扰问题本质上是一个有约束条件下的、高维度的多目标优化问题。最优化目标为三

枚导弹的总有效遮蔽时长, 约束条件包括无人机的速度限制、干扰弹的投放间隔、导弹的观测窗口等。

3.1. 建立运动学模型

设导弹 Mm ($m=1,2,3$) 的初始位置坐标 $P_{Mm,0}$ 为 $(x_{Mm,0}, y_{Mm,0}, z_{Mm,0})$, 飞行速度为 v_m , 方向直指假目标, 即坐标原点。第 m 枚导弹沿其初始位置指向假目标的单位方向向量可以表示为:

$$\mathbf{d}_{Mm} = \frac{(-x_{Mm,0}, -y_{Mm,0}, -z_{Mm,0})}{\sqrt{x_{Mm,0}^2 + y_{Mm,0}^2 + z_{Mm,0}^2}} \quad (1)$$

据此可进一步求得 t 时刻时, 第 m 枚导弹的位置坐标:

$$P_{Mm}(t) = P_{Mm,0} + v_m \cdot \mathbf{d}_{Mm} \cdot t \quad (2)$$

第 k 架无人机 FY_k 在水平面内以速度 v_k 、航向角 α_k 做匀速直线运动, 保持高度不变。 t 时刻时, FY_k 的位置可以表示为:

$$P_{FY_k}(t) = P_{FY_k,0} + v_k \cdot (\cos \alpha_k, \sin \alpha_k, 0) \cdot t \quad (3)$$

干扰弹投放后, 在水平方向继承无人机的速度, 竖直方向做自由落体运动, 其运动轨迹考虑重力的影响:

$$P_{d,k,i}(t) = P_{d,k,i} + (v_k \cos \alpha_k, v_k \sin \alpha_k, -g(t-t_{d,k,i}))^T (t-t_{d,k,i}) \quad (4)$$

其中 $P_{d,k,i}$ 为 FY_k 的第 i 枚干扰弹的投放点坐标, $t_{d,k,i}$ 为 FY_k 的第 i 枚干扰弹的投放时刻。起爆延迟 $\Delta t_{k,i}$ 后, 干扰弹的起爆点坐标为:

$$P_{det,k,i} = P_{d,k,i} + \left(v_k \cos \alpha_k, v_k \sin \alpha_k, -\frac{1}{2}g(\Delta t_{k,i})^2 \right)^T \Delta t_{k,i} \quad (5)$$

起爆后, 烟幕云团中心以速度 v_{sm} 匀速下沉:

$$P_{sm,k,i}(t) = P_{det,k,i} + (0, 0, -v_{sm}(t-t_{det,k,i}))^T, \quad t \geq t_{det,k,i} \quad (6)$$

烟幕的有效遮蔽区域为以 $P_{sm,k,i}(t)$ 为球心, R_{sm} 为半径的球体, 提供有效遮蔽的时间区间为 $[t_{det,k,i}, t_{det,k,i} + T_{eff}]$, 其中 $T_{eff} = 20$ s 为固定参数, 即烟幕云团在起爆后的 20 s 内可以为目标提供有效遮蔽。

3.2. 观测窗口与有效遮蔽判定

经分析可知, 导弹 Mm 能观测到真目标(以 $Q(0,200,0)$ 为底面圆心, 半径为 7 m, 高为 10 m 的圆柱体)需要满足两个必要条件: 1) 水平距离约束: 真目标在导弹的观测视野内。2) 几何遮挡约束: 观测视线不被假目标遮挡(见图 1)。其具体的时间区间 $T_{obs,m}$ 可通过求解几何约束不等式得到。

在导弹观测窗口内, 若导弹 Mm 到真目标关键观测点 $Q'(0,200,5)$ 的视线被烟幕球体阻挡, 则判定为有效遮蔽。我们将视线方程设为:

$$L(s) = P_{Mm}(t) + s \cdot (Q' - P_{Mm}(t)) \quad s \in (0,1) \quad (7)$$

视线被第 i 个干扰弹产生的烟幕遮挡的条件是: $\exists s \in (0,1)$, 使得:

$$\|L(s) - P_{sm,k,i}(t)\| \leq R_{sm} \quad (8)$$

对于给定的时刻 t 以及烟幕 (k,i) , 式(8)是一个关于 s 的二次不等式, 可以解出满足条件的 s 区间。若解集非空, 则表明在 t 时刻, 导弹 Mm 到真目标关键观测点 $Q'(0,200,5)$ 的观测视线被该烟幕遮蔽。

