

# 中国股票行业与全球企业ESG表现的多重互相关分析

蔡欣芊, 黄 羿\*

吉首大学数学与统计学院, 湖南 吉首

收稿日期: 2025年9月11日; 录用日期: 2025年10月10日; 发布日期: 2025年10月22日

## 摘 要

本文研究了中国股票行业与全球企业ESG表现的多重互相关关系, 使用MF-DFA法和MF-DCCA法进行多重分形特征和互相关关系分析。该分析包括沪深300行业指数及S&P全球ESG指数的多重分形特征、沪深300行业指数与S&P全球ESG指数之间的多重互相关关系, 以及相位重排和随机重组后的序列对分析。结果表明, 所有序列均存在显著的多尺度多重分形特征, 信息指数的多重分形强度最强, 消费指数的多重分形强度最弱; 中国股票各行业与全球企业ESG表现之间存在显著的多重分形互相关关系, 较大时间尺度下的材料行业与全球ESG表现之间的互相关关系最强, 而所有时间尺度下的消费、医疗行业与全球ESG表现之间的互相关关系较弱; 信息行业与全球ESG表现的互相关关系最复杂, 而公用事业行业与全球ESG表现的互相关关系最简单; 相位重排和随机重组后的序列对仍具有显著的多重分形特征, 但多重分形程度有所降低, 厚尾分布是序列对多重分形特征的主要来源。本文的工作可为ESG投资者提供行业选择的策略建议, 为监管机构提供行业规范依据, 并推动企业的可持续发展实现。

## 关键词

中国股票行业, 企业ESG表现, 互相关性, MF-DCCA

# Multifractal Cross-Correlations Analysis between Chinese Stock Sectors and Global Corporate ESG Performance

Xinqian Cai, Yi Huang\*

School of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou Hunan

Received: September 11, 2025; accepted: October 10, 2025; published: October 22, 2025

\*通讯作者。

文章引用: 蔡欣芊, 黄羿. 中国股票行业与全球企业 ESG 表现的多重互相关分析[J]. 可持续发展, 2025, 15(10): 91-103.  
DOI: 10.12677/sd.2025.1510289

## Abstract

This research utilizes multifractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA) and multifractal detrended cross-correlation analysis (MF-DCCA) to examine the multifractal properties and cross-correlation relationships between Chinese sector indices and global corporate Environmental, Social, and Governance (ESG) performance. The analytical scope includes: (1) multifractal properties exhibited by CSI 300 sector indices and the S&P World ESG Index; (2) the multifractal cross-correlations between these Chinese sector indices and the global ESG benchmark; (3) the analysis of phase-randomized and shuffled time series. Findings reveal significant multi-scale multifractal features across all sequences. Specifically, the Information Technology Index (ITI) demonstrates the most pronounced multifractal strength, while the Consumer Staples Index (CSI) exhibits the weakest characteristics. A notable multifractal cross-correlation exists between Chinese stock sectors and global ESG performance. The material sector shows the strongest cross-correlation at greater time scales, whereas the consumer and medical sectors display weaker linkages across all time frames. The information sector exhibits the most complex cross-correlation pattern with global ESG performance, in contrast to the relatively simple relationship observed in the utilities sector. Analyses of phase-randomized and shuffled series indicate that although multifractality is reduced, significant multifractal features persist. Fat-tailed distributions are identified as the primary contributor to the multifractal nature of these sequences. This study offers regulatory bodies targeted policy insights and provides practical guidance for enhancing corporate sustainability practices.

## Keywords

Chinese Stock Sectors, Global Corporate ESG Performance, Cross-Correlations, MF-DCCA

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

2006 年, 联合国的相关组织联合发起负责任投资原则(Principles for Responsible Investment, PRI), 通过将 Environmental (环境)、Social (社会)和 Governance (治理) (以下简称“ESG”)等因素相结合, 首次建立 ESG 理念及评价框架。该框架将 ESG 考量纳入投资实践, 可为全球投资者提供决策指引, 同时倡导企业融合 ESG 因素优化运营管理, 兼顾降低风险及创造长期价值, 从而实现企业的可持续发展目标。ESG 评价体系实现了生态保护、社会责任与治理效能的多目标协同, 这种强调长期价值创造的投资范式与中国当前发展强调的可持续发展目标高度契合[1][2]。在全球金融一体化进程中, 多层级金融体系呈现出网络化特征, 国家、区域与全球金融市场之间形成高度耦合的关联关系[3], 这种结构性特征使得局部市场波动具有显著的传导效应。因此, 研究中国股票行业与全球企业 ESG 表现的多重分形互相关关系及其来源, 不仅有助于把握国内行业发展与全球 ESG 投资间的动态关联, 更能为推进资本市场国际化、优化投资策略与政策设计提供参考依据。

现有的多重分形分析相关文献研究主要集中在市场之间、资产与市场之间以及资产与资产之间。在市场研究方面, Wang 等(2011)分析了 WTI 原油现货和期货市场收益序列的自相关性和互相关关系, 结果表明对于小时间尺度, 相关性是强多重分形的, 而对于大时间尺度, 相关性几乎是单分形的[4]。Watorek 等(2019 年)聚焦 2012~2017 年世界石油市场与股票、外汇等金融市场的多分形互相关性, 结果表明均与石

油市场呈多重分形互相关[5]。Chen 等(2024 年)以中美两大股票指数为研究对象, 比较中美股票市场的多重分形特征及其相关性、复杂性和不确定性, 研究表明长期记忆和非线性效应会导致多重分形特征[6]。在资产与市场研究方面, Vogl 等(2024)分析绿色加密货币与可持续投资动态关系, 研究结果表明加密货币对市场指数存在潜在的预测能力[7]。Sharma 等(2025 年)利用小波相干探索了 ESG 指数与原油价格的动态关联性, 结果凸显了油价与 ESG 指数之间复杂多样的关系[8]。在资产与资产研究方面, Kojić 等(2023)探讨了俄乌冲突期间黄金与美国和欧盟绿色和可持续股票代表之间的复杂关系, 揭示了地缘政治危机期间的多重分形动态[9]。但这个领域的研究成果并不多见, 有待进一步发展。

基于上述文献, 本研究旨在通过多重分形分析方法, 探讨中国股票行业与全球 ESG 表现的自相似性和长程相关性, 以及两者之间的互相关关系, 并深入分析互相关关系的多重分形来源。这揭示了不同波动幅度下金融时间序列的动态演化规律, 以及 ESG 指数与行业间的复杂关联机制, 为预测极端波动事件下的市场趋势和风险管理提供了理论依据。S&P 全球 ESG 指数的核心价值在于衡量企业在环境、社会及治理领域的表现, 其覆盖范围筛选了全球范围内 ESG 表现突出的企业, 基于这一权威性与代表性, 本文采用 S&P 全球 ESG 指数衡量全球企业 ESG 表现。

