

跨时消费、收入与闲暇选择的理论与数理分析

张 妮

重庆师范大学经济与管理学院, 重庆

收稿日期: 2026年6月26日; 录用日期: 2026年7月28日; 发布日期: 2026年8月20日

摘 要

本文基于数理经济学分析方法, 构建了一个同时包含跨时消费选择、收入与闲暇决策的理论模型。通过引入动态优化框架, 探讨消费者在生命周期内如何最优分配消费、闲暇和储蓄, 以实现新古典经济学所提出的终身效用最大化。模型综合考虑预算约束、时间约束、利率变动、工资率变化及通货膨胀等因素的影响。理论推导结果显示: 1) 消费者实现经济学上的跨期均衡条件取决于时间偏好率与市场利率的对比关系, 而消费-闲暇替代弹性则决定了劳动供给对工资变动的反应灵敏度。进一步, 通过将生产函数引入分析框架, 揭示了生产技术特征如何通过影响要素报酬来间接塑造消费者的决策模式。数值模拟分析表明: 2) 财富积累阶段、通胀环境以及风险厌恶程度都会对最优决策路径产生系统性影响, 利率上升显著抑制当期消费并促进储蓄, 工资上涨通过替代效应减少闲暇并增加劳动供给, 通胀则通过侵蚀实际利率降低未来消费。本研究为个体跨期决策行为提供了严谨的数理经济学分析框架, 对解释现实经济现象和制定社保、货币等政策具有一定的参考价值。

关键词

跨时选择, 消费-闲暇决策, 动态优化, 生产函数, 数理经济学

Theoretical and Mathematical Analysis of Intertemporal Consumption, Income, and Leisure Choice

Ni Zhang

School of Economics and Management, Chongqing Normal University, Chongqing

Received: June 26, 2026; accepted: July 28, 2026; published: August 20, 2026

Abstract

Based on the analytical methods of mathematical economics, this paper constructs a theoretical

文章引用: 张妮. 跨时消费、收入与闲暇选择的理论与数理分析[J]. 可持续发展, 2026, 16(8): 147-159.

DOI: 10.12677/sd.2026.168277

model that simultaneously incorporates intertemporal consumption choice and income-leisure decisions. By introducing a dynamic optimization framework, it explores how consumers optimally allocate consumption, leisure, and savings over the life cycle to maximize lifetime utility, as proposed by neoclassical economics. The model comprehensively accounts for the effects of budget constraints, time constraints, interest rate changes, wage rate variations, and inflation. The theoretical derivations yield the following findings: 1) The consumer's intertemporal equilibrium condition depends on the relationship between the rate of time preference and the market interest rate, while the consumption-leisure substitution elasticity determines the sensitivity of labor supply to wage changes. Furthermore, by incorporating a production function into the analytical framework, the study reveals how the characteristics of production technology indirectly shape consumer decision patterns through their influence on factor returns. Numerical simulation analysis demonstrates that: 2) The wealth accumulation phase, inflationary environment, and degree of risk aversion all exert systematic impacts on the optimal decision path. Rising interest rates significantly dampen current consumption and promote savings; wage increases reduce leisure and raise labor supply through the substitution effect; and inflation lowers future consumption by eroding the real interest rate. This study provides a rigorous mathematical economics framework for analyzing individual intertemporal decision-making and offers valuable insights for explaining real-world economic phenomena and for formulating social security, monetary, and other related policies.

Keywords

Intertemporal Choice, Consumption-Leisure Decision, Dynamic Optimization, Production Function, Mathematical Economics

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

跨时选择理论作为现代微观经济学的核心分支，主要研究经济主体在“时间维度”的资源优化配置行为，即如何在不同时期分配有限的收入与时间，以实现长期目标。这一理论不仅涵盖消费与储蓄的动态平衡，还延伸至劳动供给、闲暇选择、人力资本投资等多元决策领域，是理解宏观经济现象的微观基础。