导弹观测窗口几何关系示意图

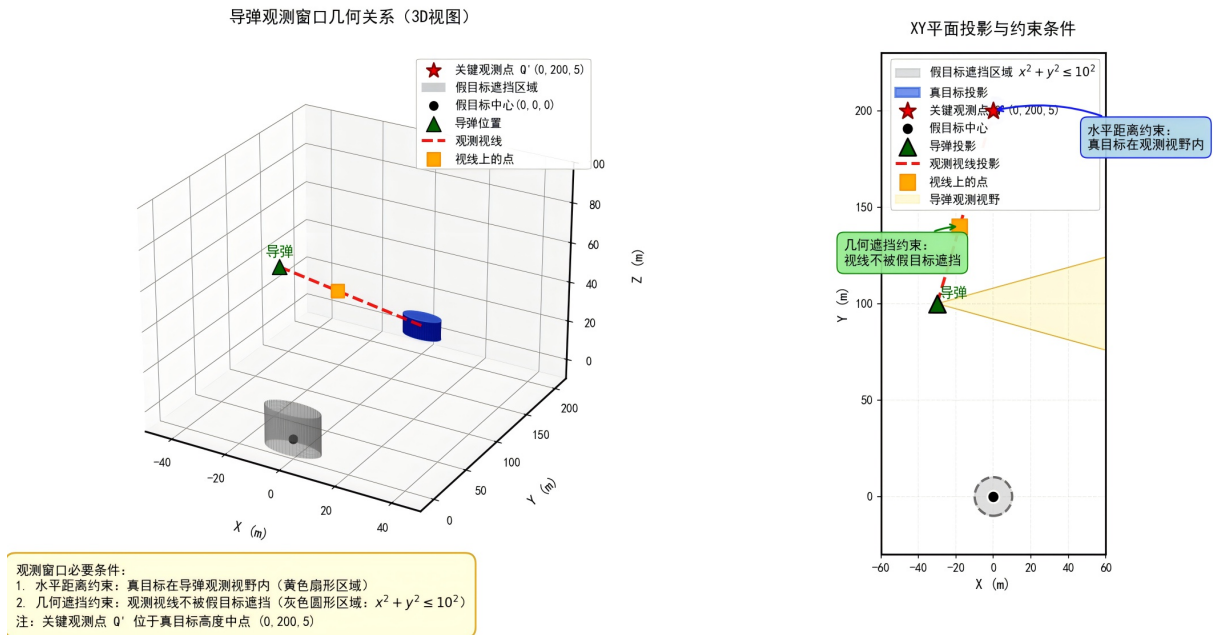


Figure 1. Schematic diagram of the missile observation window geometry
图 1. 导弹观测窗口几何关系示意图

对于单个烟幕 (k, i) , 求解所有满足式(8)且 $t \in [t_{det,k,i}, t_{det,k,i} + T_{eff}] \cap T_{obs,m}$ 的时间点, 可得到该烟幕对导弹 Mm 的有效遮蔽时间区间 $I_{k,i,m} = [t_{in,k,i,m}, t_{out,k,i,m}]$, 若区间不存在, 则记为 $I_{k,i,m} = \emptyset$ 。

3.3. 协同优化模型: 任务分配与有效遮蔽评估

为实现多无人机协同干扰策略的全局优化, 我们建立分层优化模型, 通过整数规划完成无人机与导弹的任务分配。

3.3.1. 基于整数规划的任务分配模型

为实现资源的初步优化配置, 建立整数规划模型进行任务分配。定义 0~1 决策变量 a_{km} : 当无人机 FY_k 被分配去干扰导弹 Mm 时, $a_{km} = 1$, 否则为 0。以总匹配度最大化为目标(此处以距离最近为优), 设立目标函数:

$$\max Z = \sum_{k=1}^5 \sum_{m=1}^3 a_{km} \cdot \frac{1}{d_{km}} \quad (9)$$

其中 d_{km} 为 FY_k 与 Mm 的初始水平距离。约束条件为:

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^3 a_{km} = 1, \forall k \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ \sum_{k=1}^5 a_{km} \geq 1, \forall m \in \{1, 2, 3\} \\ a_{km} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (10)$$

3.3.2. 总有效遮蔽时长的计算流程

总有效遮蔽时长 T_{total} 定义为三枚导弹各自所获得的非重叠有效遮蔽时间之和。对于每枚导弹 Mm , 所有分配给它的无人机(即满足 $a_{km} = 1$ 的所有 k)投放的所有烟幕($i = 1, 2, 3$)的有效遮蔽区间集合为:

$$\mathfrak{I}_m = \{I_{k,i,m} \mid a_{km} = 1, I_{k,i,m} \neq \emptyset\} \quad (11)$$

