

基于R-Vine Copula与均值 - 熵的金融市场投资组合优化

张婧怡, 代鑫鑫, 孙凤英

扬州大学数学学院, 江苏 扬州

收稿日期: 2026年3月21日; 录用日期: 2026年4月11日; 发布日期: 2026年4月29日

摘要

为构建一个面向金融资产收益非正态性与高维复杂相依结构的投资组合优化框架, 本文以全球七大主要股票市场指数为样本, 首先采用ARMA-APARCH-sstd模型刻画各资产收益的边缘分布并获得条件均值与条件波动的一期预测, 其次引入R-vine Copula对多资产间非线性、非对称及尾部相依结构进行建模。基于估计得到的联合分布, 通过蒙特卡洛模拟生成未来收益情景, 并在熵风险度量下求解静态最优权重; 进一步结合动态边缘预测开展蒙特卡洛VaR回测, 并构造压力情景以检验组合稳健性。实证结果显示: R-vine Copula能有效捕捉混合型尾部相关结构; 与CVaR相比, 基于均值 - 熵风险的组合在风险控制、回撤与尾部覆盖率方面表现稳健, 尤其在极端情形下具有更强的风险刻画能力。

关键词

R-Vine Copula, 均值 - 熵风险, ARMA-APARCH-sstd模型, 投资组合优化

Portfolio Optimization in Financial Markets Based on R-Vine Copulas and a Mean-Entropy Framework

Jingyi Zhang, Xinxin Dai, Fengying Sun

School of Mathematical, Yangzhou University, Yangzhou Jiangsu

Received: March 21, 2026; accepted: April 11, 2026; published: April 29, 2026

Abstract

To develop a portfolio optimization framework that accommodates non-normal asset returns and complex dependence structures in high dimensions, this study uses seven major global stock market

indices as the sample. First, the ARMA-APARCH-skewed sstd model is employed to characterize the marginal distributions of individual returns and to generate one-step-ahead forecasts of conditional means and conditional volatilities. Next, an R-vine copula is introduced to model nonlinear, asymmetric, and tail dependence among multiple assets. Based on the estimated joint distribution, future return scenarios are generated via Monte Carlo simulation, and static optimal portfolio weights are obtained under an entropy-based risk measure. Furthermore, dynamic marginal forecasts are incorporated to conduct Monte Carlo VaR backtesting, and stress scenarios featuring “mean shifts downward” and “volatility amplification” are constructed to assess portfolio robustness. Empirical results indicate that the R-vine copula effectively captures mixed tail-dependence patterns. Compared with CVaR, portfolios optimized under the mean-entropic risk criterion demonstrate robust performance in risk control, drawdown mitigation, and tail coverage, exhibiting particularly strong capability in characterizing risk under extreme market conditions.

Keywords

R-Vine Copula, Mean-Entropic Risk, ARMA-APARCH-sstd Model, Portfolio Optimization

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着金融市场复杂化与全球化程度加深，资产价格波动加剧使投资组合优化在风险管理与财富增值中的地位不断上升。现代投资组合理论通常以 Markowitz (1952) [1] 的均值 - 方差模型为起点，该框架以收益均值刻画回报、以方差度量风险，奠定了量化资产配置的基础。随后，Sklar (1959) [2] 提出的 Sklar 定理为 Copula 理论提供了关键支撑：任意多元联合分布可被分解为边缘分布与 Copula 相依函数，从而实现“边缘 - 相依”的分离建模思想，为后续刻画金融资产间复杂依赖结构打开了路径。

进入 20 世纪 60 年代，大量研究开始对均值 - 方差模型的核心假设提出挑战。Mandelbrot (1963) [3] 与 Fama (1965) [4] 等实证发现，金融资产收益普遍存在尖峰厚尾、偏度以及波动聚集等“非正态”特征，这意味着仅依赖正态分布与方差刻画风险往往难以反映极端损失的真实暴露。与分布假设相呼应的是，相依结构的度量也被证明存在局限：Embrechts 等(1999) [5] 指出，线性相关系数难以描述极端情形下的尾部相依，从而可能在系统性风险评估中造成低估。同一时期，风险度量理论也出现重要转向。Artzner 等(1999) [6] 提出相干风险度量框架，强调单调性、次可加性、正齐次与平移不变性等公理化性质，为 VaR 和 CVaR 等度量的比较与选择提供了规范基础。在此之后，Föllmer 和 Schied (2002) [7] 系统发展了凸货币风险度量理论，将凸分析与熵思想引入风险度量研究，为熵风险等新型度量的提出与推广奠定了理论根基。