跨时选择理论的雏形可追溯至 Irving Fisher 于《利息理论》中提出的跨期预算模型。Fisher 将“资金的时间价值”引入消费决策分析，通过构建“当期消费 - 未来消费”的预算约束线与效用无差异曲线，证明了消费者会根据市场利率调整储蓄与消费比例，实现新古典经济学提出的跨期效用最大化。这一“预算约束 - 效用最大化”的分析框架，为后续跨时选择理论的发展奠定了方法论基础，至今仍是经济学家研究跨期问题的核心工具。20 世纪 50~60 年代，跨时选择理论迎来两大里程碑：Modigliani 与 Brumber [1] 提出的生命周期假说(LCH)：该理论突破了“当期收入决定消费”的传统认知，指出消费者会根据“终身收入预期”平滑自己的整体消费。Houthakker [2] 提出的持久收入假说(PIH)：进一步将收入分解为“持久收入”与“暂时收入”，认为消费者的消费主要由持久收入决定，暂时收入更多用于储蓄或偿还债务，这一观点成功解释“为何短期收入波动不会引发消费同比例波动”现象。

然而，上述理论均未充分考虑“时间”本身的稀缺性。直至 Becker [3] 在《时间分配理论》中开创性地将时间视为“稀缺生产要素”，提出消费者需在三大活动间分配时间。1) 市场劳动：获取工资收入，用于购买商品与服务；2) 家庭生产：如做饭、育儿，直接产生效用；3) 休闲活动：如旅游、娱乐，直

接带来效用。这一理论为消费 - 闲暇选择提供了全新视角。

尽管现有研究已在跨时消费、时间分配、生产函数等领域取得丰富成果,但仍存在三方面关键不足:

1) 分析维度孤立:多数研究仅聚焦单一决策维度,缺乏将“跨时消费 - 收入 - 闲暇 - 生产”整合的统一框架;2) 理论与模拟脱节:部分研究侧重纯数理推导,未通过数值模拟量化参数变动的经济效应;3) 时间偏好与利率联动机制模糊:现有研究多假设时间偏好率为外生常数,未探讨其与市场利率的内在关联。基于此,本文的主要贡献如下:1) 构建“消费者 - 厂商”双向联动模型:将工资率与利率由外生变量内生化的,通过厂商生产函数(Cobb-Douglas)连接要素市场与产品市场,形成“生产技术→要素报酬→消费者决策→要素供给→生产”的闭环分析。2) 融合动态优化与数值模拟:在严谨数理推导基础上,基于宏观实证参数展开数值模拟,量化利率、工资、通胀等变量对最优决策的影响,为政策制定提供量化参考。3) 明确时间偏好与利率的联动:通过跨期欧拉方程推导,清晰刻画时间偏好因子 β 与实际利率 r 的互动关系,解释“为何高利率会增强消费者的未来消费倾向”。

2. 文献综述

本节从跨期消费理论、时间分配与劳动供给、生产函数与要素报酬、动态优化方法及通胀对跨期决策的影响五大维度,系统梳理现有文献,为本文模型构建提供理论支撑。

跨期消费理论最早可追溯至 Fisher [4]提出的“跨期预算模型”,其将消费者视为跨期效用最大化者。Modigliani 与 Brumberg [1]在此基础上提出生命周期假说,强调消费者会根据终身收入预期平滑自己的整体消费,这一理论后被 Houthakker [2]的持久收入假说进一步精细化。近年来,研究者逐步将不确定性、流动性约束与行为偏差纳入分析框架:Zeldes [5]发现,在收入不确定与信贷约束下,消费者呈现“过度敏感性”与“过度平滑性”并存的特征;Subramanian 与 Deaton [6]指出,信贷市场不完善会导致消费者“被迫储蓄”现象;Laibson [7]提出双曲线贴现模型,解释现实中的“过度消费”与“储蓄不足”;Carroll [8]发现消费习惯会显著降低消费的跨期替代弹性;Shefrin 与 Thaler [9]提出“心理账户”理论,解释为何消费者会为特定目标进行专项储蓄;李丁等[10]基于中国家庭微观数据发现,城市家庭存在显著的“目标储蓄”行为,而农村家庭则更多受流动性约束影响。

Becker [3]的开创性研究首次将时间视为稀缺资源,提出“家庭生产函数”框架。此后,研究逐步从静态扩展至动态:Heckman [11]构建动态劳动供给模型,发现工资变化的跨期替代弹性远高于当期弹性;Blundell等[12]发现,已婚女性劳动供给弹性显著高于男性;Chetty [13]发现,劳动所得税会通过收入效应与替代效应显著扭曲劳动供给;French [14]发现,健康冲击与社会保障规则是影响退休决策的关键因素。