对集合 \mathfrak{I}_m 中的所有时间区间, 按其起点 t_{im} 进行升序排序, 得到一个有序列表 $\mathfrak{I}_{m,sorted}$ 。顺序遍历此列表, 合并所有重叠或首尾相接的区间: 设当前合并区间为 $[c, d]$, 若下一区间 $[a_{j+1}, b_{j+1}]$ 满足 $a_{j+1} \leq d$, 则更新 $d = \max(d, b_{j+1})$, 否则, 将 $[c, d]$ 加入最终的不重叠区间列表 \mathfrak{T}_m , 并以 $[a_{j+1}, b_{j+1}]$ 作为新的当前合并区间。遍历结束后得到不重叠区间列表:

$$\mathfrak{T}_m = \{[\tau_{m,1,start}, \tau_{m,1,end}], [\tau_{m,2,start}, \tau_{m,2,end}], \dots\} \quad (12)$$

导弹 M_m 获得的总有效遮蔽时长为:

$$T_{eff,m} = \sum_j (\tau_{m,j,end} - \tau_{m,j,start}) \quad (13)$$

由此可得, 三枚导弹的总有效遮蔽时长为:

$$T_{total} = \sum_{m=1}^3 T_{eff,m} \quad (14)$$

4. 差分进化算法设计

4.1. 算法流程设计

针对问题的高维、非线性特性, 我们采用差分进化算法进行优化。差分进化(Differential Evolution, DE)是一种基于种群的随机搜索算法, 采用实数编码、差分变异和交叉操作即可完成进化过程, 结构简洁、参数仅包括变异因子、交叉概率和种群规模, 因而实现成本低且易于实现[10]。在处理连续域、非凸、非线性以及高维全局优化问题时, DE 具备强大的全局搜索能力和快速收敛特性, 能够在保持种群多样性的同时迅速逼近最优解, 表现出良好的鲁棒性和抗局部陷阱能力[11]。这些优势使其在电力系统随机最优潮流、约束多目标优化以及复杂工程设计等领域得到广泛验证, 尤其在需要同时兼顾全局探索与局部开发的场景中表现尤为突出[12]。差分进化算法包含四个核心步骤:

1) 初始化

设置种群规模 $NP = 30$, 问题维度 D 包含所有优化变量, 在决策变量约束范围内随机初始化种群个体 $x_{i,0} = (x_{i1,0}, x_{i2,0}, \dots, x_{iD,0})$ 。

2) 变异操作

采用 DE/rand/1 策略:

$$v_{i,g+1} = x_{r1,g} + F \cdot (x_{r2,g} - x_{r3,g}) \quad (15)$$

其中 $r1, r2, r3$ 为互异的随机索引, $F = 0.5$ 为变异因子。

3) 交叉操作

按交叉概率 $CR = 0.7$ 生成试验向量:

$$u_{ij,g+1} = \begin{cases} v_{ij,g+1} & \text{if } rand(0,1) \leq CR \text{ or } j = j_{rand} \\ x_{ij,g} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

4) 选择操作

采用贪婪策略:

$$x_{i,g+1} = \begin{cases} u_{i,g+1} & \text{if } f(u_{i,g+1}) \geq f(x_{i,g}) \\ x_{i,g} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

其中适应度函数 $f(\cdot)$ 为总遮蔽时长 T_{total} 。

4.2. 基于差分进化的协同投放策略优化模型

在任务分配确定的基础上，以三枚导弹的总有效遮蔽时长最大化为目标，建立优化函数：

$$\max T_{total} = \sum_{m=1}^3 T_{eff,m} \tag{18}$$

针对模型中的多种约束条件，采用自适应罚函数法处理。对于速度范围、起爆高度和投放间隔的约束：

$$\begin{cases} v_{\min} \leq v_k \leq v_{\max} \\ 0 \leq \alpha_k \leq 2\pi \\ t_{d,k,i} \geq 0 \\ \Delta t_{k,i} \geq 0 \\ H_{\min} \leq z_{det,k,i} \leq H_{\max} \\ t_{d,k,i+1} - t_{d,k,i} \geq \Delta t_{\min} \end{cases} \tag{19}$$

将约束违反量转化为罚项并入目标函数，动态调整罚函数系数，确保搜索过程在可行域附近进行。

5. 仿真实验与结果分析

5.1. 实验设置

我们构建了典型的导弹防御场景，设置三枚导弹的初始位置分别为(20000, 0, 2000)、(19000, 600, 2100)和(18000, -600, 1900)，均以 300 m/s 的速度沿指向假目标的直线飞行。真目标位于(0, 200, 0)，与假目标形成三角探测关系， $FY_1 \sim FY_5$ 分布于不同的初始位置，每架无人机最多可携带三枚烟幕干扰弹。

