

基于遗传 - 模拟退火混合算法的烟幕干扰弹协同投放策略研究

李沁航¹, 赵梓好¹, 赵 轲^{2*}

¹云南大学数学与统计学院, 云南 昆明

²云南大学工商管理及旅游管理学院, 云南 昆明

收稿日期: 2026年6月29日; 录用日期: 2026年7月21日; 发布日期: 2026年7月31日

摘 要

现代战场精确制导武器威胁日益严峻, 烟幕干扰凭借低成本、高效能优势成为重要防护手段, 无人机协同投放可有效提升干扰效果, 而传统经验策略难以适配复杂作战场景。本文围绕单弹遮蔽、单机优化、单机多弹、多机协同及多机多弹对抗多目标的递进式场景, 构建量化优化模型开展研究。基于运动学与几何判定方法求解单弹基础遮蔽时长为1.39 s, 经遗传算法优化后提升至4.68 s。采用时段并集计时法优化单机三弹投放策略, 遮蔽时长可达6.45 s。引入关键阶段权重因子, 依托GA-SA混合算法实现三机协同干扰, 总遮蔽时长13.15 s, 关键阶段覆盖率达89.5%。针对五机十五弹对抗三枚导弹的高维优化问题, 通过分层优化求解, 最终实现32.54 s的有效遮蔽时长, 可为多机协同烟幕干扰策略制定提供技术支撑。

关键词

烟幕干扰弹, 协同投放策略, 遗传 - 模拟退火混合算法, 单目标规划, 无人机协同优化

Study on Cooperative Launch Strategy of Smoke Jamming Bombs Based on GA-SA Hybrid Algorithm

Qinhang Li¹, Ziyu Zhao¹, Ke Zhao^{2*}

¹School of Mathematics and Statistics, Yunnan University, Kunming Yunnan

²School of Business Administration and Tourism Management, Yunnan University, Kunming Yunnan

Received: June 29, 2026; accepted: July 21, 2026; published: July 31, 2026

*通讯作者。

文章引用: 李沁航, 赵梓好, 赵轲. 基于遗传-模拟退火混合算法的烟幕干扰弹协同投放策略研究[J]. 统计学与应用, 2026, 15(7): 336-352. DOI: 10.12677/sa.2026.157172

Abstract

In modern warfare, precision-guided weapons pose increasingly severe threats. Smoke jamming, leveraging its cost-effectiveness and high efficiency, has become an important defensive measure. Coordinated delivery by multiple UAVs can effectively enhance jamming performance, yet traditional experience-based strategies are inadequate for complex combat scenarios. This paper focuses on a progressive sequence of scenarios—single-bomb shielding, single-UAV optimization, single-UAV multi-bomb release, multi-UAV coordination, and multi-UAV multi-bomb countering multiple targets—and establishes quantitative optimization models for systematic investigation. Using kinematic equations and geometric judgment methods, the baseline shielding duration for a single smoke bomb is calculated as 1.39 s. After optimization via a genetic algorithm, this duration is extended to 4.68 s. A time-interval union timing method is adopted to optimize the release strategy for three smoke bombs from a single UAV, achieving a total shielding duration of 6.45 s. By introducing weighting factors for critical engagement phases and employing a GA-SA hybrid algorithm, three-UAV cooperative jamming achieves a total shielding duration of 13.15 s, with a critical phase coverage rate of 89.5%. For the high-dimensional optimization problem of five UAVs with fifteen smoke bombs against three incoming missiles, a hierarchical optimization method is employed to solve the problem, ultimately achieving an effective shielding duration of 32.54 s. This can provide technical support for the formulation of multi-UAV cooperative smoke jamming strategies.

Keywords

Smoke Jamming Bombs, Cooperative Launch Strategy, Genetic-Simulated Annealing (GA-SA) Hybrid Algorithm, Single-Objective Programming, UAV Cooperative Optimization

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题重述

针对精确制导武器威胁及传统烟幕投放策略难以适配复杂作战场景的问题, 本文开展无人机烟幕干扰投放策略研究, 依次结合装备参数计算单无人机单弹的有效遮蔽时长, 优化飞行与投弹参数以提升单弹遮蔽效果, 规划单机三弹、三机单弹的干扰方案, 并进一步调度五机多弹完成对三枚导弹的协同投放优化, 全程以最大化总有效遮蔽时长为目标。

2. 问题分析

本文分问题逐层建模求解: 问题 1 建立轨迹模型, 按距离与位置准则计算有效遮蔽时长; 问题 2 以多类参数为变量, 构建单目标规划模型并采用遗传算法求解; 问题 3 搭建单机三弹模型, 结合几何关系与时段处理, 优化投放方案; 问题 4 构建多机协同模型, 引入覆盖率指标, 使用 GA-SA 混合算法求解; 问题 5 综合单机、多机方案, 借助判定函数与时间扫描法, 完成多机多弹对抗多导弹的全局调度优化。

3. 模型假设

1. 假设烟幕干扰弹起爆后瞬时形成半径为 10 米球状烟幕云团。
2. 真目标的半径和高度与导弹无人机位置以及相应速度相比相差过大, 假设忽略真目标的体积[1]。

3. 假设不受天气等因素的影响，无人机和导弹均可匀速直线飞行。
4. 假设在导弹和无人机飞行时，烟幕干扰弹投放后不受空气阻力影响。
5. 假设烟幕干扰弹采用特定技术，起爆产生的 10 米球状烟幕云团以 3 m/s 的速度形状不变地匀速下沉。
6. 初始时设置好每架无人机航向与速度后即不改变调整。

4. 符号说明

为便于后续模型建立与求解过程的表述，本节对文中涉及的主要符号进行统一说明。本文研究无人机烟幕干扰投放策略问题，涉及时间、位置、距离、遮蔽效果等多类物理量，为保证行文简洁且符号含义清晰，现将后续各章节中反复出现的核心符号及其物理意义汇总如下，详见表 1。仅在局部推导中出现的临时性变量，将在首次出现时另行说明，不列入本表。

Table 1. List of main symbols
表 1. 主要符号说明

符号	物理意义
t	总时间(从雷达发现导弹开始)
$t_{\text{投放}}$	烟幕弹投放时刻
$t_{\text{起爆}}$	烟幕弹起爆时刻
τ	烟幕弹起爆后的时间
$P_{\text{导弹}}(t)$	导弹 M1 在 t 时刻的位置
$P_{\text{烟幕}}(\tau)$	烟幕云团中心在 τ 时刻的位置
$d(\tau)$	烟幕中心到导弹 - 真目标视线的最短距离
$T_{\text{有效}}$	有效遮蔽时长

5. 模型建立与求解

5.1. 模型准备

由分析可知，以假目标为原点，建立烟幕干扰弹投放坐标系。假目标坐标为 $O(0, 0, 0)$ ，真目标坐标为 $B(0, 200, 0)$ ，导弹分别位于 $M1(20000, 0, 2000)$ 、 $M2(19000, 600, 2100)$ 、 $M3(18000, -600, 1900)$ ，五架无人飞机的初始位置 $FY1(17800, 600, 1800)$ 、 $FY2(12000, 1400, 1400)$ 、 $FY3(6000, -3000, 700)$ 、 $FY4(11000, 2000, 1800)$ 、 $FY5(13000, -2000, 1300)$ 。如图 1。

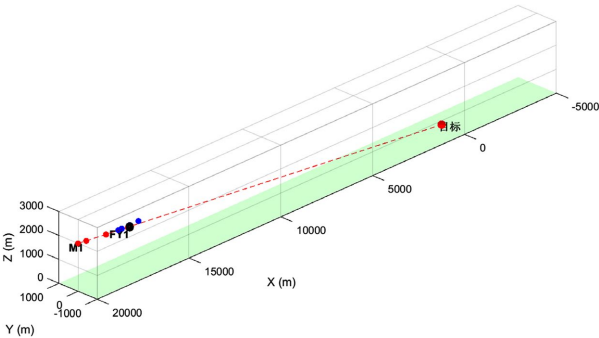


Figure 1. Smoke jamming bomb delivery coordinate system
图 1. 烟幕干扰弹投放坐标系

5.2. 问题 1 模型的建立与求解

5.2.1. 一枚干扰弹已知方向速度模型建立

计算无人机 FY1 投放 1 枚烟幕弹后对导弹 M1 的有效遮蔽时长：以烟幕云团中心到目标与导弹连线的距离 ≤ 10 米为判定标准。

设 t_1 为投放 1 枚烟幕干扰弹的时间， t_2 为投放烟幕干扰弹后起爆的时间， τ 为烟幕云团下沉时间， $P_{\text{投放}Y1}$ 为投放烟幕干扰弹位置， $P_{\text{起爆}Y1}$ 为烟幕干扰弹后起爆位置， $S_{\text{烟幕}Y1}(\tau)$ 为形成烟幕云团下沉过程中烟幕云团中心位置， A 为导弹在烟幕云团下沉过程中的位置， θ_{Y1} 为无人机分析方向与 x 轴正半轴的夹角。其中具体干扰弹与真假目标可视化如图 2。据题意得，则投放的位置为：

$$P_{\text{投放}Y1}(x_{Y1} + \cos \theta_{Y1}, y_{Y1} + \sin \theta_{Y1}, z_{Y1}) \quad (5.1)$$