在高维依赖结构建模方面，Aas 等(2009) [8] 提出 Pair-Copula 和 Vine Copula 构造，将高维联合分布分解为一系列二维 Copula 的组合，使得高维相依结构的表达更灵活、可解释性更强，也更便于在金融多资产场景中落地。随后，Copula 与波动建模的结合、以及与尾部风险度量的结合逐渐成为主流方向。Lin 等(2019) [9] 以全球七大股票市场指数为样本，先用 APARCH 模型刻画收益序列的典型事实，再借助最大生成树(MST)算法构建高维 R-vine Copula 结构以度量组合 CVaR，并据此建立 Mean-CVaR 投资组合模型，体现了边缘波动 - 高维相依 - 尾部风险度量 - 组合优化的一体化思路。

在“熵”相关的风险度量与组合优化研究中，Mercurio 等(2020) [10] 提出收益 - 熵投资组合优化框

架，以“均值-熵”目标替代传统“均值-方差”，并利用组合生成函数显著简化投资组合熵的计算，为熵型目标在实际资产配置中的可操作性提供了工具支撑。随后，侯胜杰等(2021) [11]将熵模型与 CVaR 风险度量结合，构建多目标投资组合优化模型，并引入模糊集理论与粒子群算法求解，在中国市场指数的实证中表明熵 + CvaR + 多目标优化能够更有效刻画高维风险收益权衡。近年来，国内研究进一步将 Copula 与波动模型用于刻画非对称尾部相关并服务于配置决策：余乐(2024) [12]采用 Copula-GARCH 模型分析沪深 300 指数与黄金收益的尾部相关结构，并通过蒙特卡洛模拟估计组合 VaR，发现 t-Copula 拟合效果更优且在一定权重配置下组合 VaR 更小，为“股-金”配置提供了量化依据。与此同时，均值-CVaR 框架在中国市场的应用也持续深化：蔡志进(2024) [13]以 A 股优质股票为样本，通过主成分分析筛选代表性资产并系统考察不同预期收益与置信水平下的最优权重与 CVaR 行为；党世力等(2024) [14]在考虑交易成本、借贷约束及比例上下界条件下，将收益与风险表示为区间数并引入熵约束，构建均值-CVaR 区间投资组合模型，进一步增强了模型对不确定性与现实约束的适配性；蒋文正和黄羿(2024) [15]则在均值-CVaR 的基础上引入信息熵与多渠道前瞻性信息，将熵作为不确定性度量以优化投资决策，其样本外结果显示更高 Sharpe 比率与更低换手率，提示信息熵与前瞻性因子融合有助于提升组合策略稳健性。

综上所述，受到现有研究在非线性和相依建模与风险度量方面研究的启发，本文拟从以下三个方面展开研究：首先，采用 AR-APARCH-sstd 模型精准刻画各资产收益边缘分布的尖峰厚尾与偏斜特征；其次，引入 R-vine Copula 模型以灵活捕捉多资产间复杂的非线性相依结构；最后，将熵风险度量纳入投资组合优化框架，验证该模型在风险管理中的有效性。

2. 投资组合的优化模型

本研究构建了基于 R-vine Copula 的多元时间序列模型来刻画金融资产收益的联合分布，并在此基础上引入熵风险度量进行投资组合优化。整体框架包括：对各单资产收益率序列进行 ARMA-APARCH-sstd 边缘建模；使用 R-vine Copula 描述高维相依结构；在联合分布下进行蒙特卡洛模拟生成未来收益情景。首先，为刻画单资产收益率的序列相关性、波动率聚类、杠杆效应及非正态分布等特征，本文对每个资产收益率 $r_{i,t}$ 采用 ARMA-APARCH-sstd 模型。设第 i 个资产在时刻 t 的收益率为 $r_{i,t}$ ，则有：

$$r_{i,t} = \mu_i + \sum_{j=1}^{p_i} \phi_{i,j} r_{i,t-j} + \sum_{k=1}^{q_i} \theta_{i,k} \epsilon_{i,t-k} + \sigma_{i,t} z_{i,t} \quad (1)$$

其中 μ_i 为常数项， $\phi_{i,j}$ 和 $\theta_{i,j}$ 分别为自回归和移动平均系数， $\epsilon_{i,t-k}$ 为条件残差， $z_{i,t}$ 为标准化残差。条件波动率 $\sigma_{i,t}$ 采用 APARCH (1,1)形式：

$$\sigma_{i,t}^2 = \omega_i + \alpha_i (|\epsilon_{i,t-1}| - \gamma_i \epsilon_{i,t-1})^2 + \beta_i \sigma_{i,t-1}^2 \quad (2)$$

