

数学师范生问题提出能力的评价及其影响因素研究

王佳佳

云南师范大学数学学院, 云南 昆明

收稿日期: 2026年5月5日; 录用日期: 2026年5月27日; 发布日期: 2026年6月8日

摘要

本研究以某省属师范大学数学与应用数学专业的本科生为样本, 运用因子分析法对其问题提出能力进行了评价, 并采用多元线性回归模型分析了其影响因素。结果显示: 数学师范生问题提出能力整体处于中等水平。年级、数学学科基础、教师支持反馈与课堂提问习惯对问题提出能力有显著正向影响, 性别、问题价值认知与中小学评价导向认同无显著影响。本研究为数学师范生培养提供了实证依据, 也为数学教育领域的相关研究提供了方法参考。

关键词

问题提出, 因子分析法, 评价, 影响因素

Evaluation and Influencing Factors of Problem-Posing Ability among Mathematics Teacher Candidates

Jiajia Wang

School of Mathematics, Yunnan Normal University, Kunming Yunnan

Received: May 5, 2026; accepted: May 27, 2026; published: June 8, 2026

Abstract

This study takes undergraduate students majoring in Mathematics and Applied Mathematics at a provincial normal university as the sample, evaluates their problem-posing ability using the factor analysis method, and analyzes its influencing factors through a multiple linear regression model. The results indicate that the overall problem-posing ability of these candidates is at a moderate

level. Grade level, mathematics achievement, teacher support and feedback, and classroom questioning habits all have a significant positive impact on problem-posing ability. In contrast, gender, cognition of the value of problem-posing, agreement with the assessment orientation of primary and secondary schools show no significant influence. This study provides empirical evidence for the training of mathematics teacher candidates. It also offers methodological insights for related research in the field of mathematics education.

Keywords

Problem-Posing, Factor Analysis Method, Evaluation, Influencing Factors

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《义务教育数学课程标准(2022年版)》¹明确将发现问题和提出问题纳入课程总目标,这对教师的专业能力提出了新的挑战。数学师范生作为未来数学教师,其问题提出能力不仅是自身专业素养的体现,更是引导学生形成问题意识、发展创新思维的基础。在此背景下,科学评价数学师范生问题提出能力并识别其影响因素,对于优化教师培养体系具有重要意义。

现有研究围绕数学问题提出能力,已从评价与影响因素两方面展开深入探讨。在能力评价研究方面:Silver和Cai[1]从“可解性、语言、数学复杂度以及所提问题间的关联性”确立问题质量的评价维度;周若虹和吕传汉[2]采用定量与定性相结合的评价方法,通过学生、小组、家长、教师四个评价表丰富定性评价路径;郑雪静等[3]综合问题数量与质量,采用分类与等级描述相结合的方式开展评价;夏小刚等[4]从问题的数量、种类、新颖性构建评价标准;李怀军和张维忠[5]从可解性、合理性、情境性、数学复杂性、可读性、变通性六个方面评价小学生数学问题提出能力;洪清玉等[6]基于问题的本质特征、数学特征和语言特征构建评价体系,并用层次分析法为指标赋权。在影响因素研究方面:宋运明等[7]认为小学数学教科书中“提出问题”提示语的编写形式与呈现方式,会影响学生问题意识的激发与能力培养;Silber和Cai[8]指出问题提出的任务形式与情境丰富度,会直接影响学生问题提出表现;尚亚明等[9]发现数感、符号意识、空间观念、推理能力、问题意识及学习方式等与知识经验、观念系统相关的变量,对数学问题提出能力发展至关重要;Liu等[10]证实学生的领域与任务特定自我效能感,与数学问题提出能力存在显著正相关;陈婷等[11]以平均数教学为例,证实问题提出引导语的类型会显著影响学生提出问题的类型和难度。

然而,当前研究仍存在局限性:首先,现有研究对象多集中于中小學生,针对数学师范生这一职前教师群体的研究较为缺乏;其次,现有量化评价多依赖主观经验进行指标赋权,缺乏客观赋权方法支撑;最后,现有研究多关注单一因素的独立影响,缺乏对个体特征、教学环境等多类变量的整合分析,难以满足教师教育改革的现实需求。

本文首先结合现有文献构建了多维度数学师范生问题提出能力评价指标体系,并运用因子分析法对数学师范生的问题提出能力进行综合评价。在此基础上,进一步采用多元线性回归分析方法,探究了数学师范生问题提出能力的影响因素。本研究一方面可为数学师范生培养提供实证依据,以提升未来数学教师的核心素养,另一方面,也为数学教育领域的研究提供了方法参考与实证补充。