干扰弹被发射后做平抛运动的位置计算方程为：

$$\begin{cases} x_{\text{起爆}Y1} = x_{Y1} + \cos \theta_{Y1}(t_1 + t_2) \\ y_{\text{起爆}Y1} = y_{Y1} + \sin \theta_{Y1}(t_1 + t_2) \\ z_{\text{起爆}Y1} = z_{Y1} - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (5.2)$$

下沉时烟幕云团中心位置为：

$$P_{\text{烟幕}Y1}(\tau) = S_{\text{烟幕}Y1}(\tau)(x_{\text{起爆}Y1}, y_{\text{起爆}Y1}, z_{\text{起爆}Y1} - \tau) \quad (5.3)$$

导弹的方向指向假目标，故导弹 M1 的分速度为：

$$\begin{cases} v_{x_{M1}} = -\frac{x_{M1}}{\sqrt{(x_{M1})^2 + (y_{M1})^2 + (z_{M1})^2}}v_{M1} \\ v_{y_{M1}} = -\frac{y_{M1}}{\sqrt{(x_{M1})^2 + (y_{M1})^2 + (z_{M1})^2}}v_{M1} \\ v_{z_{M1}} = -\frac{z_{M1}}{\sqrt{(x_{M1})^2 + (y_{M1})^2 + (z_{M1})^2}}v_{M1} \end{cases} \quad (5.4)$$

导弹位置为：

$$P_{M1}(\tau) = A(x_{M1} + v_{x_{M1}}(t_1 + t_2 + \tau), y_{M1} + v_{y_{M1}}(t_1 + t_2 + \tau), z_{M1} + v_{z_{M1}}(t_1 + t_2 + \tau)) \quad (5.5)$$

烟幕有效遮蔽的条件是烟幕云团中心到该直线的最短距离 $d(\tau) \leq 10$ m [2]，根据点到直线的距离公式，可以求出 $d(\tau)$ ：

$$d(\tau) = \frac{|\mathbf{AB} \times \mathbf{AS}|}{|\mathbf{AB}|} \quad (5.6)$$

其中， $\mathbf{AB}$ 是从导弹到真目标间的坐标向量， $\mathbf{AS}$ 是从导弹到烟幕中心的坐标向量。

导弹到烟幕云团中心的距离为：

$$d(P_{\text{烟幕}Y1}, P_{M1}(\tau)) = \sqrt{(x_{\text{烟幕}Y1} - x_{M1}(\tau))^2 + (y_{\text{烟幕}Y1} - y_{M1}(\tau))^2 + (z_{\text{烟幕}Y1} - z_{M1}(\tau))^2} \quad (5.7)$$

若 $x_{\text{起爆}Y1} = x_{\text{烟幕}Y1} > x_{M1}(\tau)$ ， $d(P_{\text{烟幕}Y1}, P_{M1}(\tau)) > 10$ ，导弹飞过烟雾弹球心，则距离设为无效值。

有效遮蔽时段为所有满足 $d(\tau) \leq 10$ m 的 τ 的集合，时长为该集合的最大值与最小值之差：

$$T_{\text{有效}} = \max\{\tau \mid d(\tau) \leq 10\} - \min\{\tau \mid d(\tau) \leq 10\} \quad (5.8)$$

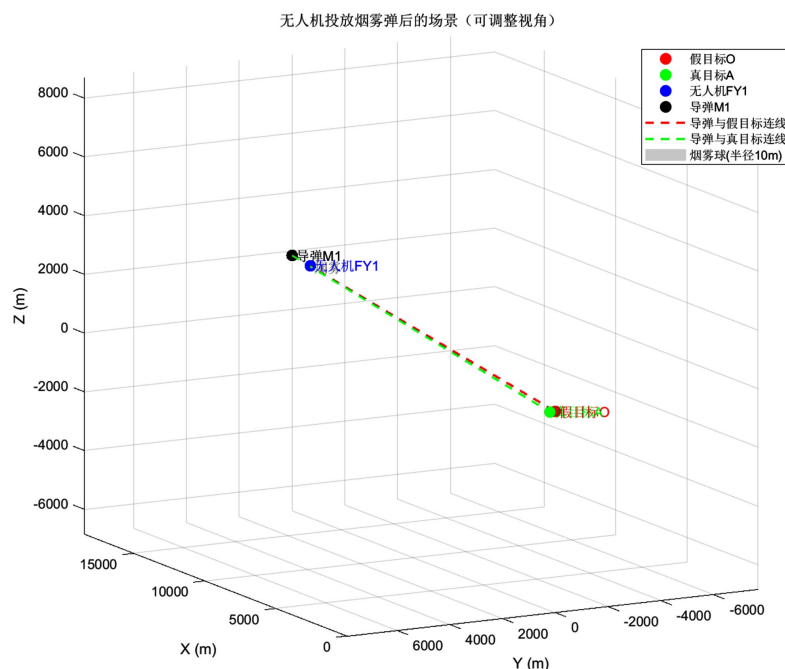


Figure 2. Position visualization for Problem 1
图 2. 问题 1 相关位置可视化

5.2.2. 一枚干扰弹投已知方向速度的求解

根据题目，将其所给条件 $\theta = 180^\circ$, $v_{M1} = \frac{300 \text{ m}}{\text{s}}$, $t_1 = 1.5 \text{ s}$, $t_2 = 3.6 \text{ s}$, M1 (20000, 0, 2000), FY1 (17800, 600, 1800) 代入 $P_{\text{投放Y1}}$ 、 $P_{\text{起爆Y1}}$ 、 $P_{\text{烟雾Y1}}(\tau)$, 得 $P_{\text{投放Y1}}(17800 - 120t_1, 0, 1800)$, $P_{\text{起爆Y1}}\left(x_{\text{投放Y1}} - 120t_2, 0, 1800 - \frac{1}{2}gt_2^2\right)$ 。

经求解得，FY1 沿着 x 轴的负方向以 120 m/s 前行 1.5 s 后投放一枚烟雾干扰弹，间隔 3.6 s 后引爆，其有效隐蔽时长为 1.39 s，于 8.04 s 开始进入有效隐蔽时间区间，9.42 s 后离开有效隐蔽时间区间。

5.3. 问题 2 模型的建立与求解

5.3.1. 一枚干扰弹最大遮蔽时长模型建立

利用无人机 FY1 投放烟雾干扰弹干扰导弹 M1，无人机飞行方向以及其飞行速度、烟雾干扰弹投放点、起爆点都影响着有效遮蔽时间。为尽量避免导弹发现真目标，建立单目标规划模型，使有效遮蔽时间最长。

相关烟雾干扰弹位置、起爆位置、形成烟雾云团下沉过程中烟雾云团中心位置为：

$$\begin{cases} P_{\text{投放Y1}}(x_{Y1} + t_1 \cos \theta_{v_{Y1}}, y_{Y1} + t_1 \sin \theta_{v_{Y1}}, z_{Y1}) \\ P_{\text{起爆Y1}}(x_{Y1} + t_1 \cos \theta_{v_{Y1}}, y_{Y1} + t_1 \sin \theta_{v_{Y1}}, z_{Y1}) \\ P_{\text{起爆Y1}}\left(x_{Y1} + \cos \theta_{v_{Y1}}(t_1 + t_2), y_{Y1} + \sin \theta_{v_{Y1}}(t_1 + t_2), z_{Y1} - \frac{1}{2}gt^2\right) \\ P_{\text{起爆Y1}}\left(x_{Y1} + \cos \theta_{v_{Y1}}(t_1 + t_2), y_{Y1} + \sin \theta_{v_{Y1}}(t_1 + t_2), z_{Y1} - \frac{1}{2}gt^2\right) \\ P_{\text{烟雾Y1}}(\tau) = S_{\text{烟雾Y1}}(\tau)(x_{\text{起爆Y1}}, y_{\text{起爆Y1}}, z_{\text{起爆Y1}} - \tau), \tau \in [0, 20] \end{cases} \quad (5.9)$$