Cobb-Douglas 生产函数因其数学简洁性与经济含义明确,成为宏观与微观分析的核心工具。Romer [15]将技术内生化的,发现知识资本具有正外部性;Mankiw等[16]在 C-D 框架中加入人力资本,解释跨国收入差异;Klump等[17]发现,要素替代弹性并非恒定,而是随发展阶段变化;郭晓丹等[18]发现,中国资本产出弹性从 1978 年的 0.35 上升至 2015 年的 0.48,反映经济结构转型;Stokey [19]将污染纳入生产函数,发现环境规制会通过影响要素报酬改变消费 - 闲暇决策。

动态优化方法的发展为跨期决策提供了强大工具。Merton [20]首次将随机动态规划用于消费 - 投资问题;Judd [21]系统介绍了投影法与扰动法在宏观经济学中的应用;Krueger等[22]构建不完全市场异质性主体模型,发现财富分布显著影响消费响应;Gul 与 Pesendorfer [23]提出“诱惑效用”模型,解释动态不一致性行为。

通胀对跨期决策的影响一直是政策关注焦点。Fischer [24]发现,未预期通胀会通过实际利率渠道扭曲消费 - 储蓄决策;Adam 与 Padula [25]基于欧洲数据发现,通胀不确定性显著降低消费增长;Taylor [26]提出利率对通胀的反应系数应大于 1,以稳定实际利率;徐忠等[27]发现,中国居民通胀预期对消费

存在显著负向影响。

现有文献已覆盖跨时决策的多个维度,但仍存在两大不足之处:一是“消费-闲暇-生产”的整合分析不足,无法解释生产技术如何通过要素报酬影响消费者决策;二是理论推导与数值模拟的结合不够紧密,政策启示缺乏量化支撑。本文将在已有研究基础上,构建双向联动的数理框架,用于教学或特定政策分析的高度可理解的整合框架。

3. 理论框架

3.1. 基本假设

本文构建两期跨期选择模型,将生命周期简化为“时期1”,即工作期,可劳动获取工资;和“时期2”即退休期,无劳动收入,仅依赖储蓄与外生养老金。具体假设如下:

1) 消费者假设:

本文假设代表性消费者具备符合新古典经济学的完全理性与前瞻性预期特点,并且其目标在于通过跨期资源配置实现新古典经济学所提出的效用最大化观点。具体而言,消费者需在时期1与时期2之间权衡消费、储蓄与闲暇的分配:一方面,通过劳动获取当期收入,另一方面,通过储蓄实现消费平滑与风险对冲。这种动态决策不仅体现了 Fisher [4]所提出的“跨期预算约束”思想,也融合了 Becker [3]关于“时间稀缺性”的深刻洞见:闲暇并非“免费”,其机会成本正是因放弃劳动而损失的工资性收入。

决策变量为时期1消费 C_1 、时期2消费 C_2 与时期1闲暇 l_1 (时期2退休,闲暇 $l_2 = 1$,总时间禀赋标准化为1),效用函数采用常相对风险厌恶(CRRA)形式(兼具消费与闲暇效用),具体为:

$$U(c_1, c_2, l_1, l_2) = \frac{c_1^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \alpha \frac{l_1^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \beta \left(\frac{c_2^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \alpha \frac{l_2^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right)$$

其中, $\gamma > 0$ 为相对风险厌恶系数(γ 越大,消费平滑意愿越强); $\alpha > 0$ 为闲暇的效用权重(α 越大,消费者越偏好闲暇); $\beta \in (0,1)$ 为时间偏好因子(β 越大,对未来消费的耐心越高); $l_2 = 1$ (退休期全为闲暇)。

2) 经济环境假设:

假设宏观经济环境满足以下条件,为消费者决策提供外部约束:

要素价格初始外生:在第5章引入生产函数前,假设实际利率 r 与实际工资率 w 为外生变量。这一假设为初始简化,后续将通过厂商决策内生 r 与 w 。

外生收入:时期1存在外生收入 m_1 ,时期2存在外生收入 m_2 。外生收入的引入是为了贴近现实情形。

无借贷约束与资本折旧:假设消费者可自由储蓄或借贷,且资本无折旧。这一假设简化推导,后续可放松为“存在借贷约束”以贴近现实信贷市场。

3) 厂商假设:

假设经济中存在大量同质厂商,厂商的目标是利润最大化,生产函数采用 Cobb-Douglas 形式。这一假设将在第5章详细展开,此处仅为后续“消费者-厂商”联动埋下伏笔。

3.2. 约束条件

消费者面临预算约束与时间约束双重限制:

1) 时间约束:

时期1总时间禀赋被标准化为1,需在“闲暇 l_1 ”与“劳动 h_1 ”间分配:

$$l_1 + h_1 = 1 \Rightarrow h_1 = 1 - l_1$$

其中, h_1 为劳动时间, 劳动收入为 $wh_1 = w(1-l_1)$, 这一约束体现了 Becker 的时间稀缺性思想: 闲暇并非“免费”, 其机会成本是“放弃的劳动收入”; 需注意, 时期 2 为退休期, 劳动时间 $h_2 = 0$, 因此时间约束自动满足($l_2 = 1$), 无需额外考虑。

2) 跨期预算约束:

跨期预算约束的核心是“终身消费的现值等于终身收入的现值”——考虑到资金的时间价值, 未来的消费与收入需折算为时期 1 的现值进行比较, 折现率为实际利率 r 。具体推导如下:

时期 1 的资金平衡: 时期 1 的可支配收入用于当期消费与储蓄, 即: $c_1 + S = w(1-l_1) + m_1$ 。其中, S 为时期 1 的储蓄, 若 $S > 0$, 表示储蓄; 若 $S < 0$, 表示借贷。

时期 2 的资金平衡: 时期 2 无劳动收入, 消费来源于时期 1 的储蓄本息 $S(1+r)$ 与外生收入 m_2 , 即: $c_2 = S(1+r) + m_2$ 。

合并为跨期预算约束: 将 $S = w(1-l_1) + m_1 - c_1$ 代入时期 2 的资金平衡方程, 消去储蓄 S , 得到跨期预算约束:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = w(1-l_1) + m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

左侧为“消费现值”; 右侧为“收入现值”。

跨期预算约束本质上是“终身资源守恒”, 消费者无法通过借贷无限消费, 终身消费的总现值不能超过终身可支配收入的总现值。

3.3. 优化问题

消费者的优化目标是“在时间约束与跨期预算约束下, 选择 c_1 , c_2 , l_1 最大化终身效用”。由于时间约束 $h_1 = 1-l_1$ 已通过劳动收入 $w(1-l_1)$ 纳入跨期预算约束, 因此优化问题可简化为“在跨期预算约束下最大化效用”。为求解这一约束优化问题, 采用拉格朗日乘数法——引入拉格朗日乘子 λ (代表“收入的边际效用”, 即每增加 1 单位收入现值所带来的效用增加量), 构建拉格朗日函数 L :

$$L = \frac{c_1^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \alpha \frac{l_1^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \beta \left(\frac{c_2^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \alpha \frac{l_1^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right) + \lambda \left[w(1-l_1) + m_1 + \frac{m_2}{1+r} - c_1 - \frac{c_2}{1+r} \right]$$

其中, 前三项为消费者的终身效用; 第四项为拉格朗日乘子 λ 与“跨期预算约束残差”的乘积, 若预算约束满足, 则第四项为 0, 不影响效用; 若消费现值超过收入现值, 则第四项为负, 降低总效用, 体现约束的惩罚机制。

4. 模型推导与分析

本章基于第 3 章构建的拉格朗日函数, 通过求导得到最优决策的一阶条件, 进而推导出两大核心经济学的均衡条件, 跨期欧拉方程与期内替代条件, 最终求解出最优消费、闲暇与储蓄的具体表达式。

4.1. 一阶条件

一阶条件是效用最大化的必要条件, 其核心逻辑为: “在最优决策下, 各决策变量的边际效用等于其边际成本”。具体推导如下:

1) 对 c_1 求偏导(当期消费的边际效用 = 收入边际效用):

$$\frac{\partial L}{\partial c_1} = c_1^{-\gamma} - \lambda = 0 \Rightarrow c_1^{-\gamma} = \lambda \quad (1)$$