本研究在以下三个方面对现有的 ESG 文献体系做出贡献。首先, 研究了沪深 300 行业指数和 S&P 全球 ESG 指数的多重分形特征。为此, 选取不同的时间尺度及波动幅度, 分析上述两类指数的自相似性和长程相关性。此外, 该研究还通过多分形谱参数量化各指数波动的多重分形强度。该研究揭示了金融时间序列的非线性关系, 有助于更好地理解金融市场的复杂性特征。然后, 检验了沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数之间的互相关性。为了深入探讨, 分析了不同波动幅度下的广义赫斯特指数, 并且研究了它们在不同时间尺度下互相关关系及多重分形程度。该研究拓展了多重分形分析方法在金融时间序列应用中的研究边界, 提供了更科学、准确的 ESG 策略依据, 推动了企业可持续发展的政策制定。最后, 通过对原始序列进行随机重排和相位重组处理, 揭示了沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数多重分形特征的来源。该研究为市场预测和风险管理提供了有力支持。

本文的其余部分组织方式如下: 第 2 节简要介绍了相关研究方法, 第 3 节描述了数据来源及描述性统计, 第 4 节给出了研究内容及实证结果, 第 5 节给出了研究结论。

## 2. 多重分形去趋势互相关分析(MF-DCCA)

利用 Zhou [10]提出的 MF-DCCA 方法, 研究两个非平稳时间序列的多重分形特征, MF-DCCA 的过程描述如下。

设两个时间序列  $\{x_k\}$  和  $\{y_k\}$ ,  $k=1,2,\dots,N$ , 其中  $N$  为两个时间序列的长度。

(1) 对于长度为  $N$  的两个时间序列  $\{x_k, k=1,2,\dots,N\}$  与  $\{y_k, k=1,2,\dots,N\}$  构造取均值的和序列:

$$X(i) = \sum_{k=1}^i (x_k - \bar{x}), i=1,2,\dots,N \quad (1)$$

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i (y_k - \bar{y}), i=1,2,\dots,N \quad (2)$$

其中,  $\{x_k\}$  的均值为  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$ ,  $\{y_k\}$  的均值为  $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k$ 。

(2) 将新序列  $X(i)$  和  $Y(i)$  划分为长度为  $s$  的  $N_s$  个不相交的区间(即改变时间尺度), 其中  $N_s = \text{int}(N/s)$ 。为了保证序列的信息在划分过程中不遗漏, 从序列尾部重复这一过程, 共得到  $2N_s$  个区间。

(3) 对每个区间  $v(v=1,2,\dots,N_s)$  内的  $s$  个点, 用最小二乘法进行  $m$  阶多项式拟合, 得到:

$$\hat{X}_v(i) = a_1 i^m + a_2 i^{m-1} + \dots + a_m i + a_{m+1} \quad i=1,2,\dots,s; m=1,2,\dots,N \quad (3)$$

$$\hat{Y}_v(i) = b_1 i^m + b_2 i^{m-1} + \cdots + b_k i + b_{k-1} \quad i = 1, 2, \cdots, s; m = 1, 2, \cdots, N \quad (4)$$

(4) 计算局部均方误差  $F^2(s, v)$

当  $v = 1, 2, \cdots, N_s$  时,

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |X[(v-1)s+i] - \hat{X}_v(i)| \cdot |Y[(v-1)s+i] - \hat{Y}_v(i)| \quad (5)$$

当  $v = N_s + 1, N_s + 2, \cdots, 2N_s$  时,

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |X[N-(v-N_s)s+i] - \hat{X}_v(i)| \cdot |Y[N-(v-N_s)s+i] - \hat{Y}_v(i)| \quad (6)$$

(5) 对于  $2N_s$  个区间, 求  $F^2(s, v)$  的均值, 得到  $q$  阶波动函数  $F_q(s)$

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (7)$$

上式中  $q$  可取任意不为零的实数, 当  $q = 0$  时, 波动函数为

$$F_q(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(s, v)] \right\} \quad (8)$$

(6) 如果两列时间序列存在长程相关性, 则波动函数  $F_q(s)$  和时间标度  $s$  存在幂律关系:

$$F_q(s) \sim s^{h_{xy}(q)} \quad (9)$$

即有,

$$\log F_q(s) = h_{xy}(q) \log(s) + \log C \quad (10)$$

其中, 对于每一个  $q$ , 利用普通最小二乘法(OLS)回归  $\log F_q(s)$  和  $\log(s)$  得到的直线斜率就是广义Hurst指数  $h_{xy}(q)$ 。

如果序列  $\{x_k, k = 1, 2, \cdots, N\}$  与序列  $\{y_k, k = 1, 2, \cdots, N\}$  相等, 则MF-DCCA方法退化为MF-DFA方法。广义赫斯特指数的变化幅度常用来度量市场的多重分形强度, 即  $\Delta h(q) = \max(h(q)) - \min(h(q))$ , 其取值越大, 表明此时的市场的多重分形特征越明显, 分形强度越大, 其值越小则说明多重分形市场的结构特征越弱。

广义赫斯特指数  $h_{xy}(q)$  与标度指数  $\tau_{xy}(q)$  有如下关系:

$$\tau_{xy}(q) = qh_{xy}(q) - 1 \quad (11)$$

根据 Legendre 变换式:

$$\alpha_{xy} = \tau'_{xy}(q) = h_{xy}(q) + qh'_{xy}(q) \quad (12)$$

$$f_{xy}(\alpha) = q\alpha_{xy} - \tau_{xy}(\alpha_{xy}) = q(\alpha_{xy} - h_{xy}(q)) + 1 \quad (13)$$

$\tau'_{xy}(q)$  和  $h'_{xy}(q)$  分别为  $\tau_{xy}(q)$  和  $h_{xy}(q)$  关于  $q$  的导数, 若两列时间序列交叉相关关系具有单分形特征, 则Holder指数为常数; 若是多重分形, 则  $\alpha_{xy}$  值将呈现某个分布。多重分形奇异图谱的形状呈现出单峰“钟形”, 其中多重分形图谱的切线斜率对应着阶数  $q$  的正负取值。

### 3. 数据描述

本文以中国股票行业为研究对象, 探讨其与全球企业 ESG 表现的相关关系。考虑到沪深 300 指数覆盖中国 A 股市场总市值的 60%, 具有较强的市场代表性, 其行业指数系列又将所有样本股按行业分类标

准分为 10 个行业，故本研究选取沪深 300 一级行业指数衡量不同行业公司股票的整体表现。具体的行业指数包括能源指数(ENI)，材料指数(MAI)，工业指数(INI)，可选指数(CDI)，消费指数(CSI)，医药指数(HCI)，金融指数(FII)，信息指数(ITI)，通信指数(TSI)和公用指数(UTI)。S&P 全球 ESG 指数(S&P World ESG Index，下文简称 ESG)是全球公认的衡量企业在环境、社会和治理方面表现的重要标准，涵盖了在 ESG 领域表现突出的全球企业，故采用 S&P 全球 ESG 指数衡量全球企业 ESG 表现。根据 Lashermes [11]  $q$  的选择范围为 $[-10: 10]$ ，根据文献[12]，合理的标度范围为 $10 < s < N/3$ ，因此，本文  $s$  取值为 $[50, 150, 250, 350, 450, 550, 650, 750]$ 。