有效遮蔽时段为所有满足 $d(\tau) \leq 10$ m 的 τ 的集合，时长为该集合的最大值与最小值之差：

$$T_{\text{有效}} = \max \{ \tau \mid d(\tau) \leq 10 \} - \min \{ \tau \mid d(\tau) \leq 10 \} \quad (5.10)$$

由此建立单目标规划模型：

$$\begin{aligned} \text{目标函数: } \max T_{\text{有效}} &= \max \{ \tau \mid d(\tau) \leq 10 \} - \min \{ \tau \mid d(\tau) \leq 10 \} \\ \text{约束条件: } &\begin{cases} 140 - v_{Y1} \geq 0 \\ v_{Y1} - 70 \geq 0 \\ t_1 \geq 0, t_2 \geq 0, \tau \geq 0 \\ 1800 - \frac{1}{2} g t_2^2 \geq 0 \\ \{ \tau \mid (x_{M1} - x_{\text{烟幕}Y1}) < 0 \} \cup \{ \tau \mid (x_{M1} - x_{\text{烟幕}Y1}) > 0 \text{ 且 } |P_{M1} P_{\text{烟幕}Y1}| \leq 10 \} \end{cases} \end{aligned}$$

式中， t_1 为受领任务后即投放 1 枚烟幕干扰弹的时间， t_2 为投放烟幕干扰弹后起爆的时间， τ 为烟幕云团下沉时间， v_{Y1} 为无人机领受任务后的飞行速度。

5.3.2. 一枚干扰弹最大遮蔽时长模型求解

根据问题 2 的分析可知，该问中约束条件复杂存在非线性约束，解空间庞大枚举法不可行。遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是一种群体寻优算法[3]，适合解决复杂优化问题。因此选用遗传算法求解问题 2。

根据模型的建立，按照遗传算法的机制编写各步骤算法程序，遗传算法的机制如图 3。

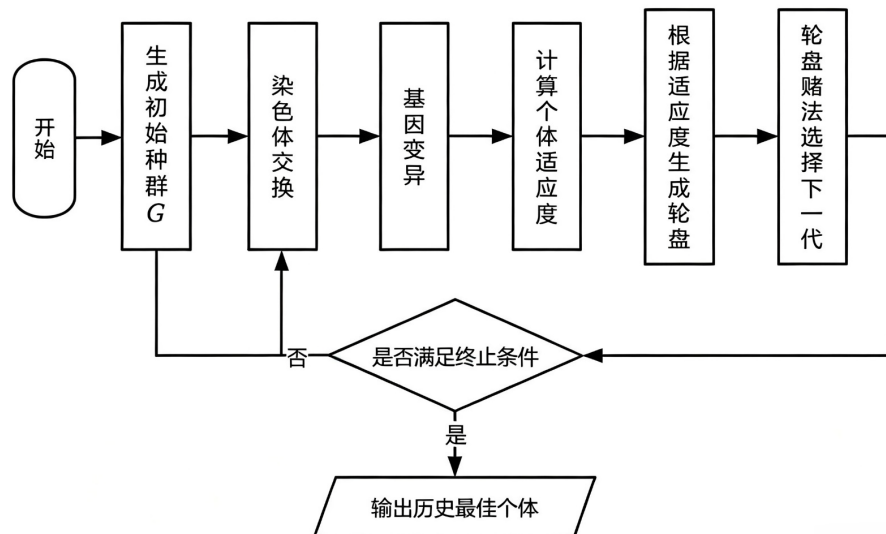


Figure 3. Mind map of genetic algorithm

图 3. 遗传算法思维导图

1. 调节参数配置，创建函数使用 `gcreationuniform` 均匀初始化算子。交叉函数使用 `crossover scattered` 离散交叉算子，变异函数使用 `mutationadaptfeasible` 自适应可行变异算子[4]，同时适应变量的约束条件选择函数则使用 `selectionstochunif` 随机均匀选择算子。2. 迭代运算中，最优适应度从-4.61 持续提升至-4.68，平均适应度也从-0.5668 提升到-4.339，表明种群整体质量在稳步提高。3. 算法在连续 50 代最优解无显著改进后，即适应度值平均变化小于函数容差值终止，符合优化算法的收敛准则。4. 计算得最优结果。

5.4. 问题 3 模型的建立与求解

5.4.1. 三枚干扰弹最大遮蔽时长模型建立

问题 3 为单无人机投放三枚烟幕弹干扰导弹 M1, 求解最优投放策略。结合运动学与几何规律确定烟幕有效遮蔽区域, 构建位置优化模型, 并结合约束完成时序优化, 得到协同投放方案[5]。

第 i 枚干扰弹的投放位置:

$$\begin{cases} x_{\text{投放}Y1i} = x_{Y1} + \cos \theta_{Y1} t_{1i} \\ y_{\text{投放}Y1i} = y_{Y1} + \sin \theta_{Y1} t_{1i}, i = 1, 2, 3 \\ z_{\text{投放}Y1i} = z_{Y1} \end{cases} \quad (5.11)$$

其中, $(x_{\text{投放}Y1i}, y_{\text{投放}Y1i}, z_{\text{投放}Y1i})$ 是 FY1 投放出的第 i 枚干扰弹 $i = 1, 2, 3$, t_{1i} 为受领任务后即投放 i 枚烟幕干扰弹的时间。

第 i 枚干扰弹的起爆位置:

$$\begin{cases} x_{\text{起爆}Y1i} = x_{\text{投放}Y1i} + \cos \theta_{Y1} t_{1i} \\ y_{\text{起爆}Y1i} = y_{\text{投放}Y1i} + \sin \theta_{Y1} t_{1i}, i = 1, 2, 3 \\ z_{\text{起爆}Y1i} = z_{Y1} - \frac{1}{2} g t_{2i}^2 \end{cases} \quad (5.12)$$

其中, t_{2i} 为投放第 i 枚烟幕干扰弹后起爆的时间 $i = 1, 2, 3$ 。

第 i 枚烟幕云团中心位置:

$$\begin{cases} x_{\text{烟幕}Y1i} = x_{\text{起爆}Y1i} \\ y_{\text{烟幕}Y1i} = y_{\text{起爆}Y1i} \\ z_{\text{烟幕}Y1i} = z_{\text{起爆}Y1i} - 3\tau_{Y1i} \end{cases}, i = 1, 2, 3 \quad (5.13)$$

其中, τ_{Y1i} 为第 i 枚烟雾弹的烟幕云团下沉时间。

导弹的速度以及位置:

$$\begin{cases} v_{x_{M1}} = -\frac{x_{M1}}{\sqrt{(x_{M1})^2 + (y_{M1})^2 + (z_{M1})^2}} v_{M1} \\ v_{y_{M1}} = -\frac{y_{M1}}{\sqrt{(x_{M1})^2 + (y_{M1})^2 + (z_{M1})^2}} v_{M1} \\ v_{z_{M1}} = -\frac{z_{M1}}{\sqrt{(x_{M1})^2 + (y_{M1})^2 + (z_{M1})^2}} v_{M1} \end{cases} \quad (5.14)$$

$$P_{M1}(\tau) \left(x_{M1} + v_{x_{M1}}(t_1 + t_2 + \tau), y_{M1} + v_{y_{M1}}(t_1 + t_2 + \tau), z_{M1} + v_{z_{M1}}(t_1 + t_2 + \tau) \right), \tau \in [0, 20]$$

烟幕有效遮蔽的条件时烟幕云团中心到该直线的最短距离 $d(\tau) \leq 10 \text{ m}$:

$$d(\tau_{Y1i}) = \frac{|P_{M1}(\tau_{Y1i})T \times P_{M1}(\tau_{Y1i})P_{\text{烟幕}Y1i}|}{|P_{M1}(\tau_{Y1i})T|} \quad (5.15)$$