¹<http://www.moe.gov.cn/srcsite/A26/s8001/202204/W020220510531636118932.pdf>

2. 方法、模型与工具

2.1. 因子分析法

因子分析的基本目的是用少数几个潜在的不能观察的因子去描述多个随机变量之间的协方差关系。基本思想是根据相关性大小把变量分组,使得组内的变量相关性较高,不同组的变量相关性较低[12]。因子模型的具体形式为:

$$X = AF + \varepsilon$$

其中 X 是 p 维随机变量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$, $F = (f_1, f_2, \dots, f_m)^T$ 为公因子向量, A 为载荷矩阵, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p)^T$ 为特殊因子向量。载荷矩阵可以使用主成分法获得,各因子得分可以使用回归法估计。最后,以各因子的方差贡献率为权重,可以得到综合得分。

2.2. 多元线性回归模型

多元线性回归模型用于分析多自变量对因变量的影响,模型形式为[13]:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon。$$

其中, Y 表示问题提出能力的综合得分, X_1, X_2, \dots, X_k 为待分析的影响因素, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ 为回归系数, ε 为随机误差项。通过回归系数的显著性检验与模型拟合度检验,可以判断各因素的影响效应。

2.3. 调查问卷

为探究数学师范生问题提出能力水平及其影响因素,本研究编制了调查问卷。调查问卷分为三部分内容:

第一部分:测试题。本测试题旨在评估数学师范生问题提出能力表现。在内容领域的选择上,聚焦于“概率论与数理统计”模块。该选择主要基于以下三方面考虑:其一,该领域在数学师范专业课程体系中占有基础且重要的地位,是培养未来中小学教师数据素养与统计思维的核心内容;其二,其特有的思维范式与数学问题提出所倡导的探究、猜想等过程高度契合;其三,该内容同时贯通高中与大学数学课程,有利于师范生从不同学段的视角进行迁移思考。

测试题为:请基于“事件的独立性”这一概念,提出三个你认为有价值的数学问题或研究问题。该题目既能紧扣具体数学概念,确保能力评估的针对性,又能提供充分的思维发散空间,有助于考察被试者对概念的深层理解与问题生成能力。本研究参考洪清玉等[6]等的研究成果,从本质特征、数学特征、语言特征三个维度构建评价指标体系(见表1),并依据该体系对数学师范生的问题提出能力进行综合评价。

Table 1. Evaluation index system for problem-posing ability of mathematics teacher candidates

表 1. 数学师范生问题提出能力评价指标体系

一级指标	二级指标
本质特征	条件合理性
	目标可解性
数学特征	问题数学性
	问题变通性
	问题复杂性
语言特征	语言严谨性

第二部分：背景信息。涵盖年级、性别、高考数学成绩三项内容，用以控制个体基本特征与数学学科基础。

第三部分：影响因素量表。共设置 4 个题项，分别从问题价值认知、课堂提问习惯、教师支持反馈与中小学评价制度认同四个维度展开[14]，具体题项包括：

- (1) 我认为在数学学习中提出问题有助于我对数学知识的理解；
- (2) 我在数学老师讲课时，对出现的疑问和困惑处会将其标注出来；
- (3) 当我向老师提问的时候，老师认真对待和耐心解答；
- (4) 我认为评定中小学数学成绩时应将提出问题能力纳入考核范围。

以上四个题项均采用五点李克特量表形式计分(1 = 完全不符合, 5 = 完全符合)。

3. 实证分析

3.1. 数据介绍

本次调查以某省属师范大学数学与应用数学专业本科生为对象，共回收有效问卷 142 份，样本覆盖大二至大四年级，其中大二学生 57 人，大三学生 39 人，大四学生 46 人，男生 55 人，女生 87 人，高考数学成绩 100~109 分 31 人，110~119 分 59 人，120~129 分 40 人，130~139 分 12 人。样本结构覆盖不同年级、性别与数学学科基础，具有较好的代表性。

3.2. 数学师范生问题提出能力综合评价

3.2.1. 因子分析

为客观量化各评价指标的重要程度，本研究采用因子分析法开展指标权重测算。经检验，KMO 检验值为 0.870，巴特利特球形检验统计量为 1042.956，显著性 $p < 0.001$ ，表明指标变量间相关性显著，适合进行因子分析。本研究采用主成分分析法提取公因子，并通过最大方差正交旋转法对公因子进行旋转，最终提取 2 个公因子，累计方差贡献率达 87.80%，能够较好地解释原始指标的绝大部分信息。