其中 σ_i 为幂参数， α_i 为 ARCH 项系数， β_i 为 GARCH 项系数， γ_i 为杠杆效应参数。第 i 个资产的一期预测边缘密度可写为 $f_i(r_i; \theta_i)$ ，对应分布函数为 $F_i(r_i; \theta_i)$ 。其次为刻画多资产间的高维相依关系，本文在边缘分布标准化后引入 R-vine Copula。记第 i 个资产的标准化残差为 $z_{i,t}$ ，通过经验分布函数或拟合边缘分布函数将其变换到(0,1)上：

$$u_{i,t} = F_i(z_{i,t}) \in (0,1) \quad (3)$$

令收益率序列 $r = (r_1, \dots, r_d)^\top$ ，变换 $u = (u_1, \dots, u_d)^\top$ 。根据 Sklar 定理[2]，收益率序列 r 的联合分布函数可以写为：

$$H(\mathbf{r}) = C(F_1(r_1), \dots, F_d(r_d)) \quad (4)$$

联合密度为:

$$f_r(\mathbf{r}) = c(F_1(r_1), \dots, F_d(r_d)) \prod_{i=1}^d f_i(r_i) \quad (5)$$

其中 $C(\cdot)$ 为 Copula 分布函数, $c(\cdot)$ 为 Copula 密度函数。本文采用 R-vine Copula, 并记其 Copula 密度为 $c(\mathbf{u}; \boldsymbol{\eta})$, $\boldsymbol{\eta}$ 为所有成对 Copula 参数的集合。对于给定的 d 维 R-vine 结构, 其密度可分解为各层树上条件成对 Copula 的乘积:

$$c(u_1, \dots, u_d; \boldsymbol{\eta}) = \prod_{m=1}^{d-1} \prod_{e \in E_m} c_{j_e, k_e | D_e} \left(u_{j_e | D_e}, u_{k_e | D_e}; \boldsymbol{\eta}_{j_e, k_e | D_e} \right) \quad (6)$$

其中 E_m 为第 m 层树的边集, j_e, k_e 为边 e 所连接的结点, D_e 为条件集合, $c_{j_e, k_e | D_e}(\cdot; \boldsymbol{\eta}_{j_e, k_e | D_e})$ 为相应条件成对 Copula 密度, $u_{j_e | D_e}$ 和 $u_{k_e | D_e}$ 为对应的条件分布变换。由此, 多资产收益的联合密度可写为:

$$f_r(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}) = c(F_1(r_1; \boldsymbol{\theta}_1), \dots, F_d(r_d; \boldsymbol{\theta}_d); \boldsymbol{\eta}) \prod_{i=1}^d f_i(r_i; \boldsymbol{\theta}_i) \quad (7)$$

其中 $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_d)$ 汇集所有边缘模型参数。接下来, 基于上述联合密度 $f_r(\mathbf{r}; \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$ 进行蒙特卡洛模拟, 用以生成未来收益情景。在投资组合层面, 设权重向量 $w = (w_1, \dots, w_d)^T$, $L = -R_p = -w^T \mathbf{r}$ 为对应的损失变量。记在联合密度 $f_r(\mathbf{r}; \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$ 下的期望为:

$$E_{\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}} [g(\mathbf{r})] = \int_{R^d} g(\mathbf{r}) c(F_1(r_1; \hat{\boldsymbol{\theta}}_1), \dots, F_d(r_d; \hat{\boldsymbol{\theta}}_d); \hat{\boldsymbol{\eta}}) \prod_{i=1}^d f_i(r_i; \hat{\boldsymbol{\theta}}_i) d\mathbf{r} \quad (8)$$

在此框架下, 投资组合期望收益和损失分布均由 ARMA-APARCH-sstd 边缘与 R-vine Copula 共同决定。在给定风险厌恶系数 θ 条件下的熵风险定义为:

$$\rho_\theta(w) = \frac{1}{\theta} \ln E_{\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}} [\exp(\theta L)] = \frac{1}{\theta} \ln \left(\int_{R^d} \exp(\theta(-w^T \mathbf{r})) f_r(\mathbf{r}; \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) d\mathbf{r} \right) \quad (9)$$

与此同时, 投资组合期望收益为:

$$\mu_p(w) = E_{\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}} [R_p] = E_{\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}} [w^T \mathbf{r}] \quad (10)$$