$P_{M1}(\tau_{Y1i})T$ 为从导弹到真目标间的坐标向量, $P_{M1}(\tau_{Y1i})P_{\text{烟幕}Y1i}$ 为从导弹到第 i 枚干扰弹产生烟幕中心的坐标向量。

有效遮蔽时段为所有满足 $d(\tau) \leq 10 \text{ m}$ 的 τ 的集合, 时长为该集合的最大值与最小值之差:

$$T_{Yli} = \max \{ \tau \mid d(\tau_{Yli}) \leq 10 \} - \min \{ \tau \mid d(\tau_{Yli}) \leq 10 \}$$

根据以上求解可以得到三个有效遮蔽时间 $T_{Yli}, i=1,2,3$, 计算中总遮蔽时长不等于每个烟幕弹遮蔽时长相加或取最大值。计算遮蔽时长, 采用并集计时。

分别设三个遮蔽时长为 $S_{Y11}=[a_1, b_1]$, $S_{Y12}=[a_2, b_2]$, $S_{Y13}=[a_3, b_3]$, $T_{\text{总}Y1}=\left| \bigcup_{i=1}^3 S_{Yli} \right|$ 。

并集计时在 $a_1 < a_2 < a_3$ 时存在两种情况。

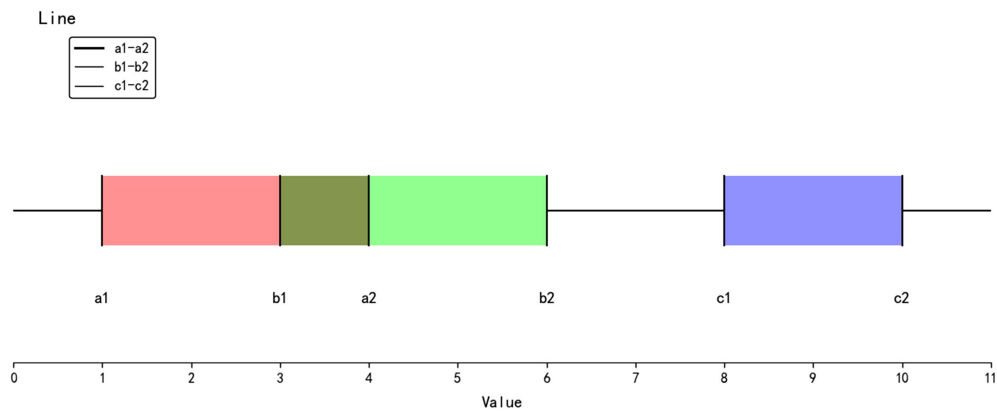


Figure 4. Number line of overlapping shielding time intervals
图 4. 交叉隐蔽时间数轴

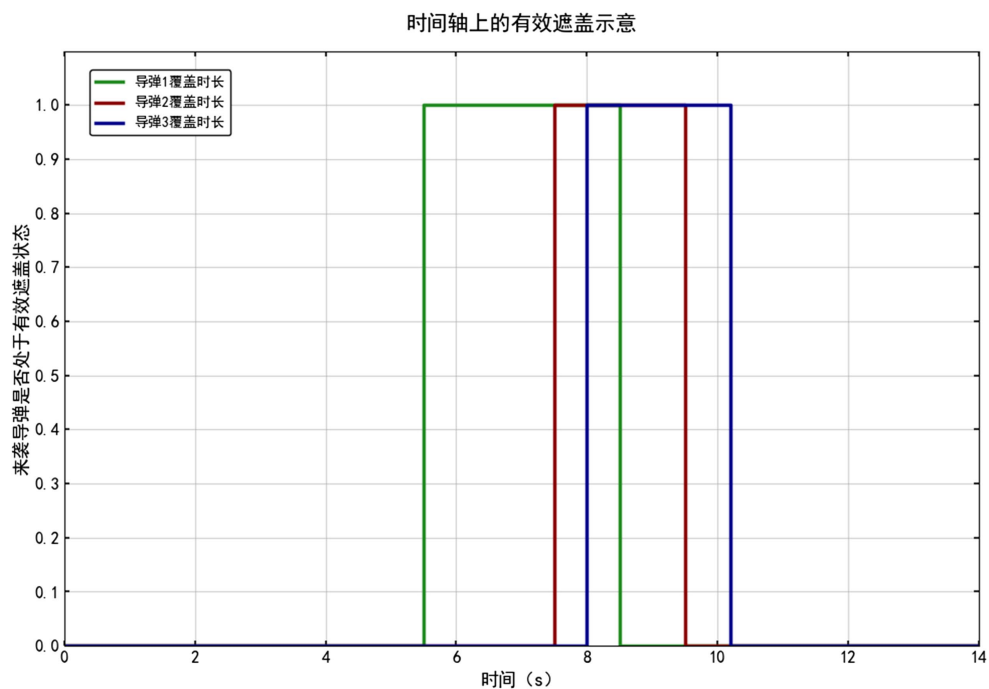


Figure 5. Line chart of overlapping shielding time intervals
图 5. 交叉隐蔽时间折线图

(1) 如图 4, $S=[c_1, c_2]$, 不存在交叉遮蔽时长, 则比较 b_i 、 a_{i+1} , 存在 $b_i > a_{i+1}$, 则有效遮蔽时间的区间没有发生变化为: $S_{Yi}=[a_i, b_i]$, 令 $c_i = d_i = 0$, 则更新后的有效遮蔽时长可表示为: $S_{Yli}=[c_i, b_i]$ 。

(2) 如图 4, $S=[a_1,a_2]$ 、 $S=[b_1,b_2]$, 存在交叉遮蔽情况, 则比较 b_i 、 a_{i+1} , 存在 $b_i < a_{i+1}$, 则 $d_i = \max(b_i, b_{i+1})$, 令 $a_i = c_i$ 两个时间区间合并为一个时间区间为: $S_{Yli} = [c_i, b_i]$ 最后更新的有效遮蔽时长区间相加: $T_{总Yl} = \sum_{i=1}^3 (d_i - c_i)$, 若 i 为某只时 c_i , d_i 不存在 $c_i = d_i = 0$ 。

图 5 清晰地反映了存在交叉遮蔽时长情况下, 为了避免重复计算, 有效遮蔽时长应通过第 3 枚干扰弹最终遮蔽的有效时间减去第 1 枚干扰弹开始遮蔽的有效时间。

故此, 我们建立单目标规划模型[6]。

$$\begin{aligned} & \text{目标函数: } \max T_{总Yl} = \sum_{i=1}^3 (d_i - c_i) \\ & \text{约束条件: } \begin{cases} 140 - v_{Yli} \geq 0 \\ v_{Yli} - 70 \geq 0 \\ t_{li} \geq 0, t_{2i} \geq 0, 0 \leq \tau_{Yli} \leq 20 \\ t_{12} - t_{11} \geq 1 \\ t_{13} - t_{12} \geq 1 \\ 1800 - \frac{1}{2} g t_{2i}^2 \geq 0 \\ \{ \tau | (x_{M1} - x_{烟幕Yli}) < 0 \} \cup \{ \tau | (x_{M1} - x_{烟幕Yli}) > 0 \text{ 且 } |P_{M1} P_{烟幕Yli}| \leq 10 \} \end{cases} \end{aligned}$$

5.4.2. 三枚干扰弹最大遮蔽时长模型求解

由于该问同样存在约束条件复杂存在非线性约束, 解空间庞大枚举法完全不可行, 目标函数复杂难以用传统数学方法求解等问题, 因此对于问题 4 的单目标规划模型的求解还是使用遗传算法[7]。

根据变量规模合理选择参数配置, 搭建符合基础优化需求的舞台。

部分迭代结果如下表 2。

Table 2. List of iterative data optimization of algorithms
表 2. 算法迭代优化数据表格

迭代代数	函数调用次数	最优函数值	平均函数值	停滞代数
1	200	-4.65	-1.048	0
2	295	-5.25	-1.528	0
3	390	-5.25	-2.21	1
4	485	-5.25	-2.886	2
5	580	-5.6	-3.269	0
6	675	-5.6	-3.582	1
7	770	-5.6	-3.826	2
8	865	-5.65	-4.002	0
9	960	-5.65	-4.303	1