研究数据包括 2014 年 11 月 28 日到 2024 年 6 月 14 日共 2320 天的日收盘价，数据源自 Choice 金融终端和 S&P Dow Jones Indices LLC。将各行业指数的日度收盘价进行对数化处理，计算求得日度对数收益率序列，即  $R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$ 。

表 1 提供了沪深行业指数和 S&P 全球 ESG 指数收益率的描述性统计数据。由表可以发现各行业指数与 S&P 全球 ESG 指数的收益率分布的偏度均小于 0，峰度远大于 3，JB 检验值表明了各个指数的收益率在 1%的条件下拒绝原假设为高斯分布的假设，即所有的指数的收益率呈现出“尖峰厚尾”的特征，并不服从正态分布。

**Table 1.** Descriptive statistical characteristics of the CSI 300 sector index and the S&P Global ESG index returns  
**表 1.** 沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数收益率的描述性统计特征

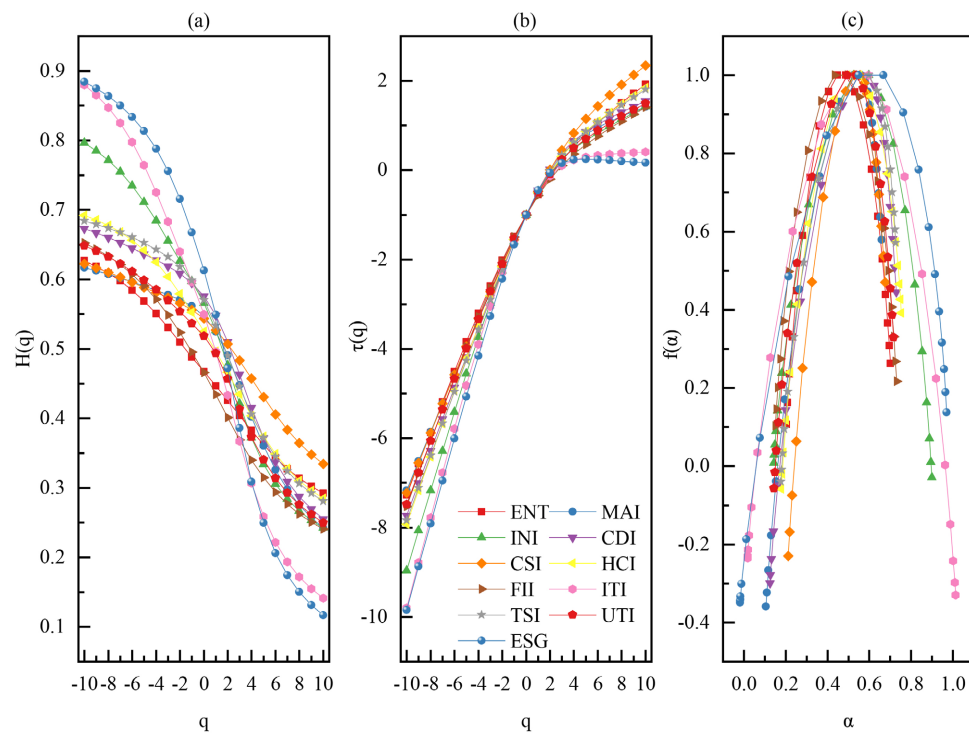
| 指数  | Max     | Min      | Mean     | Std     | Skew     | Kurt     | JB Value |
|-----|---------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|
| ENT | 0.08539 | -0.09731 | 0.00015  | 0.01705 | -0.48575 | 7.32555  | 1899.08  |
| MAI | 0.06612 | -0.09340 | 0.00013  | 0.01756 | -0.63507 | 6.62013  | 1422.19  |
| INI | 0.08066 | -0.09436 | -0.00002 | 0.01672 | -0.58037 | 8.18635  | 2729.23  |
| CDI | 0.06426 | -0.09207 | 0.00015  | 0.01637 | -0.61374 | 6.48961  | 1322.22  |
| CSI | 0.07485 | -0.09113 | 0.00062  | 0.01758 | -0.30301 | 5.68563  | 732.40   |
| HCI | 0.08109 | -0.10061 | 0.00011  | 0.01733 | -0.35228 | 5.92110  | 872.45   |
| FII | 0.08617 | -0.10111 | 0.00004  | 0.01528 | -0.19577 | 8.86822  | 3342.19  |
| ITI | 0.08958 | -0.10291 | 0.00007  | 0.02015 | -0.45002 | 5.82105  | 847.25   |
| TSI | 0.08900 | -0.10529 | 0.00009  | 0.02032 | -0.40491 | 6.62439  | 1332.65  |
| UTI | 0.06930 | -0.08996 | 0.00022  | 0.01392 | -0.55077 | 10.27717 | 5234.23  |
| ESG | 0.08235 | -0.10364 | 0.00032  | 0.00970 | -0.94665 | 19.91942 | 28006.90 |

4. 实证结果

4.1. 多重分形性分析

基于 MF-DFA 方法，计算各行业指数和 S&P 全球 ESG 指数的广义 Hurst 指数  $H(q)$ 。如图 1(a)所示，可以看到各指数时间序列的广义 Hurst 指数不是固定值，而  $H(q)$  随着  $q$  的增加而减小，初步说明沪深 300 行业指数和 S&P 全球 ESG 指数时间序列存在自相似性。

从表 2 和图 1(a)可以发现，当  $q$  从-10 到 10 等值变化时，各指数序列的 Hurst 指数  $H(q)$  都是单调递减函数，存在多重分形特征。除了能源指数和金融指数，各指数在  $q \leq 0$  时，Hurst 指数  $0.5 < H(q) < 1$ ，表现为具有长记忆性的平稳过程。此时指数价格波动中的小幅波动的影响被放大，并且  $q$  值越小， $H(q)$  值与 0.5 的差距越大，表明小幅波动具有明显的正长程相关性；当  $q > 0$  时， $H(q) < 0.5$ ，表明序列的大幅波动呈现出反长程相关性，意味着当价格出现大幅波动时，更容易出现原有价格趋势的逆转。



**Figure 1.** Analysis of the multifractal detrended fluctuation of the CSI 300 industry index and the S&P Global ESG index: (a) Generalized Hurst exponents  $H(q)-q$ , (b) scaling exponents  $\tau(q)-q$ , and (c) Multifractal spectra  $f(\alpha)-\alpha$

**图 1.** 沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数的多重分形消除趋势波动分析: (a) 广义 Hurst 指数  $H(q)-q$  图, (b) 质量函数  $\tau(q)-q$  图和(c) 多重分形谱  $f(\alpha)-\alpha$  图