为了灵活调整风险厌恶系数, 满足不同投资者的风险偏好, 本文采用期望收益和风险折衷的形式, 其中 λ 为整体的风险厌恶系数:

$$\begin{aligned} \min_w G(w) &:= -\mu_p(w) + \lambda * \rho_\theta(w) \\ \text{s.t.} \quad &\sum_{i=1}^d w_i = 1, w_{\min} \leq w_i \leq w_{\max}, i = 1, \dots, d \end{aligned} \quad (11)$$

3. 数据处理

本文选取 2021 年 1 月 5 日至 2025 年 9 月 30 日全球主要股票市场指数的日度收盘价, 构造日对数收益率作为研究样本: SSE (上证指数)、DAX30 (德国)、N225 (日本)、CAC40 (法国)、NDX100 (美国纳指 100)、FTSE100 (英国) 与 KOSPI (韩国), 数据均来源于英为财经网站。其中对数收益率的计算公式为:

$$r_t = \ln(P_t/P_{t-1}) \quad (12)$$

其中 P_t 为第 t 日的收盘价, 得到各股票市场的对数收益率图 1 如下所示:

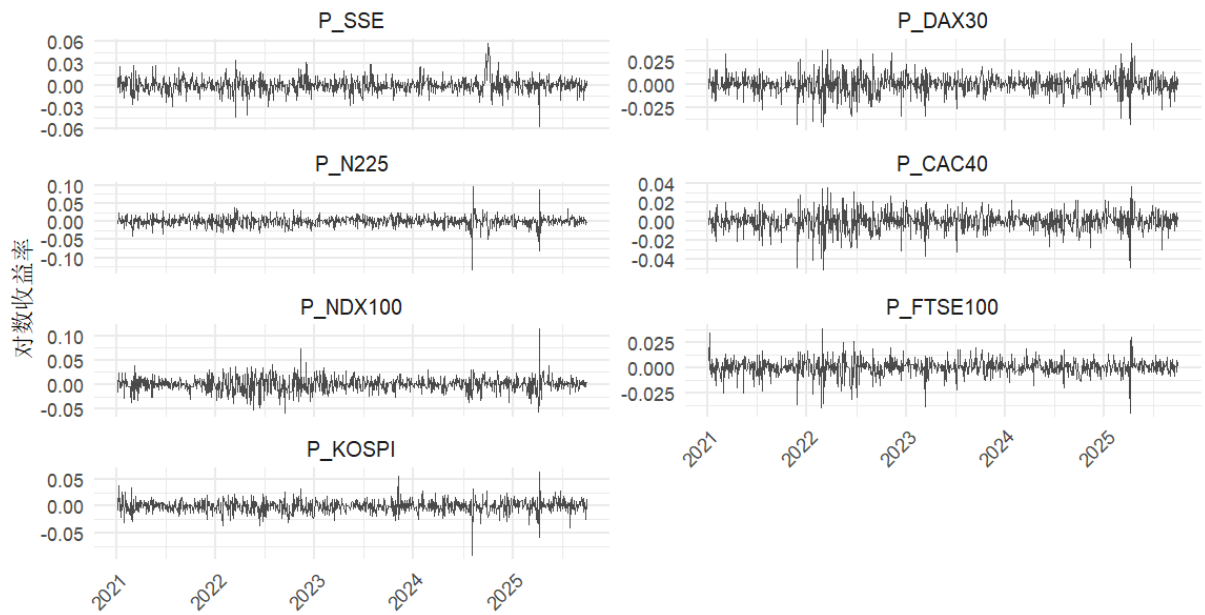


Figure 1. Logarithmic return plots of seven major markets
图 1. 七大市场对数收益率图

Table 1. Descriptive statistics of sample assets
表 1. 样本资产描述性统计

Asset	Mean	Std	Skewness	Kurtosis	JB_stat
SSE	-0.015301	0.152840	0.116435	4.060149	693.9506
DAX30	0.107762	0.164303	-0.387406	2.304717	248.0599
N225	0.071862	0.215418	-0.676232	14.569954	8983.8127
CAC40	0.089109	0.161085	-0.583349	2.772273	379.5838
NDX100	0.145647	0.229830	0.228448	4.747401	954.4082
FTSE100	0.042693	0.127012	-0.683538	4.510147	931.9082
KOSPI	-0.003886	0.182142	-0.486247	5.934134	1517.2006