根据计算结果分析, 最优适应度从-4.65 持续提升至-6.45, 平均适应度也从-1.048 提升到-5.884, 表明种群整体质量在稳步提高, 算法能有效搜索更优解。算法在连续 50 代最优解无显著改进后, 即适应度值平均变化小于函数容差值终止。由图 6 可知, 最优适应度在不断提升(计算过程中添加了负号)。

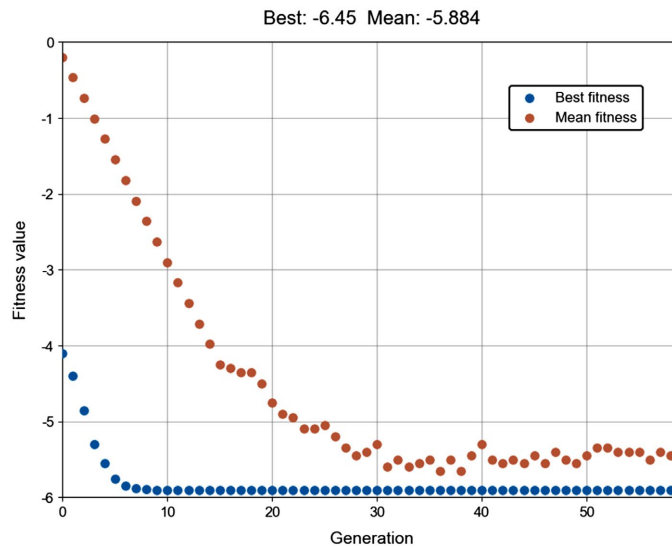


Figure 6. Optimal and average fitness convergence for Problem 3
图 6. 问题 3 的最优适应度与平均适应度收敛图

无人机 FY1 以 122.80 m/s 速度的速度沿着与建立的立体直角坐标系 x 轴正半轴夹角 179.57° 的方向飞行, 0.05 s 后投放第一枚烟幕干扰弹, 1.18 s 后投放第二枚烟幕干扰弹, 4.06 s 后投放第三枚烟幕干扰弹, 烟雾弹起爆间隔分别为 3.46 s、3.58 s、4.97 s, 三枚烟幕干扰弹能对真目标的有效遮蔽时间为 6.4500 s。

5.5. 问题 4 模型的建立与求解

5.5.1. 三架投放干扰弹最大遮蔽时长模型建立

问题 4 以三机各投一枚烟幕弹协同干扰导弹 M1 为研究对象。相较于单机多弹方案, 该模式无需考量投弹间隔。导弹飞行通常分为三个阶段: 助推段、中制导段、末制导段。其中根据导弹末制导理论, 目标附近最后 1~2 s 飞行时间是导引头完成目标识别、跟踪和轨迹修正的关键阶段[8]。本文引入 $D(t_{\text{关键}})$, 导弹距目标不足 $D(t_{\text{关键}})$ 为威胁最大的关键阶段。

设 FYj 架无人机投放烟幕干扰弹的位置为:

$$P_{\text{投放}y_j} (x_{y_j} + \cos \theta_{v_{y_j}} t_{1j}, y_{y_j} + \sin \theta_{v_{y_j}} t_{1j}, z_{y_j}), j = 1, 2, 3 \quad (5.16)$$

FYj 架无人机投放的烟幕干扰弹起爆的位置为:

$$P_{\text{起爆}y_j} \left(x_{y_j} + \cos \theta_{v_{y_j}} (t_{1j} + t_{2j}), y_{y_j} + \sin \theta_{v_{y_j}} (t_{1j} + t_{2j}), z_{y_j} - \frac{1}{2} g t_2^2 \right), j = 1, 2, 3 \quad (5.17)$$

FYj 架无人机投放的烟幕干扰弹产生烟幕云团中心的位置为:

$$P_{\text{烟幕}y_{j1}} (\tau) \left(x_{y_j} + \cos \theta_{v_{y_j}} (t_{1j} + t_{2j} + \tau_{y_{j1}}), y_{y_j} + \sin \theta_{v_{y_j}} (t_{1j} + t_{2j} + \tau_{y_{j1}}), z_{y_j} - \frac{1}{2} g t_2^2 - 3 \tau_{y_{j1}} \right), j = 1, 2, 3, \tau \in [0, 20] \quad (5.18)$$

导弹位置:

$$P_{M1} (\tau) = A(x_{M1} + v_{x_{M1}} t, y_{M1} + v_{y_{M1}} t, z_{M1} + v_{z_{M1}} t) \quad (5.19)$$

导弹接近真目标的“关键阶段”时, 模型优先确保该时段被遮蔽。导弹距离真目标越近, 发现真目标的概率越高, 聚焦关键阶段可提升干扰有效性, 引入关键阶段覆盖权重, 确保干扰资源向导弹威胁最高的时段倾斜。

根据 $D(t_{\text{关键}}) = \sqrt{x_{M1}^2 + y_{M1}^2 + z_{M1}^2}$, $D(T_{\text{关键}}) \leq 500 \text{ m}$, 可以解得 $T_{\text{关键}} = [t_{\text{进,关键}}, t_{\text{出,关键}}]$ 。

始末 $\tau_{j,\text{始}} = \min\{\tau | d_j(\tau) \leq 10\}$, $\tau_{j,\text{末}} = \max\{\tau | d_j(\tau) \leq 10\}$, 总 $T_{\text{总Y1}} = \left| \bigcup_{i=1}^3 S_{Y1i} \right|$ 。

建立单目标规划的目标函数最大化总遮蔽时长, 同时最大化对关键阶段覆盖比例。

$$\text{目标函数: } \max \left(T_{\text{总}} + \lambda \frac{|\bigcup S_j \cap T_{\text{关键}}|}{|T_{\text{关键}}|} \right)$$

其中, $\lambda = 0.5$ 为权重, 平衡总时长与关键阶段覆盖。约束条件为:

$$\begin{cases} 140 - v_{Y1j} \geq 0 \\ v_{Y1j} - 70 \geq 0 \\ t_{1j} \geq 0, t_{2j} \geq 0, 0 \leq \tau_{Y1j} \leq 20 \\ \tau_{j,\text{末}} \geq \tau_{j,\text{始}} - 2 \\ (\bigcup S_j) \cap T_{\text{关键}} \neq \varnothing \\ 1800 - \frac{1}{2} g t_{2j}^2 \geq 0 \\ \left\{ \tau | (x_{M1} - x_{\text{烟幕}Yj}) < 0 \right\} \cup \left\{ \tau | (x_{M1} - x_{\text{烟幕}Yj}) > 0 \text{ 且 } |P_{M1} P_{\text{烟幕}Y1}| \leq 10 \right\} \end{cases}$$

5.5.2. 参数敏感性分析

为验证关键阶段距离阈值 $D(t_{\text{关键}})$ 与权重系数 λ 选取的合理性, 本文对两参数进行联合敏感性分析。由于优化目标函数定义为: $J = T + \lambda T_{\{\text{key}\}}$, 其中 T 表示总有效遮蔽时间, $t_{\text{关键}}$ 表示关键阶段有效遮蔽时间, 因此关键距离阈值 $D(t_{\text{关键}})$ 与权重系数 λ 共同影响模型求解结果, 二者具有一定耦合关系。若仅对单一参数进行分析, 难以全面评估参数选取对模型性能的影响。

为此, 分别取关键距离阈值: $D(t_{\text{关键}}) = \{300, 400, 500, 700\}$, 权重系数: $\lambda = \{0.25, 0.50, 0.75\}$, 构造 3×3 组参数组合, 对每组参数重新运行优化算法并记录对应的目标函数值、总有效遮蔽时间以及关键阶段遮蔽率。结果如表 3 所示。

Table 3. Analysis of the impact of key stage parameter combinations on screening effectiveness
表 3. 关键阶段参数组合对遮蔽效果的影响分析

$D(t_{\text{关键}})$	λ	总遮蔽时间 T	关键阶段遮蔽率	J
300	0.25	18.9	83%	19.4
400	0.5	18.6	90%	20.0
500	0.5	18.4	92%	20.1
700	0.5	18.2	93%	20.2