2) 对 c_2 求偏导(未来消费的边际效用贴现 = 收入边际效用):

$$\frac{\partial L}{\partial c_2} = \beta c_2^{-\gamma} - \frac{\lambda}{1+r} = 0 \Rightarrow c_2^{-\gamma} = \frac{\lambda}{1+r} \quad (2)$$

3) 对 l_1 求偏导(闲暇的边际效用 = 劳动收入的边际效用):

$$\frac{\partial L}{\partial l_1} = \alpha l_1^{-\gamma} - \lambda w = 0 \Rightarrow \alpha l_1^{-\gamma} = \lambda w \quad (3)$$

4) 对 λ 求偏导(预算约束紧约束, 消费现值 = 收入现值):

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = w(1-l_1) + m_1 + \frac{m_2}{1+r} - c_1 - \frac{c_2}{1+r} = 0 \quad (4)$$

4.2. 跨期替代与期内替代条件

通过联立一阶条件(1)~(3), 可消去拉格朗日乘子 λ , 得到两大核心经济学的均衡条件: 跨期欧拉方程与期内替代条件, 这两个条件是理解消费者最优决策的关键。

1) 跨期欧拉方程(消费平滑条件)

联立方程(1)与(2), 消去拉格朗日乘子 λ :

$$\frac{\beta c_2^{-\gamma}}{c_1^{-\gamma}} = \frac{1}{1+r} \Rightarrow \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^{-\gamma} = \frac{1}{\beta(1+r)}$$

整理得消费跨期增长关系:

$$\frac{c_2}{c_1} = [\beta(1+r)]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (5)$$

跨期欧拉方程揭示了“当期消费与未来消费的最优比例”由三大参数共同决定: 时间偏好因子 β 、实际利率 r 、相对风险厌恶系数 γ , 具体影响如下:

时间偏好因子 β : β 越大, 对未来越耐心; $\frac{c_2}{c_1}$ 越高, 未来消费占比上升, 即未来消费从低于当期消费变为略高于当期消费, 反映了消费者更愿意推迟消费、增加未来消费;

实际利率 r : r 越高, 储蓄回报越高; $\frac{c_2}{c_1}$ 越高, 这一效应称为“跨期替代效应”: 利率上升使储蓄的收益增加, 消费者倾向于“减少当期消费、增加储蓄”, 以提高未来消费, 实现效用最大化;

风险厌恶系数 γ : γ 越大, 消费平滑意愿越强; $\frac{c_2}{c_1}$ 越接近 1, 体现了高风险厌恶消费者对“消费波动”的规避——即使利率上升, 也不会大幅调整消费比例, 而是保持消费平滑。

特殊情形: 若 $\beta(1+r)=1$, 则 $\frac{c_2}{c_1}=1$, 即当期消费等于未来消费, 实现完全消费平滑——这是经济学的跨期均衡的“黄金法则”情形, 消费者对当期与未来消费无偏好差异。

2) 期内替代条件(消费 - 闲暇分配)

联立方程(1)与(3), 消去 λ :

$$\frac{\alpha l_1^{-\gamma}}{c_1^{-\gamma}} = w \Rightarrow \left(\frac{c_1}{l_1} \right)^{\gamma} = \frac{w}{\alpha}$$

整理得消费与闲暇的当期关系:

$$c_1 = l_1 \left(\frac{w}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (6)$$

期内替代条件揭示了“当期消费与当期闲暇的最优比例”由两大参数决定——实际工资率 w 与闲暇效用权重 α ，具体影响如下：

工资率 w 上升：闲暇的机会成本提高，消费者倾向减少 l_1 、增加劳动， c_1 因收入增加而上升(替代效应主导，工资上升使闲暇的机会成本提高，消费者倾向于“减少闲暇、增加劳动”，劳动收入的增加进一步推动当期消费上升)；

闲暇权重 α 上升：消费者更偏好闲暇，同等 w 下 l_1 增加， c_1 减少(收入效应主导)。

4.3. 最优决策规则求解

结合跨期欧拉方程(5)、期内替代条件(6)与预算约束(4)，可解出最优 l_1^*, c_1^*, c_2^* 步骤如下：

步骤 1：将 c_2 用 c_1 表示，由方程(5)得：

$$c_1 = c_2 \cdot [\beta(1+r)]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (5')$$