注：JB_stat 为 Jarque-Bera 正态性检验统计量。

从表 1 的描述性统计结果可以看出，所有资产的偏度均不为零，且峰度均显著大于 2，表明这些资产的收益率分布均呈现出尖峰厚尾的非正态特征。Jarque-Bera (JB) 正态性检验的统计量均非常大，远超临界值，进一步证实了所有资产收益率均显著偏离正态分布。这些发现强调了采用能够捕捉非正态分布特征的模型以及能够处理复杂相依结构的必要性。本文选择：为每个资产的对数收益率序列拟合 ARMA-APARCH-sstd 模型，模型选择过程基于 AIC 准则，如下表 2 所示：

Table 2. Information criteria and diagnostic tests of marginal models
表 2. 边缘模型信息准则与诊断检验

Asset	最佳模型	AIC	BIC	LB_pvalue	ARCH_pvalue
SSE	AR(0) - MA(0)	-6.596897	-6.557852	0.7554505	0.65715921

续表

DAX30	AR(0) - MA(0)	-6.538761	-6.499717	0.6647981	0.09286889.
N225	AR(3) - MA(1)	-6.047657	-5.989090	0.6679232	0.81458064
CAC40	AR(1) - MA(1)	-6.560121	-6.511316	0.9149890	0.93876968
NDX100	AR(0) - MA(0)	-5.897103	-5.858058	0.2464457	0.05673555.
FTSE100	AR(3) - MA(0)	-7.084004	-7.030317	0.7893950	0.86981368
KOSPI	AR(0) - MA(0)	-6.230800	-6.191756	0.7955962	0.49884302

注: LB_pvalue 为标准化残差的 Ljung-Box 检验 p 值, ARCH_pvalue 为标准化残差的 ARCH 效应检验 p 值。

从表 2 可以看出, 所有资产的边缘模型拟合都取得了较好的效果。Ljung-Box 检验的 p 值普遍较高, 表明标准化残差序列不存在显著的自相关性, 即 ARMA 模型成功地捕捉了收益率的条件均值的动态变化。ARCH 效应检验的 p 值也普遍较高, 表明 APARCH 模型成功地消除了标准化残差中的 ARCH 效应, 即波动率聚类现象得到了有效建模。这说明所选的 ARMA-APARCH-sstd 模型能够很好地描述各资产收益率的动态特征和非正态分布特性。

4. 实证结果与分析

本文使用 R 语言中的 R-Vine Structure Select 函数进行 R-vine 结构和参数选择。该函数通过迭代地选择树结构和对 Copula 族来构建 R-vine, 在每棵树的每一层, 算法会尝试不同的树结构, 并通过最大化对数似然函数或最小化信息准则来选择最优结构。接着算法会遍历 familyset 中指定的 Copula 族, 并选择最能拟合数据且信息准则最优的 Copula 族及其参数。同时 R-vine Copula 的估计涉及到条件 Copula。例如在第二层树中, 对 Copula 的估计需要先从第一层树的 Copula 中得到条件分布函数。如下图 2 所示:

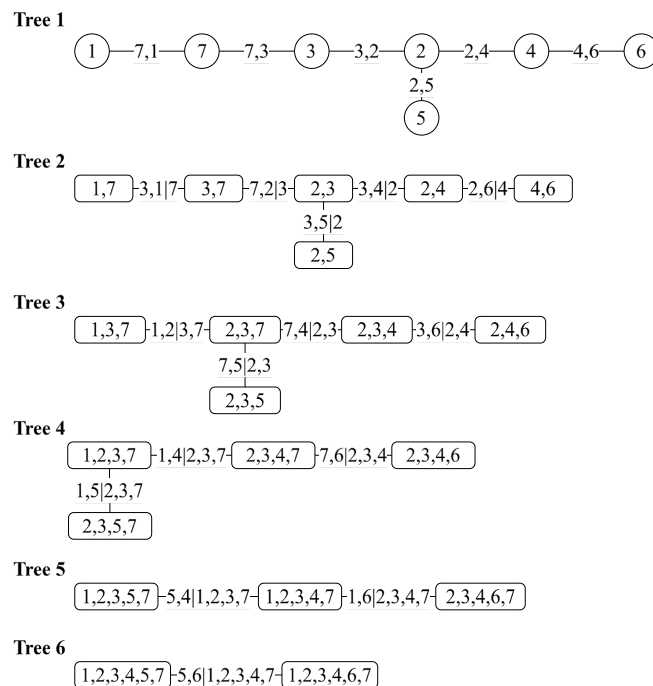


Figure 2. Schematic diagram of R-vine Copula structure
图 2. R-vine Copula 结构示意图

Table 3. Structure and parameters of r-vine copula
表 3. R-vine Copula 结构与参数表格

tree	edge	family	cop	par	par2	tau	utd	ltd
1	4,6	14	SG	2.01	0.00	0.50	–	0.59
	2,4	14	SG	2.98	0.00	0.66	–	0.74
	2,5	2	t	0.39	12.23	0.25	0.03	0.03
	3,2	14	SG	1.18	0.00	0.15	–	0.20
	7,1	14	SG	1.21	0.00	0.17	–	0.23
	7,3	14	SG	1.53	0.00	0.35	–	0.43
2	2,6;4	2	t	0.18	8.78	0.12	0.03	0.03
	3,4;2	14	SG	1.04	0.00	0.04	–	0.05
	3,5;2	3	C	0.01	0.00	0.00	–	0.00
	7,2;3	14	SG	1.09	0.00	0.08	–	0.11
	3,1;7	3	C	0.01	0.00	0.00	–	0.00
3	3,6;2,4	14	SG	1.05	0.00	0.05	–	0.06
	7,4;3,2	13	SC	0.13	0.00	0.06	0.00	–
	7,5;3,2	3	C	0.09	0.00	0.04	–	0.00
	1,2;7,3	13	SC	0.04	0.00	0.02	0.00	–
4	7,6;3,2,4	13	SC	0.06	0.00	0.03	0.00	–
	1,4;7,3,2	13	SC	0.03	0.00	0.01	0.00	–
	1,5;7,3,2	33	C270	–0.02	0.00	–0.01	–	–
5	1,6;7,3,2,4	3	C	0.08	0.00	0.04	–	0.00
	5,4;1,7,3,2	33	C270	–0.00	0.00	–0.00	–	–
6	5,6;1,7,3,2,4	33	C270	–0.07	0.00	–0.03	–	–
logLik	1498.01	AIC	–2950.02	BIC	–2836.98			

注: Family 列中的数字代表 Copula 族的 ID, 2 为 Student-t, 3/13/33 为 Clayton & rotations, 14 为 Gumbel & rotations, Par1 和 Par2 为 Copula 参数, tau 为肯德尔秩相关系数。

从表 3 可以看出, R-vine Copula 通过 pair-copula 将七个资产的高维联合分布分解为一系列二维 Copula 的乘积, 使得不同资产对之间可以选择不同的 Copula 家族和参数, 从而避免了多元正态或单一多元 t-Copula 对相关结构同质且对称的强假设, 能够根据不同资产对的统计特征自适应调整相依形式, 更贴合多资产市场中真实存在的混合结构, 有利于提高整体相关刻画的可信度。其中 R-vine 模型的对数似然为 1498.01, AIC 值为–2950.02、BIC 值为–2836.98, 显示在较高拟合度的同时, 信息准则仍保持较低水平, 该结果表明所选 vine 结构及其对尾部依赖的刻画并非来自过度参数化, 而是在相对节制的复杂度下获得了较强的解释与拟合能力, 为后续基于 R-vine 的蒙特卡洛联合情景生成提供了统计基础。

本文将权重上下限分别设为 0.4 和 0.02, λ 是用于控制风险项在整体目标中的重要程度的熵风险参数, θ 是用于刻画熵风险测度自身的风险厌恶特性, 得到在不同风险厌恶系数组合下的投资组合分配情况和绩效为:

Table 4. Performance comparison of different portfolio strategies
表 4. 结构与参数表格不同投资组合策略绩效比较

Asset	$\theta = 0.5, \lambda = 1$	$\theta = 0.5, \lambda = 1.5$	$\theta = 1, \lambda = 1$	$\theta = 1, \lambda = 1.5$	$\theta = 2, \lambda = 1$	$\theta = 2, \lambda = 1.5$	CVaR
SSE	0.2232	0.0721	0.2228	0.2478	0.2223	0.3286	0.2228
DAX30	0.0202	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200
N225	0.0761	0.4000	0.0758	0.4000	0.0756	0.4000	0.0754
CAC40	0.0201	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200
NDX100	0.2459	0.1718	0.2451	0.1852	0.2443	0.1914	0.2449
FTSE100	0.3945	0.0200	0.3962	0.0200	0.3978	0.0200	0.3968
KOSPI	0.0200	0.2961	0.0200	0.1070	0.0200	0.0200	0.0200
年化收益率	0.0586	0.0563	0.0585	0.0563	0.0585	0.0563	0.0618
年化波动率	0.1060	0.1448	0.1059	0.1301	0.1059	0.1265	0.1109
最大回撤	0.2268	0.2845	0.2266	0.2640	0.2265	0.2640	0.2359
Sharpe	0.5530	0.3889	0.5525	0.4329	0.5521	0.4451	0.5578