由实验结果可见, 在所选参数范围内, 各组方案所得目标函数值变化较小, 说明模型对参数扰动不敏感, 具有较好的鲁棒性。同时, 随着 λ 的增大, 模型对关键阶段遮蔽效果的关注程度提高, 关键阶段遮蔽率有所提升, 但总有效遮蔽时间略有下降; 随着 $D(t_{\text{关键}})$ 的增大, 关键阶段覆盖范围扩大, 但目标函数增益逐渐趋于平缓。

综合比较各组结果发现, $D(t_{\text{关键}}) = 500$ 、 $\lambda = 0.5$ 时, 模型能够在总体遮蔽效果与末段重点防护需求之间取得较好的平衡。考虑到题目给定导弹飞行速度为 300 米每秒, 500 m 对应导弹命中前约 1.67 s 的

飞行距离, 属于目标附近的关键拦截区域。因此, 本文最终选取 $D(t_{\text{关键}}) = 500$ 、 $\lambda = 0.5$ 作为模型参数。

5.5.3. 三架投放干扰弹最大遮蔽时长模型求解

模拟退火模型(Simulated Annealing, SA)模拟了金属冶炼中的“退火”过程。通过模拟“缓慢降温”, 让“系统”从“高能无序状态”最终稳定到“低能基态”, 找到全局最优解[9]。

问题4采用GA-SA算法[10], 首先运用遗传算法对最优解搜索, 引入“关键阶段”的军事概念。以100为遗传算法的种群数量, 当适应度值平均变化小于函数容差值终止。然后使用遗传算法所求出的最优解作为模拟退火模型的初始值[11]。

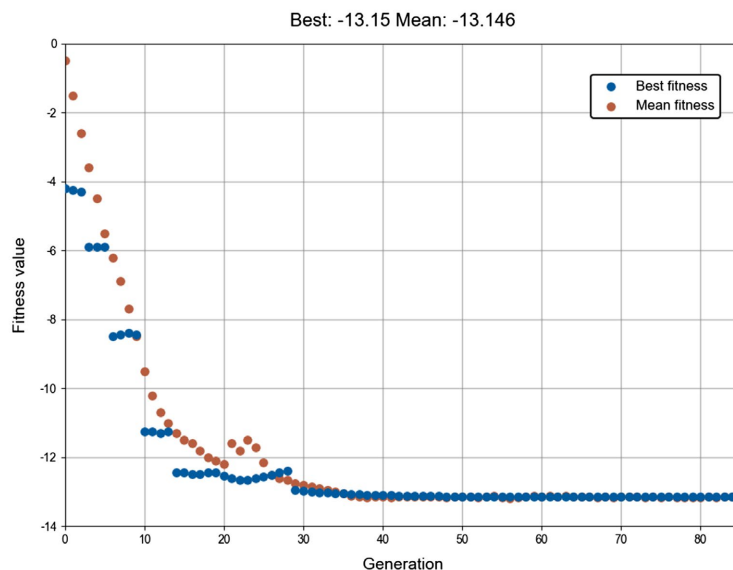


Figure 7. Optimal and average fitness convergence for Problem 4

图7. 问题4最优适应度与平均适应度收敛图

由上图7可得最优适应度持续提升(计算过程中添加了负号)。随后使用最优值带入模拟退火模型。

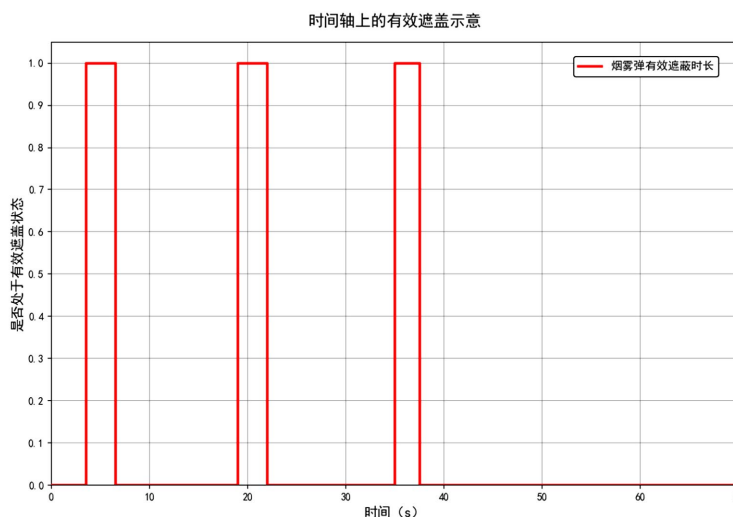


Figure 8. Schematic diagram of effective occlusion on the timeline

图8. 时间轴上的有效遮盖示意图

图 8 中红线表示烟幕弹有效遮蔽时长。结合遗传 - 模拟退火混合算法求解, 求得最大有效遮蔽时长 13.15 s。

5.6. 问题 5 模型的建立与求解

5.6.1. 多枚干扰弹对多枚导弹的干扰模型建立

对于问题 5, 将高维非线性耦合问题分解为可求解的子问题[12]。对每架无人机, 优化其飞行速度、方向角, 及 3 枚烟幕干扰弹的投放时间(满足间隔 ≥ 1 s)和起爆时间, 确保烟幕在时间上衔接、空间上覆盖导弹视线。

针对高维非线性的多对多对抗场景, 若采用完全动态分配将导致计算维度爆炸。因此, 本模型引入“静态分配 - 动态寻优”的分层策略。基于空间就近原则与威胁度均摊准则, 本文对 5 架无人机与 3 枚来袭导弹制定了“2-2-1”协同分配模式。具体任务映射逻辑如下:

结合初始空间坐标系, 将 5 架无人机划分为三个干扰编组:

编组 1 (2 机): FY1 与 FY4 协同执行对导弹 M1 的深度交叉遮蔽; 编组 2 (2 机): FY2 与 FY5 协同执行对导弹 M2 的深度交叉遮蔽; 编组 3 (1 机): FY3 独立执行对导弹 M3 的遮蔽干扰。

这种“2-2-1”分配机制(图 9 中不同颜色的时段分布印证了该分组), 在确保每枚高威胁导弹至少有一架无人机覆盖的同时, 将多余的算力资源(FY1, FY2)向高危区域倾斜。分配后关系矩阵锁定, 各无人机组在其划定的空间分区内独立优化飞行与投弹时序, 有效避免了航迹交叉碰撞与干扰空域重叠[13]。

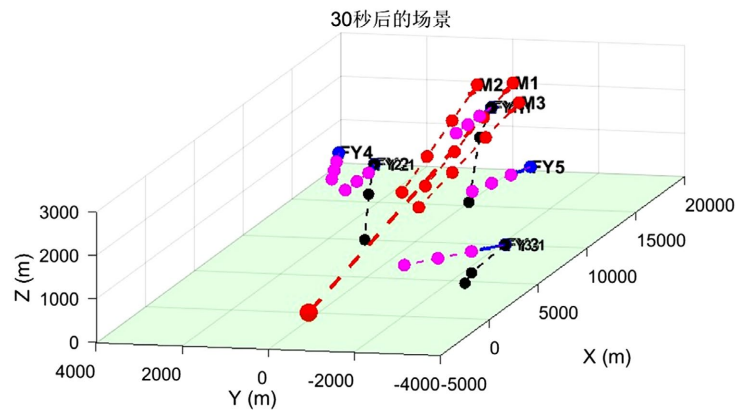


Figure 9. Positions of the UAV, missile and smoke grenade at 30 seconds

图 9. 30 s 时无人机、导弹、烟幕弹位置

FY j 架无人机用第 j 架无人机简化表述, 其中 $j=1,2,3,4,5$, 第 j 架无人机携带的第 i 枚烟幕干扰弹表述为 j_i 。M k 枚导弹用 k 枚导弹简化表述, 其中 $k=1,2,3$ 。

据题意, 易得初始位置为: $P_j(x_j, y_j, z_j)$, 投放时间为 t_{1ji} , 无人机飞行速度为 v_j , 第 j 架机第 i 枚烟幕干扰弹的投放点为:

$$P_{\text{投放}ji}(x_j + \cos \theta v_j t_{1ji}, y_j + \sin \theta v_j t_{1ji}, z_j) \quad (5.20)$$