Table 2. Factor analysis loading matrix

表 2. 因子分析载荷矩阵

指标	因子 1	因子 2
条件合理性	0.348	0.897
目标可解性	0.580	0.720
问题数学性	0.809	0.495
问题变通性	0.876	0.386
问题复杂性	0.854	0.406
语言严谨性	0.411	0.779

表 2 为因子分析载荷矩阵，可以看出，因子 1 在问题数学性、问题变通性、问题复杂性指标上载荷较高，均大于 0.8，且远高于其在因子 2 上的载荷，可命名为“问题思维深度”因子。因子 2 在条件合理性、目标可解性、语言严谨性指标上载荷较高，均大于 0.7，且远高于其在因子 1 上的载荷，可命名为“问题表征规范”因子。两个公因子结构清晰，与本文理论构建的指标体系也高度契合。

3.2.2. 综合得分分析

为全面评价数学师范生的问题提出能力，本研究先通过回归法估计各公因子的具体得分，再以各因

子方差贡献率占总方差贡献率的比重为权重，加权求和得到综合得分。图 1 绘制了综合得分的核密度曲线，其中核函数选取高斯核，结合数据分布特点，将带宽设定为 0.5，以平衡估计的平滑度与精准度。

图 1 为数学师范生问题提出能力综合得分核密度分布图。由图可知，该得分曲线呈现单峰钟形分布特征。综合得分峰值位置略微向左偏移，曲线分布跨度较宽。整体样本得分主要集中在-0.5~0.5 区间，表明研究对象问题提出能力的整体综合水平处于中等区间。

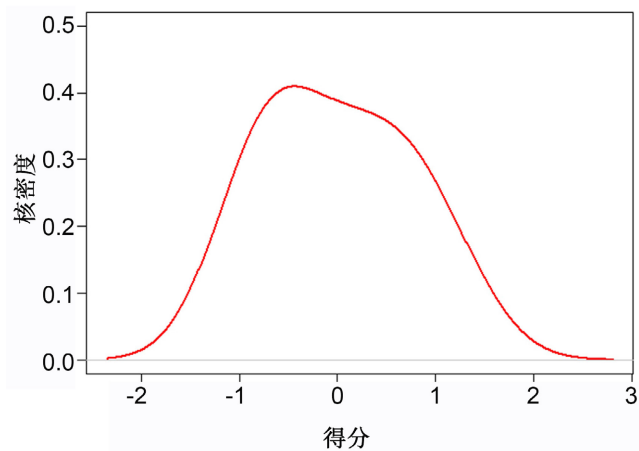


Figure 1. Kernel density plot of problem-posing ability comprehensive scores for mathematics teacher candidates
图 1. 数学师范生问题提出能力综合得分核密度图

图 2 为数学师范生问题提出能力综合得分的小提琴图。可以看出，男生与女生的综合得分分布范围、中位数水平高度重合。二年级、三年级、四年级学生的综合得分整体呈随年级升高而上升的趋势，四年级学生的得分上限最高、整体水平最优，二年级学生得分下限最低。上述图形分析初步揭示了背景因素与综合得分可能存在关联，为进一步考察数学师范生问题提出能力综合得分的主要影响因素，本文采用回归分析方法进行深入探究。

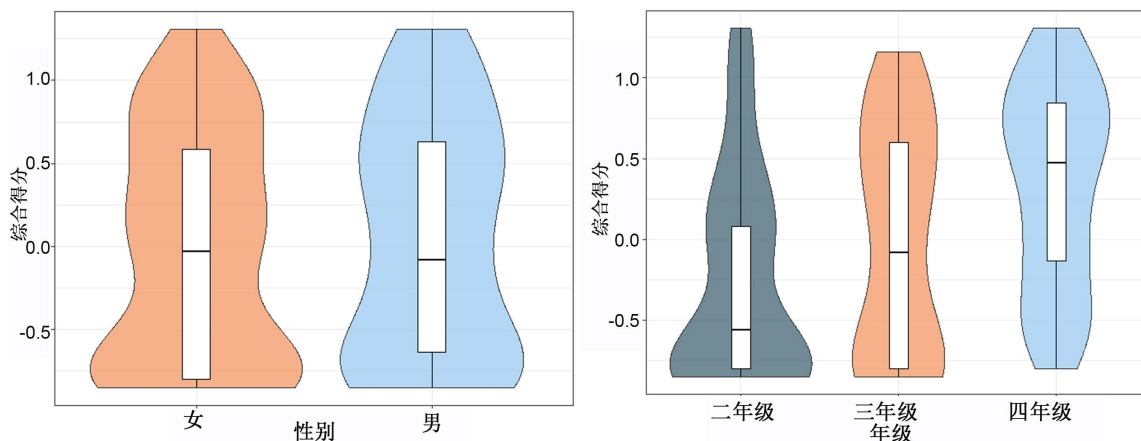


Figure 2. Violin plot of problem-posing ability comprehensive scores for mathematics teacher candidates
图 2. 数学师范生问题提出能力综合得分小提琴图