在算法参数设置中，我们设定种群规模为 30，变异因子为 0.5，交叉概率为 0.7，最大迭代次数为 10,000。

5.2. 优化结果分析

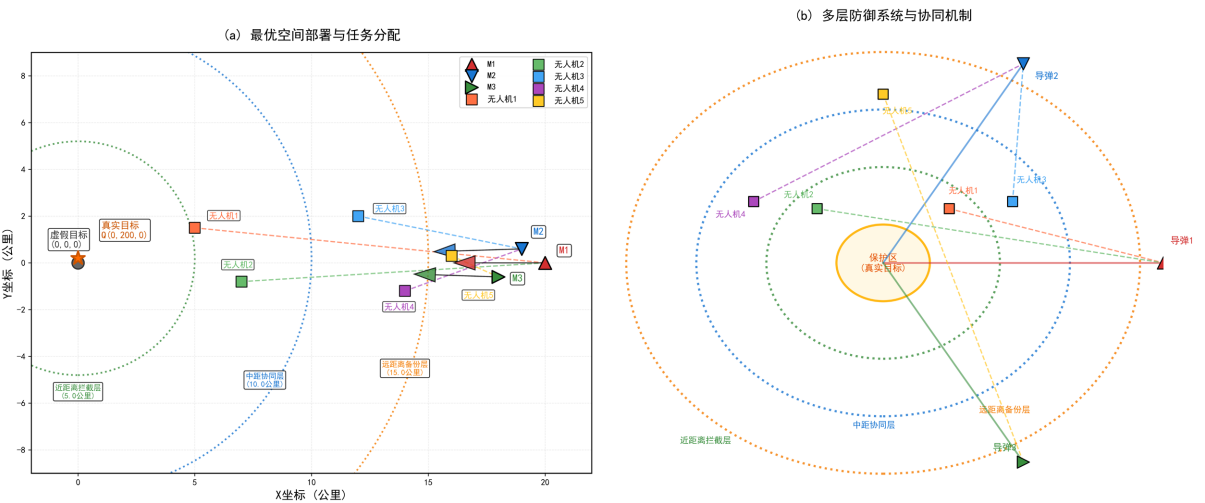


Figure 2. Optimal strategy for five UAVs cooperatively defending against three missiles

图 2. 五架无人机协同防御三枚导弹的最优策略

如图 2 中任务分配结果所示， FY_1, FY_2 协同干扰 M_1 ， FY_3, FY_4 协同干扰 M_2 ， FY_5 单独干扰 M_3 ，

体现了“就近匹配、重点防御”的原则。空间部署呈现出明显的层次化特征，形成了“近程卡位 - 中程协同 - 远程补位”的多层次防御体系。

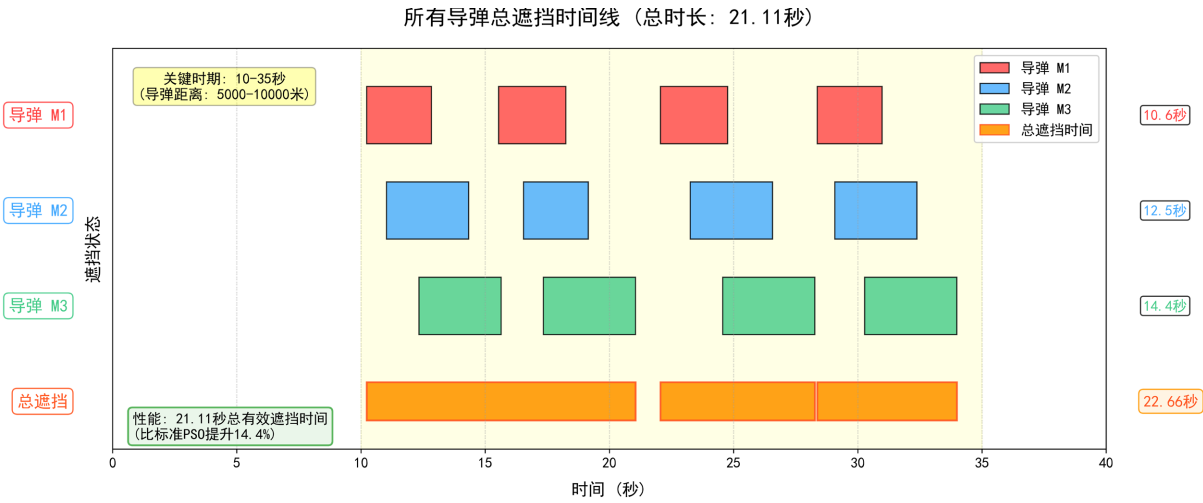


Figure 3. Total obscuration timeline for all missiles
图 3. 所有导弹的总遮蔽时间线

经过 10,000 次迭代优化，策略实现了总有效遮蔽时长 21.11 秒的优异性能，遮蔽窗口集中分布于 10~35 秒的关键时段(见 图 3)，该时段对应导弹飞行至距真目标 5000~10,000 米的区域，此时导弹探测系统对真目标的识别概率显著提高。