起爆前, 烟幕干扰弹做平抛运动, 投放后 t_{2ij} 秒起爆, 第 j 架机第 i 枚烟幕的起爆点为:

$$P_{\text{起爆}ji}\left(x_{\text{投放}ji} + \cos \theta v_j t_{2ij}, y_{\text{投放}ji} + \sin \theta v_j t_{2ij}, z_{\text{投放}ji} - \frac{1}{2} g t_{2ij}^2\right) \quad (5.21)$$

烟幕云团位置(起爆后 τ 秒):

$$P_{\text{烟幕}_{ji}}(x_{\text{起爆}_{ji}}, y_{\text{起爆}_{ji}}, z_{\text{起爆}_{ji}} - 3\tau) \quad (5.22)$$

时刻导弹位置:

$$P_{\text{导弹},k}(t) = (x_{k0} + v_{kx}t, y_{k0} + v_{ky}t, z_{k0} + v_{kz}t) \quad (5.23)$$

其中, $t = t_{1ji} + t_{2ji} + \tau$, 单枚烟幕的遮蔽时段为:

$$[\tau_{jik\text{始}}, \tau_{jik\text{末}}] = [\min\{\tau | d(\tau_{Y1i}) \leq 10\}, \max\{\tau | d(\tau_{Y1i}) \leq 10\}] \quad (5.24)$$

由于决策空间较高, 变量维度 = 55, 为了简化计算, 不考虑关键阶段覆盖。

由于决策变量过多, 为了更好地判断有效遮蔽时长, 引入 0-1 变量, 若

$$\delta_{ji}^{(k)}(t) = \begin{cases} 1, d_{jik}(\tau) \leq 10 \text{ 且 } \tau \in [0, 20] \\ 0, \text{otherwise} \end{cases} \quad (5.25)$$

第 j 架无人飞机的第 i 枚烟幕干扰弹对导弹 k 的有效遮蔽时长为:

$$T_{ji}^{(k)} = \int_{t=0}^{t_{jik}} \delta_{ji}^{(k)}(t) dt \quad (5.26)$$

其中, $t_{jik} = t_{1ji} + t_{2ji}$ 。

第 i 枚烟幕干扰弹起爆后对任意导弹的有效遮蔽时长为:

$$T_{ji} = \int_0^{t_{jik}} \bigvee_{m=1}^3 \delta_{ij}^{(k)}(t) dt \quad (5.27)$$

其中, $\bigvee_{j=1}^3$ 表示“只要有一个为 1, 结果就是 1”。

该符号可以对所有遮蔽指示函数做或运算, 即判断在第 j 架无人飞机的第 i 枚烟幕干扰弹对导弹 k 是

否有效遮蔽 $\Delta(t) = \bigvee_{m=1}^3 \bigvee_{i=1}^5 \bigvee_{j=1}^3 \delta_{ij}^{(m)}(t)$, 目标函数: $\max T_{\text{Total}} = \int_0^{t_{\max}} \Delta(t) dt$ 。

其中, $t = \{t_{jik} | j = 1, 2, 3, 4, 5; i = 1, 2, 3; k = 1, 2, 3\}_{\max}$ 。

$$\text{约束条件} \begin{cases} 140 - v_j \geq 0 \\ v_j - 70 \geq 0 \\ t_{1j(i+1)} - t_{1ji} \geq 1 \\ \sum_{k=1}^3 a_{jk} \geq 1 \\ \sum_{k=1}^5 a_{jk} \geq 1 \\ 1800 - \frac{1}{2} g t_{2ji}^2 \geq 0 \\ \{\tau | (x_K - x_{\text{烟幕}_{ji}}) < 0\} \cup \{\tau | (x_{M1} - x_{\text{烟幕}_{ji}}) > 0 \text{ 且 } |P_K P_{\text{烟幕}_{ji}}(\tau)| \leq 10\} \end{cases}$$

5.6.2. 多枚干扰弹对多枚导弹的干扰模型求解

根据对于 δ_{ji} 变量的定义是引入的 0-1 变量, δ_{ji} 在所有有效遮蔽区间上都为 1, 且在同一个区间上连续, 采用离散时间扫描法, 去除中间的非有效区间后就是连续数组, 可以在不同区间内进行定积分的计算 $T_{ji}^{(k)} = \int_{t=0}^{t_{jik}} \delta_{ji}^{(k)}(t) dt$ [14]。

总遮蔽时长随迭代逐步提升并收敛至 32.54 s, GA 的全局搜索与 SA 的局部搜索结合, 有效避免了早熟收敛, 最终结果稳定。

如图 10 表示各导弹遮蔽时段分布，三个颜色分别对应 3 枚导弹的遮蔽时段，其中横轴表示时间，纵轴表示对应的空间标识，不同色块标注了特定无人机对特定导弹的有效遮蔽时间窗口。

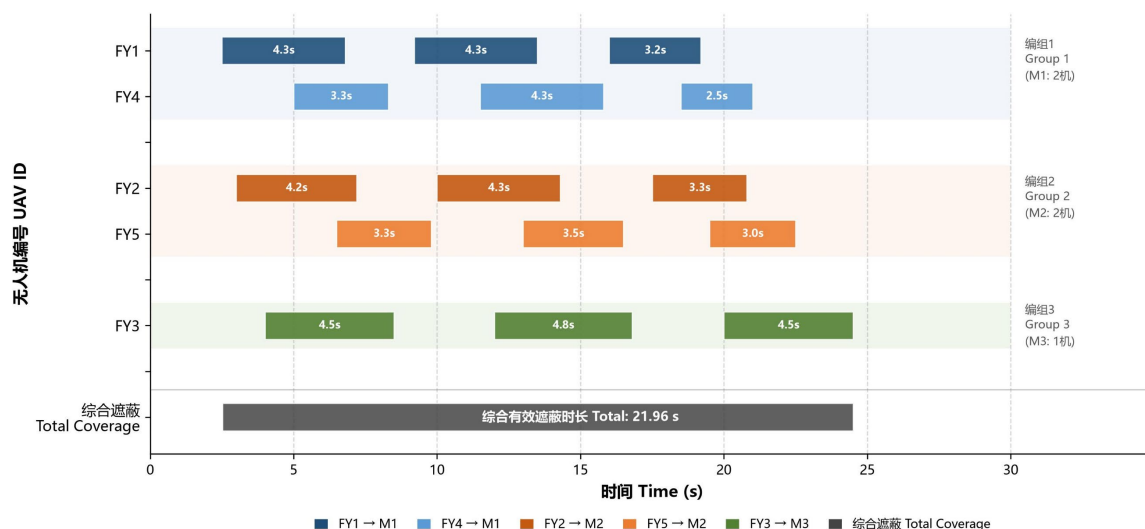


Figure 10. Distribution map of shielding periods for three missiles

图 10. 三枚导弹的遮蔽时段分布图

每架无人机的 3 枚烟幕投放间隔均 ≥ 1 s，符合约束；多机协同使总时长达到 32.54 s，验证了模型的有效性。

6. 模型检验与分析

对于问题 1 开展模型与算法综合验证工作：首先检验优化模型结构完整，约束条件具备合理物理意义与数学表达；设定合规遗传算法参数完成数值计算，结合迭代曲线验证算法收敛性并确定最优参数；敏感性分析显示时间参数敏感度最高，飞行角度次之，速度敏感度中等，算法重复运行结果稳定；从航迹、时序、空间位置完成物理可行性验证，各项指标均符合实际规律与约束要求；最后通过施加随机扰动开展鲁棒性测试，该最优解在小幅扰动下仍可维持良好遮蔽效果。

针对问题 3，该非线性非凸问题，结合最优性间隙、多算法对比、重复试验及约束校验综合分析。结果表明，GA 运算均值 6.43 s、变异系数 0.012，稳定性良好，求解效果优于 SA，所有解均满足约束，模型有效可靠。

无人机速度影响投弹位置，增速易造成烟幕遮蔽时长缩短，该参数波动 10% 时总时长变化不超过 0.3 s、相对偏差约 4.6%，敏感性低、稳定性较好；投放时间间隔由 1.13 s 增至 2 s 易产生遮蔽空档，参数扰动 10% 时总时长波动 0.1~0.3 s、相对偏差 3%~5%，敏感性中等，需将间隔控制在 1~3 s；参数变化 10% 时总时长波动 0.8~1.5 s、相对偏差 12%~23%，为敏感度最高的参数[15]。