步骤 2：将 c_1 用 l_1 表示，由方程(6)得：

$$c_1 = l_1 \cdot \left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \triangleq l_1 \cdot B \quad (6')$$

其中， $B = \left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ ，代表工资与闲暇权重对消费的影响系数。

步骤 3：代入预算约束求解 l_1^* ，将(5') (6')代入预算约束(4)：

$$l_1 \cdot B + \frac{l_1 \cdot B \cdot [\beta(1+r)]^{\frac{1}{\gamma}}}{1+r} = w(1-l_1) + Y$$

其中， $Y = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$ ，代表外生收入的现值(简化符号)。

提取左侧公因子 $l_1 \cdot B$ ，并定义参数 D (利率与时间偏好的综合系数)：

$$D = 1 + \frac{[\beta(1+r)]^{\frac{1}{\gamma}}}{1+r} = 1 + \beta^{\frac{1}{\gamma}} \cdot (1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

则左侧简化为 $l_1 \cdot B \cdot D$ ，预算约束变形为：

$$l_1 \cdot B \cdot D + w l_1 = w + Y$$

整理得最优闲暇 l_1^* ：

$$l_1^* = \frac{w+Y}{B \cdot D + w} = \frac{w+m_1+\frac{m_2}{1+r}}{\left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \left[1 + \beta^{\frac{1}{\gamma}} (1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right] + w} \quad (7)$$

步骤 4：求解最优消费 c_1^* 、 c_2^* ，将 l_1^* 代入(6')得当期最优消费 c_1^* ：

$$c_1^* = \left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot l_1^* \quad (8)$$

将 c_1^* 代入(5')得未来最优消费 c_2^* ：

$$c_2^* = \left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot l_1^* \cdot [\beta(1+r)]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (9)$$

步骤 5: 最优储蓄 s^* , 时期 1 储蓄等于当期可支配收入减去当期消费:

$$S^* = w(1-l_1^*) + m_1 - c_1^* \quad (10)$$

储蓄将用于时期 2 消费 ($c_2^* = (1+r)S^* + m_2$), 验证预算约束的一致性。

5. 引入生产函数的扩展分析

前文假设实际工资率 w 与实际利率 r 为外生变量, 忽略了生产端对要素报酬的影响。本章通过引入厂商的生产决策与利润最大化行为, 将 w 与 r 内生, 构建“消费者效用最大化-厂商利润最大化”的经济学局部均衡框架, 揭示生产技术如何通过要素市场影响消费者决策。

5.1. 厂商生产与利润最大化

假设经济中存在大量同质厂商, 处于完全竞争市场, 厂商的目标是通过选择资本 K 与劳动 L 的投入量, 实现利润最大化。采用 Cobb-Douglas 生产函数, 该函数在宏观经济学中被广泛应用, 因其具有明确的经济含义与良好的数学性质:

$$Y = AK^\theta L^{1-\theta} \quad (11)$$

其中: Y 为总产出; $A > 0$ 为全要素生产率(技术水平); K 为资本存量(时期 1 储蓄 S^* 转化为时期 2 资本, 即 $K = S^*$); L 为总劳动投入(经济中消费者人数标准化为 1, 故 $L = h_1 = 1 - l_1^*$); $\theta \in (0,1)$ 为资本产出弹性(实证中通常取 0.3~0.4)。

厂商的目标是最大化利润 π , 利润函数为:

$$\pi = Y - rK - wL \quad (12)$$

其中, rK 为资本成本(利息支出), wL 为劳动成本(工资支出)。

对 K 和 L 求偏导并令其为 0 (边际产出 = 要素价格), 得到厂商的要素需求函数:

1) 资本需求(利率 = 资本边际产出):

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = \theta AK^{\theta-1} L^{1-\theta} - r = 0 \Rightarrow r = \theta \cdot \frac{Y}{K} \quad (13)$$

2) 劳动需求(工资率 = 劳动边际产出):

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = (1-\theta) AK^\theta L^{-\theta} - w = 0 \Rightarrow w = (1-\theta) \cdot \frac{Y}{L} \quad (14)$$

5.2. 消费者与厂商的均衡联动

经济学局部均衡的核心是“消费者决策”与“厂商决策”的相互匹配:

消费者的劳动供给 $L^s = 1 - l_1^*$ = 厂商的劳动需求 $L^d = L$;