3.3. 数学师范生问题提出能力的影响因素分析

本部分以数学师范生问题提出能力综合得分为因变量(Y)，以性别(X_1 ，男 = 1，女 = 0)、年级(X_2)、

数学学科基础(X_3 , 对应题项“高考数学成绩”, 以高考数学成绩各分数段组中值赋值)、问题价值认知(X_4 , 对应题项“我认为在数学学习中提出问题有助于我对数学知识的理解”)、课堂提问习惯(X_5 , 对应题项“我在数学老师讲课时, 对出现的疑问和困惑处会将其标注出来”)、教师支持反馈(X_6 , 对应题项“当我向老师提问题的时候, 老师认真对待和耐心解答”)、中小学评价导向认同(X_7 , 对应题项“我认为评定中小学数学成绩时应将提出问题能力纳入考核范围”)7个因素为自变量, 采用多元线性回归模型探究各因素对问题提出能力的影响。在回归分析前, 首先使用方差膨胀因子(VIF)对自变量进行多重共线性诊断, 结果表明所有 VIF 值均低于 1.5, 不存在共线性问题。多元线性回归结果如表 3 所示。

从表 3 中可以看出, 模型的 F 检验 p 值小于 0.001, 说明回归模型整体显著, 自变量对因变量具有显著的联合解释作用。此外, 在 0.05 显著性水平下, 对数学师范生问题提出能力具有显著正向影响的变量有 4 个, 分别为: 年级、数学学科基础、课堂提问习惯与教师支持反馈。

年级具有显著的正向影响, 这与维果茨基最近发展区理论相契合, 高年级师范生经历了更多专业课程学习与教学实践体验, 从现有认知水平逐步提升至更高阶的潜在发展水平, 问题提出能力随之阶梯式增长, 反映出“学习积累 - 能力进阶”的发展规律。数学学科基础的显著正向影响, 凸显了“知识储备支撑高阶思维”的逻辑。数学基础越好, 知识体系越扎实、逻辑思维能力越强, 越能精准把握概念核心, 提出符合数学逻辑、具有探究价值的问题。标注课堂疑问的行为本质上是将“问题感知 - 思维沉淀 - 初步构建”的过程进行反复训练, 为高质量问题生成奠定实践基础。教师支持反馈的显著作用可由班杜拉自我效能感理论解释, 教师对提问的认真对待与耐心解答, 既能消除师范生的提问顾虑、激发持续提问的积极性, 又能通过解答过程提供示范, 帮助其掌握问题提出的逻辑与技巧。

此外, 性别、问题价值认知与中小学评价导向认同的回归系数未通过显著性检验, 表明这三项因素对数学师范生问题提出能力无显著影响。其中, 性别无显著影响反映出师范教育中统一的课程设置与培养要求, 使得性别未成为问题意识激发、思维能力发展的差异化变量。问题价值认知无显著影响, 意味着师范生对问题价值的主观认同, 尚未有效转化为推动其问题提出能力提升的实际行为与内在驱动力。中小学评价导向认同无显著影响, 则可能源于两方面原因: 其一, 师范生对评价制度的认同属于观念层面, 与个人实际能力的发展并无直接关联; 其二, 师范生当前的学习重心仍集中于专业知识与教学基本功, 对中小学评价导向的认同尚未有效转化为自身能力提升的内在动力。

Table 3. Results of multiple linear regression

表 3. 多元线性回归结果

自变量	系数	t 值	p 值
常数	-4.380	-6.218	0.000***
性别	-0.013	-0.124	0.901
年级	0.205	3.151	0.002**
数学学科基础	0.017	2.881	0.005**
问题价值认知	0.015	0.193	0.848
课堂提问习惯	0.151	2.049	0.042*
教师支持反馈	0.300	4.583	0.000***
中小学评价导向认同	-0.038	-0.667	0.506
F 检验 p 值	0.000	调整的 R^2	0.304