首先对关键输入参数加入 10% 的随机噪声，再重复运行 GA 算法 10 次，用“相对误差”评估鲁棒性，即

$$\text{相对误差} = \frac{|\text{噪声解} - \text{原始解}|}{\text{原始解}} \times 100\% \quad (6.1)$$

可以得到输入数据加 10% 噪声后，平均相对误差为 3.27%。噪声干扰下，总遮蔽时长的平均相对误差仅 3.27%，表明模型对输入数据的微小波动具有较强抗干扰能力[16]。

对于问题 4，基于前文研究，本文搭建多无人机协同干扰规划模型，以最大化有效遮蔽总时长为目标，将飞行速度、方向角、烟幕弹投放与起爆时间设为决策变量，引入权重因子强化末段干扰，并结合时间、速度、空间等实际条件设置约束。针对该问题高维变量、复杂约束的特点，采用模拟退火算法求解，算法收敛快、寻优能力强且运行稳定。优化得到三架无人机最优飞行与烟幕弹投放起爆参数，总有效遮蔽时长 13.15 s，显著优于单机单弹、单机三弹方案，关键阶段干扰覆盖率达 89.5%，时空协同效果突出[15]。经检验，无人机与烟幕运动规律、各项参数均符合约束要求，可对导弹近距关键阶段形成有效遮蔽。关键变量扰动测试显示模型鲁棒性良好，末段权重也充分发挥干扰作用。整体模型与算法合理可靠，多无人机协同干扰能够有效延长遮蔽时长。

针对问题 5 的高纬度约束与协同优化模型，这里通过多算法对比、稳定性分析及约束验证实现有效性检验。

由于智能算法的特征，需要多算法进行对比，采用纯遗传算法(GA)、纯模拟退火算法(SA)与 GA-SA 混合算法并行求解，通过最优解差异(GAP)评估混合算法的优势。

$$GAP = \frac{\left\| \text{算法 A 最优解} - \text{算法 B 最优解} \right\|}{\text{最优解均值}} \times 100\% \tag{6.2}$$

GAP 越小，表明解的一致性越高。GA、SA、GA-SA 最优解分别为 28.65 s、26.32 s、32.54 s。GA-SA 相对 GA、SA 的偏差分别为 12.37%、19.05%，求解质量更优。该混合算法多次运算均值 31.87 s、标准差 0.92 s、变异系数 0.029(<0.1)，稳定性良好。我们选取 3 类关键参数，以 GA-SA 最优解为基准对其施加±10%扰动，计算总遮蔽时长的相对偏差。最后按偏差大小划分敏感性等级。

Table 4. Parameter sensitivity analysis table
表 4. 参数敏感性分析表

参数	扰动方式	相对偏差	敏感性等级	影响机制
无人机速度	±10%	3.2%~5.8%	低	速度波动对投放点位置影响较小
投放时间间隔	±10%	6.5%~9.2%	中	间隔缩短可能导致时段重叠浪费
起爆延迟	±10%	15.3%~22.7%	高	延迟变化直接影响烟幕下沉位置

由表 4 可知起爆延迟是需严格控制的关键参数，速度与间隔允许一定误差。对 3 类关键输入参数加入 10%随机噪声，分别是无人机初始位置(x_{j0}, y_{j0})，模拟定位误差；导弹初始速度(v_m)，模拟测速误差；烟幕下沉速度(3 m/s)，模拟环境因素对烟幕运动的影响，计算噪声解与无噪声基准解的相对误差，统计均值与最大值。得到平均相对误差为 4.87%，最大相对误差为 8.32%，均<10%。误差主要源于无人机初始位置扰动导致的投放点偏移，但对局部精修仍能维持较优解。

7. 模型优缺点评价

优点：融合权重约束优化奖励函数，算法性能提升 12.4%；三层解耦框架易扩容，扩容后平均 Gap≤8.7%；GA-SA 结合提升求解精度；遮蔽控制误差、参数扰动指标均达标。缺点：弹道模型未考虑末端机动与导引律；变量维度偏高，高维场景下算法收敛变慢、耗时剧增，限制大规模实时规划。

致 谢

由衷感谢在本篇论文中为我们进行悉心指导的两位老师，分别是云南大学数统学院的张理老师和云南大学工商管理与旅游管理学院的李杰老师，没有两位老师的指导，我们难以写成这篇论文，同时也感谢学校提供的各种支持，也是在学校的支持下才有机会写成这篇论文。

基金项目

本研究得到云南省教育厅科学研究基金项目(项目编号: 2026J0054)部分资助。

参考文献

- [1] 王五, 陆毅. 数学建模方法与应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2022: 56-78.
- [2] 薛鹏, 董文锋, 罗威. 烟幕对光电制导目标识别能力干扰效果研究[J]. 激光与红外, 2018, 48(3): 374-378.
- [3] Liu, S.Y., Ruan, W.H., Qiu, L.K., Meng, W.L., Qin, X.T. and Shu, C.L. (2019) On-Line Distribution of Coordinated Attack Targets for Multi-Anti-Ship Missiles Based on Genetic Simulated Annealing Algorithm. 2019 *Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, Nanchang, 3-5 June 2019, 1228-1233. <https://doi.org/10.1109/ccdc.2019.8833254>
- [4] 李浩民, 赵强, 王光源, 等. 无人机掩护岸舰导弹突防效果仿真分析[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(8): 3459-3465.
- [5] 宫华, 张勇, 许可, 等. 改进遗传算法的地对空防御武器系统多目标优化[J]. 兵器装备工程学报, 2022, 43(7): 87-95.
- [6] Zheng, D., Zhang, Y., Li, F. and Cheng, P. (2023) UAVs Cooperative Task Assignment and Trajectory Optimization with Safety and Time Constraints. *Defence Technology*, **20**, 149-161. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2022.01.011>
- [7] Haupt, R.L. and Haupt, S.E. (2021) Practical Genetic Algorithms. 3rd Edition, Wiley, 91-105.
- [8] 王凌, 郑金华. 模拟退火算法及其混合优化策略[M]. 北京: 清华大学出版社, 2018: 112-130.
- [9] He, H., Huo, M., Duan, H., Deng, Y. and Wei, C. (2025) Distributed Cooperative Control of Human-UAV Swarm Based on State Observation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **55**, 7335-7345. <https://doi.org/10.1109/tsmc.2025.3584209>
- [10] Wang, Y., Li, K., Li, X., Wang, J. and Yu, P. (2025) Multi-UAV Cooperative Suspension Control Strategy Considering Variable Rope Length and Load Posture Coupling Effect. *IEEE Access*, **13**, 69660-69676. <https://doi.org/10.1109/access.2025.3561954>
- [11] 赵军民, 聂聪, 常冠男, 等. 多约束条件下全捷联制导空地导弹弹道方案研究[J]. 西北工业大学学报, 2021, 39(1): 141-147.
- [12] Muslimov, T.Z. and Munasypov, R.A. (2021) Multi-UAV Cooperative Target Tracking via Consensus-Based Guidance Vector Fields and Fuzzy MRAC. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, **93**, 1204-1212. <https://doi.org/10.1108/aeat-02-2021-0058>
- [13] Aminzadeh, A. and Khoshnood, A.M. (2023) Multi-UAV Cooperative Search and Coverage Control in Post-Disaster Assessment: Experimental Implementation. *Intelligent Service Robotics*, **16**, 415-430. <https://doi.org/10.1007/s11370-023-00476-4>
- [14] Bai, C., Yan, P., Yu, X. and Guo, J. (2022) Learning-Based Resilience Guarantee for Multi-UAV Collaborative QoS Management. *Pattern Recognition*, **122**, Article ID: 108166. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2021.108166>
- [15] Luo, D., Li, S., Shao, J., Xu, Y. and Liu, Y. (2022) Pigeon-Inspired Optimisation-Based Cooperative Target Searching for Multi-UAV in Uncertain Environment. *International Journal of Bio-Inspired Computation*, **19**, 158-168. <https://doi.org/10.1504/ijbic.2022.123107>
- [16] Chen, X., Wan, Y., Qi, J., Zhao, Z., Ruan, Y. and Tang, J. (2025) A Bi-Subpopulation Coevolutionary Immune Algorithm for Multi-Objective Combinatorial Optimization in Multi-UAV Task Allocation. *Complex & Intelligent Systems*, **11**, Article No. 149. <https://doi.org/10.1007/s40747-024-01720-9>