**Table 2.** Generalized Hurst exponents  $H(q)$  of the CSI 300 industry index and the S&P Global ESG index

**表 2.** 沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数的广义 Hurst 指数值

| $q$ | ENT   | MAI   | INI   | CDI   | CSI   | HCI   | FII   | ITI   | TSI   | UTI   | ESG   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -10 | 0.627 | 0.617 | 0.797 | 0.673 | 0.622 | 0.692 | 0.652 | 0.880 | 0.684 | 0.648 | 0.884 |
| -9  | 0.619 | 0.612 | 0.785 | 0.667 | 0.617 | 0.685 | 0.644 | 0.865 | 0.679 | 0.641 | 0.875 |
| -8  | 0.609 | 0.607 | 0.771 | 0.660 | 0.610 | 0.677 | 0.634 | 0.847 | 0.674 | 0.632 | 0.863 |
| -7  | 0.598 | 0.602 | 0.755 | 0.653 | 0.603 | 0.668 | 0.622 | 0.825 | 0.668 | 0.623 | 0.850 |
| -6  | 0.584 | 0.596 | 0.735 | 0.645 | 0.596 | 0.656 | 0.607 | 0.797 | 0.660 | 0.612 | 0.834 |
| -5  | 0.569 | 0.590 | 0.711 | 0.636 | 0.588 | 0.642 | 0.591 | 0.764 | 0.652 | 0.599 | 0.814 |
| -4  | 0.551 | 0.584 | 0.684 | 0.628 | 0.581 | 0.625 | 0.571 | 0.725 | 0.643 | 0.585 | 0.788 |
| -3  | 0.531 | 0.578 | 0.656 | 0.619 | 0.574 | 0.604 | 0.549 | 0.683 | 0.632 | 0.570 | 0.756 |
| -2  | 0.509 | 0.571 | 0.626 | 0.609 | 0.566 | 0.579 | 0.523 | 0.640 | 0.618 | 0.554 | 0.716 |
| -1  | 0.488 | 0.562 | 0.597 | 0.595 | 0.556 | 0.553 | 0.496 | 0.596 | 0.598 | 0.537 | 0.668 |
| 0   | 0.467 | 0.547 | 0.566 | 0.576 | 0.544 | 0.525 | 0.466 | 0.550 | 0.570 | 0.518 | 0.613 |
| 1   | 0.447 | 0.525 | 0.526 | 0.548 | 0.527 | 0.496 | 0.434 | 0.496 | 0.533 | 0.493 | 0.549 |
| 2   | 0.426 | 0.491 | 0.476 | 0.510 | 0.507 | 0.466 | 0.401 | 0.433 | 0.490 | 0.457 | 0.472 |
| 3   | 0.404 | 0.448 | 0.421 | 0.463 | 0.483 | 0.435 | 0.369 | 0.367 | 0.446 | 0.413 | 0.386 |
| 4   | 0.382 | 0.402 | 0.372 | 0.415 | 0.457 | 0.403 | 0.340 | 0.307 | 0.406 | 0.373 | 0.309 |
| 5   | 0.362 | 0.361 | 0.334 | 0.372 | 0.431 | 0.374 | 0.315 | 0.259 | 0.372 | 0.340 | 0.250 |
| 6   | 0.344 | 0.326 | 0.305 | 0.337 | 0.406 | 0.349 | 0.294 | 0.222 | 0.345 | 0.314 | 0.206 |
| 7   | 0.328 | 0.298 | 0.284 | 0.310 | 0.384 | 0.328 | 0.277 | 0.194 | 0.324 | 0.293 | 0.174 |
| 8   | 0.314 | 0.275 | 0.267 | 0.287 | 0.364 | 0.311 | 0.262 | 0.172 | 0.306 | 0.276 | 0.150 |
| 9   | 0.302 | 0.257 | 0.253 | 0.270 | 0.348 | 0.296 | 0.251 | 0.155 | 0.292 | 0.261 | 0.132 |
| 10  | 0.292 | 0.242 | 0.242 | 0.255 | 0.334 | 0.285 | 0.241 | 0.141 | 0.281 | 0.250 | 0.117 |

从图 1(b)可以看到各指数的多分形标度指数  $\tau(q)$  是关于  $q$  的非线性函数，这再次证实各指数均存在多重分形特征。为此，本文通过质量指数  $\tau(q)$  计算各行业的多分形谱相关参数，图 1(c)给出了各行业的 Holder 指数  $\alpha$  与多重分形谱函数  $f(\alpha)$  关系图，用以分析复杂市场价格波动的复杂动力学机制。

各指数的 Holder 指数  $\alpha$  在一定范围内变动，且各指数的多分形谱图呈现倒钟形，表明它们明显具有非均匀分形结构，而且这些行业指数的多重分形谱明显存在差异。其中 ITI 信息指数的多分形谱图开口最大，分布范围最广，因此它的价格波动的振幅最大，对应的分形谱跨度也最大，CSI 消费指数的多分形谱宽度最小。由图 1(c)并结合表 3 中多重分形谱相关参数可知，INI 工业指数和 ITI 信息指数的  $\Delta f > 0$ ，表明在每个单元数据中价格处于高位的机率要多于处于低位的机率，ESG 具有较高的  $\alpha_0$  值，意味着有相对剧烈的价格波动。

Table 3. Summary of parameters related to the multifractal spectrum  
表 3. 多重分形谱相关参数汇总表

| Index | $\alpha_{\max}$ | $\alpha_{\min}$ | $\Delta\alpha$ | $\Delta f(\alpha)$ | $\alpha_0$ | $\Delta\alpha_L$ | $\Delta\alpha_R$ | $\Delta\alpha_L/\Delta\alpha_R$ |
|-------|-----------------|-----------------|----------------|--------------------|------------|------------------|------------------|---------------------------------|
| ENT   | 0.701           | 0.203           | 0.497          | -0.156             | 0.488      | 0.285            | 0.213            | 1.340                           |
| MAI   | 0.659           | 0.106           | 0.553          | -0.938             | 0.562      | 0.456            | 0.097            | 4.672                           |
| INI   | 0.899           | 0.143           | 0.756          | 0.037              | 0.597      | 0.454            | 0.302            | 1.502                           |
| CDI   | 0.729           | 0.125           | 0.603          | -0.745             | 0.595      | 0.470            | 0.134            | 3.516                           |
| CSI   | 0.675           | 0.211           | 0.464          | -0.700             | 0.556      | 0.345            | 0.119            | 2.898                           |
| HCI   | 0.753           | 0.179           | 0.574          | -0.450             | 0.553      | 0.374            | 0.200            | 1.869                           |
| FII   | 0.731           | 0.151           | 0.580          | -0.114             | 0.496      | 0.345            | 0.235            | 1.468                           |
| ITI   | 1.013           | 0.018           | 0.995          | 0.094              | 0.596      | 0.579            | 0.416            | 1.389                           |
| TSI   | 0.727           | 0.177           | 0.550          | -0.611             | 0.598      | 0.421            | 0.129            | 3.270                           |
| UTI   | 0.715           | 0.144           | 0.571          | -0.386             | 0.537      | 0.393            | 0.178            | 2.201                           |
| ESG   | 0.971           | -0.018          | 0.989          | -0.487             | 0.668      | 0.686            | 0.303            | 2.266                           |