5.3. 算法性能对比

本文方法相较于标准粒子群算法的 18.45 秒和标准差分进化算法的 20.23 秒，遮蔽效能分别提升了 14.4%和 4.3%，这主要源于整数规划提供的良好初始解和差分进化算法的强大全局搜索能力，二者协同作用有效克服了传统算法易陷入局部最优的缺陷。

6. 结论与展望

本文针对多导弹威胁背景下无人机集群协同干扰的优化决策问题，以总有效遮蔽时长最大化为目标建立了协同干扰优化模型，并采用整数规划与差分进化算法相结合的方法实现模型求解。仿真结果表明，该方法能有效提升遮蔽效能，避免传统优化算法陷入局部最优，且具有较好的收敛性能，为实现多无人机协同干扰提供了有效解决方案。后续研究将着重考虑复杂环境对烟幕扩散的影响，开发更高效的分分布式优化算法，并探索异构无人机集群的协同机制，推动多无人机协同干扰技术向实战化、智能化方向发展。

参考文献

- [1] Wang, X., Zhao, Z., Yi, L., Ning, Z., Guo, L., Yu, F.R., *et al.* (2024) A Survey on Security of UAV Swarm Networks: Attacks and Countermeasures. *ACM Computing Surveys*, **57**, 1-37. <https://doi.org/10.1145/3703625>
- [2] Kong, L., Liu, Z., Pang, L. and Zhang, K. (2022) Research on UAV Swarm Operations. In: Long, S. and Dhillon, B.S., Eds., *Lecture Notes in Electrical Engineering*, Springer, 533-538. https://doi.org/10.1007/978-981-19-4786-5_73
- [3] 梁柳, 徐迎, 金丰年. 烟幕干扰技术综述[J]. 现代防御技术, 2007, 35(4): 22-26.
- [4] 陈浩, 高欣宝, 李天鹏, 等. 烟幕初始云团最大半径数值模拟[J]. 含能材料, 2018, 26(10): 820-827.

-
- [5] 杨彦杰, 陈国冲, 郭得峰. 烟幕干扰的建模与仿真[J]. 光学与光电技术, 2007, 5(3): 82-84.
- [6] Mirza, I.S., Shah, S., Siddiqi, M.Z., Wuttisittikukij, L. and Sasithong, P. (2023) Task Assignment and Path Planning of Multiple Unmanned Aerial Vehicles Using Integer Linear Programming. *TENCON 2023-2023 IEEE Region 10 Conference (TENCON)*, Chiang Mai, 31 October 2023-3 November 2023, 547-551. <https://doi.org/10.1109/tencon58879.2023.10322503>
- [7] Sha, X., Qian, F. and He, H. (2024) Research on Improved Differential Evolution Particle Swarm Hybrid Optimization Method and Its Application in Camera Calibration. *Mathematics*, **12**, Article 870. <https://doi.org/10.3390/math12060870>
- [8] Zeng, Y., Wu, L., Li, J., Zhuang, X. and Wu, C. (2025) Resilient Task Allocation for UAV Swarms: A Bilevel PSO-ILP Optimization Approach. *Drones*, **9**, Article 623. <https://doi.org/10.3390/drones9090623>
- [9] Bi, J., Huang, W., Li, B. and Cui, L. (2024) Research on the Application of Hybrid Particle Swarm Algorithm in Multi-UAV Mission Planning with Capacity Constraints. 2024 *IEEE International Conference on Unmanned Systems (ICUS)*, Nanjing, 18-20 October 2024, 928-933. <https://doi.org/10.1109/icus61736.2024.10840063>
- [10] 潘长城, 徐晨, 李国. 解全局优化问题的差分进化策略[J]. 深圳大学学报(理工版), 2008, 25(2): 211-215.
- [11] 贺毅朝, 王熙照, 刘坤起, 等. 差分演化的收敛性分析与算法改进[J]. 软件学报, 2010, 21(5): 875-885.
- [12] 颜宏文. 差分进化算法及其在电力系统随机最优潮流中的应用研究[D]: [博士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2013.