表 4 显示出在资产配置结果上，三组 $\lambda=1$ 的熵风险组合呈现高度一致的权重结构：主要资产配置集中于 NDX100 与 FTSE100 及 SSE，而 DAX30、CAC40、KOSPI 基本贴近约束下限，N225 仅为中等配置。该配置对应的样本绩效也几乎不随 θ 变化：年化收益率约 5.85%、年化波动率约 10.59%、最大回撤约 22.65%，Sharpe 约 0.55，表明在既定约束与目标收益设定下， θ 的调整对组合实现路径的影响有限，策略对 θ 具有较好的鲁棒性。相较之下， $\lambda=1.5$ 的组合明显出现边界化的配置特征，在保持相近年化收益的同时 Sharpe 降至 0.39~0.45，风险显著增大。 $\lambda=1$ 在收益水平基本不损失的前提下实现更优的风险调整后表现，而提高 λ 至 1.5 虽改变分散结构，但会诱发权重集中与约束边界解，进而削弱组合的风险控制与绩效稳定性。与 $\lambda=1$ 情况相比，CVaR 组合的年化收益略优于熵风险，但 CVaR 组合的年化波动率和最大回撤都明显大于熵风险，反映出熵风险度量整体表现更具有稳健性。

在静态最优权重的基础上，利用边际 ARMA-APARCH 模型得到的时间变动均值 μ_t 和波动 σ_t ，结合 R-vine Copula 生成的联合标准化残差情景，对各策略进行日度动态 Monte Carlo VaR 回测。表 4 给出了 90%、95% 和 99% 三个置信水平下的理论与实际失败天数以及 Kupiec 单边比例检验结果，如下所示：

Table 5. Back testing results of entropic risk model strategy
表 5. 熵风险模型策略回测检验结果

策略	置信水平	理论失败天数	实际失败天数	LR 值
$\theta = 0.5, \lambda = 1$	0.9	100.7	89	1.563640
	0.95	50.35	47	0.235172
	0.99	10.07	5	3.118357
$\theta = 0.5, \lambda = 1.5$	0.9	100.7	96	0.245314
	0.95	50.35	49	0.034093
	0.99	10.07	5	3.118357
$\theta = 1, \lambda = 1$	0.9	100.7	89	1.563640
	0.95	50.35	47	0.235172
	0.99	10.07	5	3.118357

续表

$\theta = 1, \lambda = 1.5$	0.9	100.7	99	0.030249
	0.95	50.35	44	0.873960
	0.99	10.07	7	1.024979
$\theta = 2, \lambda = 1$	0.9	100.7	90	1.303282
	0.95	50.35	47	0.235172
	0.99	10.07	5	3.118357
$\theta = 2, \lambda = 1.5$	0.9	100.7	103	0.056275
	0.95	50.35	45	0.614830
	0.99	10.07	5	3.118357

如表 5 所示, 在 90%、95%、99% 三个置信水平下, 各策略的实际失败天数整体接近理论期望, 且所有 LR 统计量均小于 5% 显著性水平下的临界值 3.841, 因而无法拒绝无条件覆盖正确的原假设, 验证了模型的可靠性。尤其在 99% 水平, 多数组合实际失败天数为 5, 显著低于理论 10.07, 反映出极端尾部 VaR 相对保守; 个别策略虽更接近期望, 但 LR 仍明显低于临界值 3.841, 说明不同 θ 、 λ 的权重调整不会破坏整体 VaR 覆盖的有效性。下表 6 为在不同测试情景和风险厌恶系数 λ 下对熵风险模型进行压力测试得到的结果:

Table 6. Stress testing results of entropy risk model strategy

表 6. 熵风险模型策略压力测试结果

测试情景	λ	模拟年化收益率	模拟年化波动率	5% CVaR 损失
波动率上升 150%	0.5	0.086787	0.139726	0.020779
	1	0.036886	0.112460	0.017340
	1.5	-0.051220	0.154044	0.024165
均值下降 0.5%	0.5	-1.173210	0.093150	0.018738
	1	-1.223110	0.074973	0.016511
	1.5	-1.311220	0.102696	0.021178
均值下降 0.5% 波动率升 150%	0.5	-1.173210	0.139726	0.025779
	1	-1.223110	0.112460	0.022340
	1.5	-1.311220	0.154044	0.029165