4.2. 互相关分析

为了对两列时间序列进行初步分析，采用 Podobnik 等[13]提出用于定性检验两列时间序列交叉相关性的方法。对任意两列等长的时间序列  $\{x_k, k=1,2,\cdots,N\}$  与  $\{y_k, k=1,2,\cdots,N\}$ ，构造自由度为  $m$  的统计量：

$$Q(m) = N^2 \sum_i^m \frac{X_i^2}{N-i} \tag{14}$$

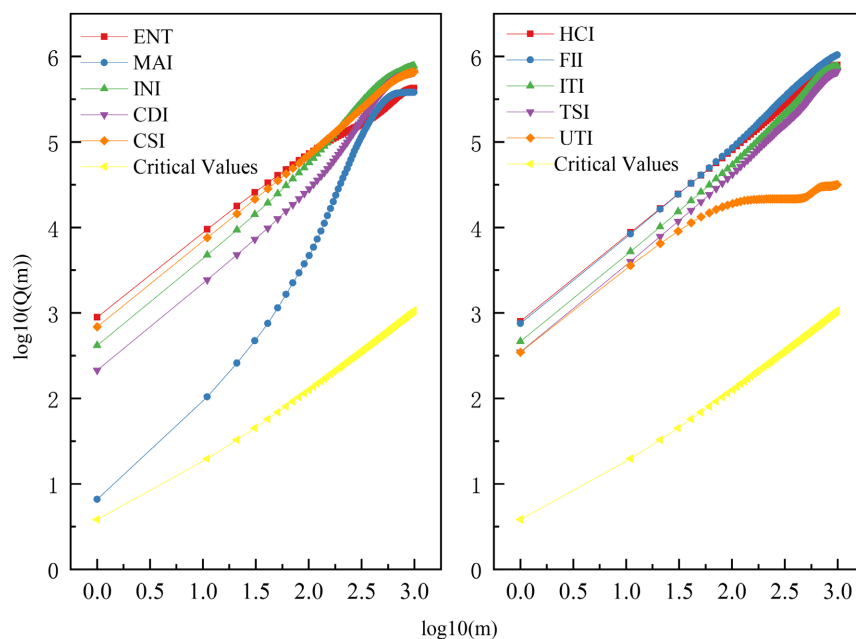
其中  $X_i$  为交叉相关函数：

$$X_i = \frac{\sum_{k=i+1}^N x_k y_{k-i}}{\sqrt{\sum_i^N x_k^2 \sum_i^N y_k^2}} \tag{15}$$

交叉相关统计量检验的原假设为：随着自由度  $m$  的变化， $Q(m)$  的值近似等于泊松分布，则两列时间序列不具有交叉相关关系。

互相关检验让我们深入了解沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数之间变化关系的本质。图 4 绘制了各行业指数和 S&P 全球 ESG 指数的交叉相关检验统计数据，自由度  $m$  为 1~1000 以及自由度在 5% 显著性水平下  $\chi^2(m)$  分布的临界值，从 1 到  $N-1$ 。

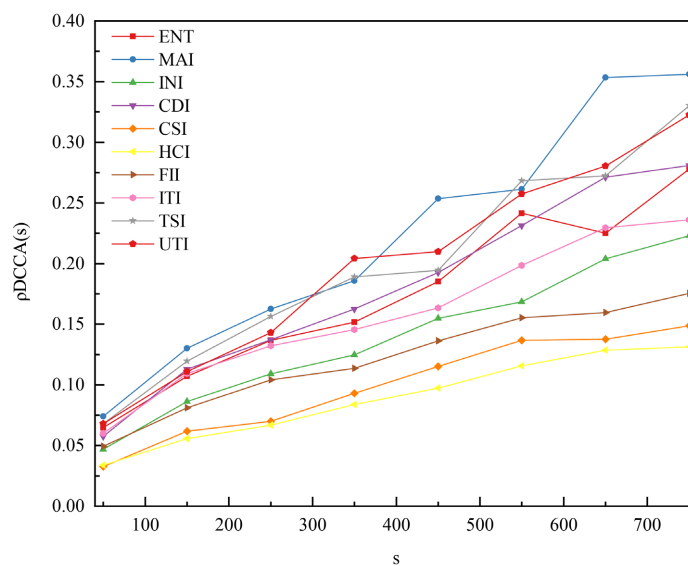
由图 2 可以看到随着  $m$  的逐渐增大，各行业指数与 S&P 全球 ESG 指数的互相关检验均明显大于卡方分布在 5% 显著性水平下的标准值，说明它们之间具有显著的长期互相关关系。



**Figure 2.** Cross-correlation statistics between the CSI 300 Industry Index and the S&P Global ESG Index  
**图 2.** 沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数之间的互相关统计量

进一步, 我们还采用了 Zebende [14]提出的另一种新方法——DCCA 相关系数, 定义为去趋势协方差函数  $F_{DCCA}^2(s)$  与去趋势方差  $F_{DFA}(s)$  之间的比值, 该函数为

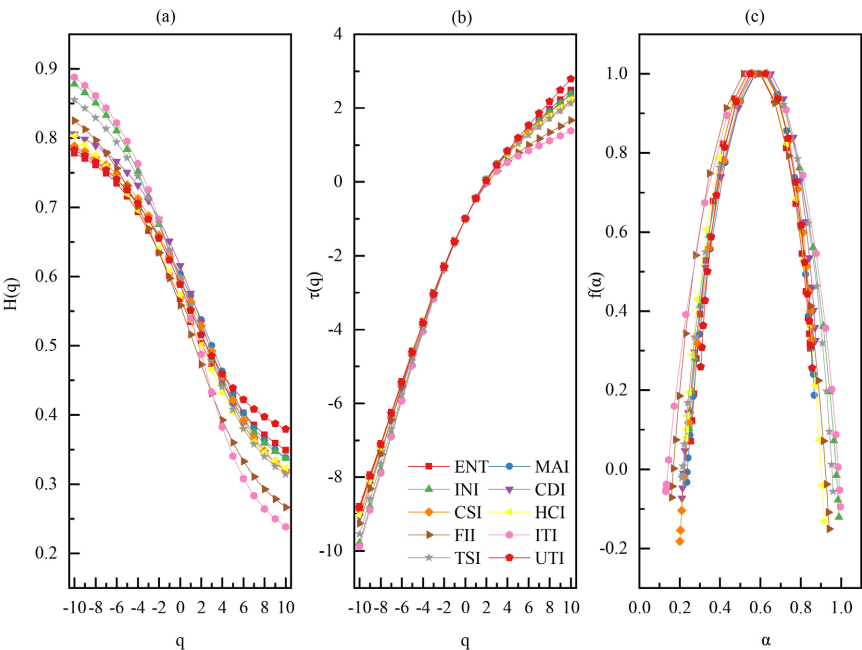
$$\rho_{DCCA} = \frac{F_{DCCAxy}^2(s)}{F_{DFAx}(s)F_{DFAy}(s)} \quad (16)$$