注: *表示 $p < 0.05$, **表示 $p < 0.01$, ***表示 $p < 0.001$ 。

4. 结语

本研究通过因子分析法与多元线性回归模型探究了数学师范生的问题提出能力水平及其影响因素, 结论如下: (1) 数学师范生问题提出能力整体处于中等水平; (2) 年级、数学学科基础、课堂提问习惯与教师支持反馈对数学问题提出能力有显著正向影响, 性别、问题价值认知与中小学评价导向认同在本研究中未表现出显著影响。

本研究结合维果茨基最近发展区理论与班杜拉自我效能感理论对影响因素的作用机制进行了阐释, 同时也认识到本研究回归模型在解释力上存在一定局限, 未覆盖学习动机、教学情境等更多潜在变量。未来可采用量化与质性相结合的研究方法, 选取代表性师范生开展半结构化访谈, 深入挖掘其问题提出的内在思维过程, 从而更系统地揭示问题提出能力的形成与发展机制。

基于上述结论, 为优化数学师范生培养过程、提升其问题提出能力, 提出以下建议: 第一, 强化问题提出专项能力训练, 将问题提出的实践方法有机融入专业课程教学, 强化师范生主动提问的意识; 第二, 优化教学支持与实践环节, 鼓励授课教师给予提问者耐心反馈与方法指导, 增设引导学生提问的专项实践任务, 推动问题提出能力从理论认知向实践应用转化; 第三, 实施分层分类精准培养, 依据师范生不同年级层次、数学学科基础差异制定差异化训练方案, 通过开放性课堂活动(如改变习题、拓展探究问题), 引导师范生逐步养成主动质疑、深度思考的习惯。

基金项目

云南省教育科学规划项目《数学师范生问题提出能力的培养与评价研究》(BC23017)。

参考文献

- [1] Silver, E.A. and Cai, J. (1996) An Analysis of Arithmetic Problem Posing by Middle School Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, **27**, 521-539. <https://doi.org/10.2307/749846>
- [2] 周若虹, 吕传汉. 学生提出数学问题能力的评价[J]. 贵州师范大学学报(自然科学版), 2002, 20(2): 24-30.
- [3] 郑雪静, 汪秉彝, 吕传汉. 中小學生提出数学问题能力评价探究[J]. 数学教育学报, 2007, 16(3): 49-52.
- [4] 夏小刚, 汪秉彝, 吕传汉. 中小學生提出数学问题能力的评价再探[J]. 数学教育学报, 2008, 17(2): 8-11.
- [5] 李怀军, 张维忠. 小学生数学问题提出能力发展研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(5): 2-8.
- [6] 洪清玉, 康春花, 曾平飞, 俞向军. 数学问题提出能力的测评模型及指标赋权[J]. 江西师范大学学报(自然科学版), 2021, 45(1): 38-45.
- [7] 宋运明, 夏小刚, 张学杰. 对小学数学教科书中“提出问题”提示语编写的思考和建议——基于四种版本教科书的统计与分析[J]. 课程·教材·教法, 2011, 31(4): 52-57.
- [8] Silber, S. and Cai, J. (2017) Pre-Service Teachers' Free and Structured Mathematical Problem Posing. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **48**, 163-184. <https://doi.org/10.1080/0020739x.2016.1232843>
- [9] 尚亚明, 何忆捷, 熊斌. 国外数学问题提出能力影响因素的研究述评——基于学生自身的知识经验和观念系统等“变量”因素[J]. 数学教育学报, 2020, 29(2): 58-63.
- [10] Liu, Q., Liu, J., Cai, J. and Zhang, Z. (2020) The Relationship between Domain- and Task-Specific Self-Efficacy and Mathematical Problem Posing: A Large-Scale Study of Eighth-Grade Students in China. *Educational Studies in Mathematics*, **105**, 407-431. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09977-w>
- [11] 陈婷, 孙琪琪, 蔡金法. 引导语对小学生数学问题提出表现的影响——以平均数为例[J]. 数学教育学报, 2023, 32(5): 28-34.
- [12] 费宇, 郭民之, 陈贻娟. 多元统计分析——基于 R [M]. 第 2 版. 北京: 中国人民大学出版社, 2020.
- [13] 李子奈, 潘文卿. 计量经济学[M]. 第 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2020.
- [14] 张幸幸. 数学师范生问题提出能力培养的教学实践研究[D]: [硕士学位论文]. 新乡: 河南师范大学, 2020.