如表 6 所示, 本文在不重新拟合 Copula 的前提下, 通过对模拟收益进行线性变换构造三类压力情景: 仅放大波动、仅下调均值、均值下调与波动放大并存。压力测试结果揭示组合对不同冲击源的敏感性差异: 在仅波动放大 1.5 倍下, $\lambda = 1$ 的组合以较低的模拟波动与较低的 5% CVaR 表现出更强的尾部稳健性, 但其模拟年化收益低于 $\lambda = 0.5$; $\lambda = 1.5$ 在该情景下出现负收益且 CVaR 升至 0.02417, 显示更脆弱。若均值整体下移, 三策略模拟年化收益均大幅为负, 此时 $\lambda = 1$ 仍给出最低波动与最低 CVaR, 更具抗压性; 叠加冲击进一步推升尾部风险, 但 $\lambda = 1$ 的 CVaR 仍最低。总体而言, 中等 λ 的熵风险策略在多情景下实现了更一致的尾部控制能力, 而过低 λ 更偏向追求收益、过高 λ 则可能导致权重边界化。

5. 结论

本文提出了一个结合 ARMA-APARCH-sstd 边缘建模与 R-vine Copula 高维相依刻画的投资组合优化框架，并在蒙特卡洛情景生成下引入熵风险度量开展组合构建、回测与压力测试。实证结果表明：边缘模型能够有效刻画收益的条件异方差、杠杆效应与偏峰特征；R-vine Copula 通过异质成对 Copula 与分层树结构捕捉了全球市场间非对称与尾部相依；与 CVaR 相比，熵风险组合在风险控制与尾部覆盖方面表现稳健，并在压力情景下体现出对均值下移型系统性风险的敏感性。

本文仍存在一些局限性，未来的研究可以进一步改进。本文采用的是静态 R-vine Copula 模型，假设相依结构在整个样本期内保持不变。然而，金融市场中的相依性往往是时变的。未来的研究可以考虑引入动态 R-vine Copula 模型，以捕捉资产间相依结构随时间变化的特征。同时本文仅关注股票市场指数，未来的研究可以将资产类别扩展到债券、商品、外汇等，构建更为多元化的全球资产配置策略。

基金项目

江苏省高等学校大学生创新创业训练计划项目(S202511117060)。

参考文献

- [1] Markowitz, H. (1952) Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, **7**, 77-91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- [2] Sklar, A. (1959) Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de statistique de l'Université de Paris*, **8**, 229-231.
- [3] Mandelbrot, B. (1963) The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*, **36**, 394-419. <https://doi.org/10.1086/294632>
- [4] Fama, E.F. (1965) The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of Business*, **38**, 34-105. <https://doi.org/10.1086/294743>
- [5] Embrechts, P., McNeil, A.J. and Straumann, D. (2002) Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls. In: Dempster, M.A.H., Ed., *Risk Management*, Cambridge University Press, 176-223. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511615337.008>
- [6] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. and Heath, D. (1999) Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, **9**, 203-228. <https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068>
- [7] Föllmer, H. and Schied, A. (2002) Convex Measures of Risk and Trading Constraints. *Finance and Stochastics*, **6**, 429-447. <https://doi.org/10.1007/s007800200072>
- [8] Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. and Bakken, H. (2009) Pair-Copula Constructions of Multiple Dependence. *Insurance: Mathematics and Economics*, **44**, 182-198. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2007.02.001>
- [9] 林宇, 梁州, 林子泉, 等. 基于高维 R-vine Copula 的金融市场投资组合优化研究[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(12): 3061-3072.
- [10] Mercurio, P.J., Wu, Y. and Xie, H. (2020) An Entropy-Based Approach to Portfolio Optimization. *Entropy*, **22**, Article 332. <https://doi.org/10.3390/e22030332>
- [11] 侯胜杰, 关忠诚, 董雪璠. 基于熵和 CVaR 的多目标投资组合模型及实证研究[J]. 系统科学与数学, 2021, 41(3): 640-652.
- [12] 余乐. Copula-GARCH 方法的投资组合 VaR 分析[J]. 运筹与模糊学, 2024, 14(1): 569-580.
- [13] 蔡志进. 均值-CVaR 模型在资产配置中的应用研究——基于 A 股市场的分析[J]. 运筹与模糊学, 2024, 14(1): 446-455.
- [14] 党世力, 黄梅雨, 张鹏. 具有熵约束的均值-CVaR 区间投资组合优化[J]. 模糊系统与数学, 2024, 38(5): 153-168.
- [15] 蒋文正, 黄羿. 融入信息熵及多渠道信息投资组合优化研究[J]. 金融, 2024, 14(1): 309-318.