**Figure 3.** The DCCA coefficient between the CSI 300 industry index and the S&P Global ESG Index  
**图 3.** 沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数之间的 DCCA 系数  $\rho_{DCCA}(s)$

首先采用 DCCA 方法分析十个行业指数与 S&P 全球 ESG 指数在不同时间标度下的互相关关系。图 3

给出了  $q=2$  时，不同时间标度  $s$  下  $\rho_{DCCA}(s)$  的变化图。在  $s$  较小时，各  $\rho_{DCCA}(s)$  相对平稳，随着  $s$  的增大， $\rho_{DCCA}(s)$  波动幅度随之变大，说明在较大的时间标度下各行业指数与 ESG 指数之间的交互性呈现出较大的波动。 $s>550$  时，MAI 与 ESG 指数下  $\rho_{DCCA}(s)$  较高，保持较强的持续性；CSI 与 ESG 指数和 HCI 与 ESG 指数在不同时间标度下的  $\rho_{DCCA}(s)$  均比较小，即它们之间的互相关性的持续性较弱。 $\rho_{DCCA}(s)$  的值范围在  $-1\leq\rho_{DCCA}(s)\leq1$  之间。如果  $\rho_{DCCA}(s)$  等于零，这两个序列没有互相关，否则它们就有互相关。



**Figure 4.** Multifractal detrended cross-correlation analysis between the CSI 300 industry index and the S&P Global ESG Index: (a) Generalized Hurst exponents  $H(q)-q$ , (b) scaling exponents  $\tau(q)-q$ , and (c) Multifractal spectrums  $f(\alpha)-\alpha$

**图 4.** 沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数的多重分形去趋势互相关分析: (a) 广义 Hurst 指数  $H(q)-q$  图, (b) 质量函数  $\tau(q)-q$  图和 (c) 多重分形谱  $f(\alpha)-\alpha$  图

**Table 4.**  $H(q)$  values of ten industry indices and the S&P Global ESG Index

**表 4.** 十个行业指数与 S&P 全球 ESG 指数的  $H(q)$  值

| $q$ | ENT   | MAI   | INI   | CDI   | CSI   | HCI   | FII   | ITI   | TSI   | UTI   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -10 | 0.778 | 0.787 | 0.878 | 0.806 | 0.789 | 0.803 | 0.825 | 0.888 | 0.855 | 0.783 |
| -9  | 0.770 | 0.778 | 0.866 | 0.799 | 0.781 | 0.790 | 0.813 | 0.876 | 0.843 | 0.774 |
| -8  | 0.761 | 0.767 | 0.851 | 0.790 | 0.772 | 0.776 | 0.797 | 0.861 | 0.829 | 0.765 |
| -7  | 0.749 | 0.755 | 0.833 | 0.779 | 0.762 | 0.759 | 0.779 | 0.844 | 0.813 | 0.754 |
| -6  | 0.734 | 0.740 | 0.810 | 0.766 | 0.748 | 0.741 | 0.757 | 0.822 | 0.794 | 0.740 |
| -5  | 0.716 | 0.723 | 0.784 | 0.751 | 0.732 | 0.719 | 0.731 | 0.795 | 0.771 | 0.725 |
| -4  | 0.693 | 0.704 | 0.752 | 0.732 | 0.712 | 0.696 | 0.701 | 0.763 | 0.744 | 0.706 |
| -3  | 0.666 | 0.682 | 0.715 | 0.710 | 0.688 | 0.669 | 0.669 | 0.725 | 0.713 | 0.683 |
| -2  | 0.635 | 0.658 | 0.675 | 0.683 | 0.660 | 0.640 | 0.634 | 0.683 | 0.677 | 0.655 |
| -1  | 0.601 | 0.632 | 0.635 | 0.651 | 0.629 | 0.608 | 0.597 | 0.637 | 0.638 | 0.624 |
| 0   | 0.567 | 0.603 | 0.595 | 0.615 | 0.597 | 0.573 | 0.558 | 0.589 | 0.598 | 0.588 |
| 1   | 0.535 | 0.572 | 0.556 | 0.576 | 0.563 | 0.537 | 0.516 | 0.540 | 0.558 | 0.551 |
| 2   | 0.503 | 0.537 | 0.518 | 0.533 | 0.529 | 0.501 | 0.473 | 0.487 | 0.518 | 0.516 |

续表

|            |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3          | 0.474 | 0.500 | 0.481 | 0.490 | 0.492 | 0.465 | 0.431 | 0.433 | 0.478 | 0.485 |
| 4          | 0.447 | 0.463 | 0.447 | 0.449 | 0.456 | 0.432 | 0.393 | 0.382 | 0.441 | 0.459 |
| 5          | 0.423 | 0.430 | 0.418 | 0.414 | 0.422 | 0.404 | 0.360 | 0.340 | 0.407 | 0.439 |
| 6          | 0.403 | 0.403 | 0.394 | 0.386 | 0.392 | 0.380 | 0.333 | 0.308 | 0.379 | 0.422 |
| 7          | 0.386 | 0.381 | 0.375 | 0.363 | 0.368 | 0.361 | 0.311 | 0.283 | 0.357 | 0.408 |
| 8          | 0.371 | 0.364 | 0.359 | 0.345 | 0.348 | 0.346 | 0.293 | 0.264 | 0.339 | 0.397 |
| 9          | 0.359 | 0.350 | 0.347 | 0.330 | 0.332 | 0.333 | 0.278 | 0.250 | 0.325 | 0.387 |
| 10         | 0.349 | 0.338 | 0.337 | 0.318 | 0.319 | 0.323 | 0.267 | 0.238 | 0.314 | 0.379 |
| $\Delta H$ | 0.429 | 0.449 | 0.541 | 0.488 | 0.470 | 0.480 | 0.559 | 0.650 | 0.541 | 0.404 |

进而，我们使用 MF-DCCA 方法分析各行业指数与 S&P 全球 ESG 指数之间的互相关关系的多重分形强度。从图 4(a)可以发现当  $q$  从 -10 到 10 等值变化时，几个广义互相关指数为不同的非线性递减函数，即各行业指数与 S&P 全球 ESG 指数不同价格波动之间互相关关系存在着不同的幂律关系。由表 4 可知，当  $q < 2$ ，各广义互相关指数明显大于 0.5，表明 S&P 全球 ESG 指数与小幅波动的行业指数之间的交叉相关行为具有长程持续性，也就是说某一行业价格序列的小幅波动会受其他行业历史价格波动的长期影响，两个行业价格小幅波动同向变动的可能性较大；当  $q > 3$  时，各广义互相关指数小于 0.5，表明大幅波动的互相关关系呈反持续性，即两个序列的大幅波动变动反方向可能性大。S&P 全球 ESG 指数与行业指数之间存在的相互关系，有助于预测 S&P 全球 ESG 指数价格出现较大波动时行业指数的趋势变化。此外，当  $q = 2$  时，除了 ESG-FII、ESG-ITI，其余的互相关指数均大于 0.5，表明另外八个时间序列对都具有持久性。从图 4(b)不难看出，所有的曲线都是凸向横轴的函数曲线，再次表明各行业指数与 S&P 全球 ESG 指数之间的互相关关系具有显著的多重分形特征，不同的凹凸性表明不同行业间的互相关性的多重分形强度存在差异。

Table 5. Summary of parameters related to the multifractal spectrum

表 5. 多重分形谱相关参数汇总表

| 指数  | $\alpha_{\max}$ | $\alpha_{\min}$ | $\Delta\alpha$ | $\Delta f(\alpha)$ | $\alpha_0$ | $\Delta\alpha_L$ | $\Delta\alpha_R$ | $\Delta\alpha_L/\Delta\alpha_R$ |
|-----|-----------------|-----------------|----------------|--------------------|------------|------------------|------------------|---------------------------------|
| ENT | 0.848           | 0.256           | 0.592          | -0.235             | 0.601      | 0.345            | 0.246            | 1.402                           |
| MAI | 0.868           | 0.235           | 0.633          | -0.220             | 0.632      | 0.397            | 0.236            | 1.681                           |
| INI | 0.990           | 0.247           | 0.743          | 0.224              | 0.635      | 0.387            | 0.355            | 1.090                           |
| CDI | 0.873           | 0.211           | 0.662          | -0.398             | 0.651      | 0.440            | 0.222            | 1.982                           |
| CSI | 0.856           | 0.201           | 0.655          | -0.510             | 0.629      | 0.428            | 0.227            | 1.888                           |
| HCI | 0.916           | 0.231           | 0.685          | 0.210              | 0.608      | 0.377            | 0.308            | 1.223                           |
| FII | 0.940           | 0.159           | 0.781          | 0.080              | 0.597      | 0.438            | 0.343            | 1.277                           |
| ITI | 0.998           | 0.132           | 0.865          | 0.039              | 0.637      | 0.505            | 0.361            | 1.399                           |
| TSI | 0.960           | 0.212           | 0.749          | 0.034              | 0.638      | 0.426            | 0.322            | 1.322                           |
| UTI | 0.857           | 0.305           | 0.552          | 0.004              | 0.624      | 0.319            | 0.234            | 1.365                           |

由图 4(c)并结合表 5 可以发现，各指数之间几个多重分形谱都呈上凸的类抛物线形状，再一次证明了行业指数之间的互相关性具有显著的多重分形特性。ESG 指数与 INI、HCI、FII、ITI、TSI、UTI 指数间的  $\Delta f$  均大于 0，左端显著高于右端，互相关关系多重分形谱图顶部较平坦，表明行业之间的价格波动中高价位的差异化程度较高，是交互作用多重分形结构的主导因素。各指数的互相关多重分形谱均  $\frac{\Delta\alpha_L}{\Delta\alpha_R} > 1$ ，即  $\alpha < \alpha_0$  部分宽度大于  $\alpha > \alpha_0$  部分的宽度，顶点右偏，为密集型多重分形谱，归一化高价位的事件比归一

化低价位事件占更加主导地位。另外，ESG 指数与 ITI 的互相关多分形谱开口最大，表明其互相关关系的多分形程度最大。ESG 指数与 UTI 开口最小，互相关关系的多分形程度最小。

4.3. 多重分形特征来源

根据之前的研究[10][15]，一般来说，导致多重分形有两个原因：长期相关性；厚尾分布。现在，我们构造随机重排和相位重组的时间序列来探索每个时间序列对的多重分形的主要原因。

打乱后的序列可以随机生成如下：对于长度为  $N$  的时间序列，在不改变数据元素之间相对顺序的情况下，通过随机打乱数据顺序来重新排列数据。

相位随机重组：首先，对序列进行离散傅里叶变换，然后，对各对相位随机旋转一相位角，最后，进行傅里叶逆变换。为了获得稳健的结果，使用重复 50 次的平均值的随机重排和相位随机重组的时间序列。

从表 6，注意到所有的序列对都是强多重分形的，ESG 与 MAI、CSI、HCI、FII、TSI 随机重排时间序列对的  $H(2)$  都大于 0.5，表明存在正持久性，但比原始序列对要小，说明随机重排序列对的持久性较弱。其中，ESG-TSI 的两种情况下的时间序列对的  $H(2)$  均大于 0.5，但相位重组序列对的持久性强于随机重排的时间序列对。随机重排序列和重组序列仍具有明显多重分形特征，但多重分形谱宽度不同程度被削弱，相对于原始序列，除金融行业指数外，随机重排分形谱宽度减少的幅度比相位重组序列小，这表明厚尾分布是多重分形特征的主要来源。

Table 6. Summary of parameters related to the multifractal spectrum  
表 6. 多重分形谱相关参数汇总表

| 序列  | 原始序列   |                  | 随机重排   |                  | 相位重组   |                  | 汇总                                |                                   |
|-----|--------|------------------|--------|------------------|--------|------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 指数  | $H(2)$ | $\Delta\alpha_1$ | $H(2)$ | $\Delta\alpha_2$ | $H(2)$ | $\Delta\alpha_3$ | $\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2$ | $\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_3$ |
| ENT | 0.503  | 0.592            | 0.485  | 0.126            | 0.359  | 0.129            | 0.465                             | 0.462                             |
| MAI | 0.537  | 0.633            | 0.515  | 0.201            | 0.386  | 0.135            | 0.433                             | 0.498                             |
| INI | 0.518  | 0.743            | 0.463  | 0.231            | 0.419  | 0.082            | 0.512                             | 0.661                             |
| CDI | 0.534  | 0.662            | 0.456  | 0.247            | 0.476  | 0.034            | 0.416                             | 0.628                             |
| CSI | 0.529  | 0.655            | 0.532  | 0.149            | 0.422  | 0.092            | 0.506                             | 0.563                             |
| HCI | 0.501  | 0.685            | 0.518  | 0.085            | 0.430  | 0.059            | 0.600                             | 0.627                             |
| FII | 0.473  | 0.781            | 0.516  | 0.164            | 0.411  | 0.204            | 0.617                             | 0.577                             |
| ITI | 0.488  | 0.865            | 0.430  | 0.368            | 0.382  | 0.119            | 0.497                             | 0.746                             |
| TSI | 0.518  | 0.749            | 0.502  | 0.232            | 0.522  | 0.149            | 0.517                             | 0.599                             |
| UTI | 0.516  | 0.552            | 0.462  | 0.185            | 0.468  | 0.093            | 0.367                             | 0.460                             |

注：  $\Delta\alpha_i$  ( $i=1,2,3$ ) 分别表示原始序列、随机重排序列和相位重组序列的多重分形谱宽度。

5. 总结

在本文中，沪深 300 行业指数和 S&P 全球 ESG 指数均存在多尺度的自相似性及长程相关性等多重分形特征，以及沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数的互相关关系。为了从多重分形和数量的角度进行研究，我们使用 MF-DCCA 研究了各行业指数和 S&P 全球 ESG 指数时间序列对之间的互相关关系和多重分形特征。首先，采用 MF-DFA 分析各行业指数和 S&P 全球 ESG 指数 11 个独立的时间序列。注意到在这 11 个时间序列中都存在着长程相关性，在小幅波动情况下，除了能源指数和金融指数，其余各指数具有明显的正长程相关性。在大幅波动情况下，呈现出反长程相关性。并且所有时间序列的多重分形性都很强，其中，信息指数的多分形程度最强，而消费指数 CSI 的多分形强度较弱。

然后, 我们使用 MF-DCCA 来研究沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数时间序列对之间的相互关系。首先, 进行互相关检验, 结果显示沪深 300 行业指数与 S&P 全球 ESG 指数时间序列之间存在长期的互相关关系。然后我们应用 DCCA 系数检验进一步证实这一结论, 我们将 S&P 全球 ESG 指数、沪深 300 行业指数时间序列的序列对组成。发现  $s > 550$  时, MAI 与 ESG 指数下  $\rho_{DCCA}(s)$  较高, CSI 与 ESG 指数和 HCI 与 ESG 指数在不同时间标度下的  $\rho_{DCCA}(s)$  均比较小。时间序列对的多重分形性强度由大到小依次是 ITI、FII、TSI、INI、HCI、CDI、CSI、MAI、ENI、UTI, 说明信息指数 ITI 与 S&P 全球 ESG 指数更相关, 相关关系最为复杂。此外, 我们还对原始序列进行了随机重排和相位重组, 以探索多重分形性的主要来源。结果表明, 厚尾分布是各行业指数和 S&P 全球 ESG 指数时间序列对之间的多重分形主要来源。

此外, 由于行业对 ESG 表现的差异, 建议投资者和企业根据不同行业的特点, 制定定制化的 ESG 策略。例如, 信息技术行业应更加注重 ESG 表现的提升, 因为其与全球企业 ESG 表现的关系更为紧密, 而其他行业则可根据其对 ESG 的敏感性调整相关政策。由于长程相关性明显, 投资者可以从长期投资的角度出发, 更加注重 ESG 因素的长期影响。其次, 多重分形性中厚尾分布的贡献较大, 说明行业指数和 ESG 指数强烈的互相关关系更容易受到突发事件或极端市场条件的影响。建议投资者在风险管理时更加重视这些极端波动, 并采取适当的对冲策略来减小潜在的损失。另外, 监管机构可以基于行业与 ESG 之间的关系, 推动更多的行业规范化 ESG 报告和监管。通过引导不同行业提高对 ESG 因素的重视, 尤其是高敏感行业, 可以促进企业在社会责任、环境保护等方面的积极行为, 推动可持续发展目标的实现。

## 基金项目

湖南省教育厅青年项目(22B0522); 2024 年度湖南省普通本科高校教学改革研究重点项目(202401000940); 吉首大学研究生校级科研项目(Jdy24043)。

## 参考文献

- [1] Li, T., Wang, K., Sueyoshi, T. and Wang, D.D. (2021) ESG: Research Progress and Future Prospects. *Sustainability*, **13**, Article 11663. <https://doi.org/10.3390/su132111663>
- [2] Edmans, A. (2023) The End of ESG. *Financial Management*, **52**, 3-17. <https://doi.org/10.1111/fima.12413>
- [3] Mantegna, R.N. and Stanley, H.E. (1999) Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511755767>
- [4] Wang, Y., Wei, Y. and Wu, C. (2011) Detrended Fluctuation Analysis on Spot and Futures Markets of West Texas Intermediate Crude Oil. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **390**, 864-875. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.11.017>
- [5] Wątorrek, M., Drożdż, S., Oświęcimka, P. and Stanuszek, M. (2019) Multifractal Cross-Correlations between the World Oil and Other Financial Markets in 2012-2017. *Energy Economics*, **81**, 874-885. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2019.05.015>
- [6] Chen, Y., Zhang, J., Lu, L. and Xie, Z. (2024) Cross-Correlation and Multifractality Analysis of the Chinese and American Stock Markets Based on the MF-DCCA Model. *Heliyon*, **10**, e36537. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e36537>
- [7] Vogl, M. and Kojić, M. (2024) Green Cryptocurrencies versus Sustainable Investments Dynamics: Exploration of Multifractal Multiscale Analysis, Multifractal Detrended Cross-Correlations and Nonlinear Granger Causality. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **653**, Article ID: 130085. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2024.130085>
- [8] Sharma, C. and Rani, P. (2025) Dynamic Interconnectedness of ESG Indices and Crude Oil Prices: A Wavelet Coherence Approach in Asia-Pacific Markets. *Australian Economic Papers*, **64**, 289-298. <https://doi.org/10.1111/1467-8454.12392>
- [9] Kojić, M., Mitić, P. and Minović, J. (2023) Gold and Sustainable Stocks in the US and EU: Nonlinear Analysis Based on Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis and Granger Causality. *Fractal and Fractional*, **7**, Article 738. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7100738>
- [10] Zhou, W. (2008) Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis for Two Nonstationary Signals. *Physical Review E*,

- 
- 77, Article ID: 066211. <https://doi.org/10.1103/physreve.77.066211>
- [11] Lashermes, B., Abry, P. and Chainais, P. (2004) New Insights into the Estimation of Scaling Exponents. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, **2**, 497-523. <https://doi.org/10.1142/s0219691304000597>
  - [12] Li, Z. and Lu, X. (2012) Cross-Correlations between Agricultural Commodity Futures Markets in the US and China. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **391**, 3930-3941. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2012.02.029>
  - [13] Podobnik, B., Grosse, I., Horvatić, D., Ilic, S., Ivanov, P.C. and Stanley, H.E. (2009) Quantifying Cross-Correlations Using Local and Global Detrending Approaches. *The European Physical Journal B*, **71**, 243-250. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2009-00310-5>
  - [14] Zebende, G.F. (2011) DCCA Cross-Correlation Coefficient: Quantifying Level of Cross-Correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **390**, 614-618. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.10.022>
  - [15] Zunino, L., Tabak, B.M., Figliola, A., Pérez, D.G., Garavaglia, M. and Rosso, O.A. (2008) A Multifractal Approach for Stock Market Inefficiency. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **387**, 6558-6566. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.08.028>