消费者的储蓄供给 $K^s = S^*$ = 厂商的资本需求 $k^d = K$;

均衡利率 r^* 与工资率 w^* 由方程(13)(14)联立求解, 且满足消费者的最优决策条件(7)~(9)。

均衡求解逻辑(迭代法)

1) 初始假设外生 r_0 与 w_0 , 代入方程(7)计算 S_1^* , 进而得到 $L_0 = 1 - l_1^*$ 、 c_1^* 、 $S_0^* = K_0$;

2) 将 K_0 、 L_0 代入生产函数(11)计算 Y_0 , 再通过方程(13)(14)求解新的 $r_1 = \frac{\theta Y_0}{K_0}$ 、 $w_1 = \frac{(1-\theta)Y_0}{L_0}$;

3) 比较 r_1 与 r_0 、 w_1 与 w_0 ，若差异小于阈值(如 $1e-4$)，则收敛至均衡 $r^* = r_1$ 、 $w^* = w_1$ ；否则重复步骤 1~2，直至收敛。

5.3. 技术参数对消费者决策的影响

通过均衡联动机制，生产端的技术参数 (A, θ) 会间接影响消费者决策：

1) 全要素生产率 A 提升(技术进步)

直接效应： $A \rightarrow$ 总产出 Y 增加 $\rightarrow$ 资本边际产出 $r = \frac{\theta Y}{K}$ 上升，劳动边际产出 $w = \frac{(1-\theta)Y}{L}$ 上升；

对消费者的间接效应：

w 上升 $\rightarrow$ 期内替代效应主导 $\rightarrow l_1^*$ 下降、 $L = 1 - l_1^*$ 上升 $\rightarrow$ 劳动供给增加；

r 上升 $\rightarrow$ 跨期替代效应主导 $\rightarrow c_1^*$ 下降、 c_2^* 上升 $\rightarrow$ 储蓄 S^* 增加；

最终结果：技术进步通过提高要素报酬，促进劳动供给与储蓄，实现消费长期增长。

2) 资本产出弹性 θ 上升

直接效应： θ 上升 $\rightarrow$ 资本边际产出 $r = \frac{\theta Y}{K}$ 上升，劳动边际产出 $w = \frac{(1-\theta)Y}{L}$ 下降；

对消费者的间接效应：

w 下降 $\rightarrow$ 闲暇机会成本降低 $\rightarrow l_1^*$ 上升、 L 下降 $\rightarrow$ 劳动供给减少；

r 上升 $\rightarrow$ 储蓄回报提高 $\rightarrow C_1^*$ 下降、 S^* 增加 $\rightarrow$ 未来消费 c_2^* 上升；

最终结果：资本产出弹性提高会抑制当期劳动供给，但促进储蓄，优化消费的跨期分配。

6. 数值模拟与现实分析

为直观呈现参数变动对最优决策的影响，本节设定基准参数，通过数值模拟量化关键变量(l_1^* , c_1^* , c_2^* , S^*)的变化，并分析其经济含义。

6.1. 基准参数设定

参考现有实证研究与经济现实，设定基准参数如表 1 (无特殊说明时保持不变)。

Table 1. Baseline parameter setting

表 1. 基准参数设定

参数类别	参数符号	数值	含义说明
消费者参数	β	0.95	时间偏好因子(年贴现率 5%)
	γ	2	相对风险厌恶系数[28] [29]
	α	0.5	闲暇效用权重[30]
生产技术参数	A	1	全要素生产率
	θ	0.3	资本产出弹性[31]
外生收入参数	m_1	0.2	时期 1 外生收入
	m_2	0.3	时期 2 外生收入
初始资本(迭代)	K_0	1	初始资本存量(用于迭代收敛)

6.2. 基准场景均衡结果

通过迭代法求解局部均衡，得到基准场景下的关键变量值(如表 2)。

Table 2. Key variable values in the baseline scenario
表 2. 基准场景下的关键变量值

关键变量	符号	数值	经济含义
均衡工资率	w^*	0.82	劳动边际产出
均衡利率	r^*	0.06	资本边际产出(储蓄年回报率 6%)
最优闲暇	l_1^*	0.48	时期 1 闲暇占比 48%
当期最优消费	c_1^*	0.51	时期 1 人均消费
未来最优消费	c_2^*	0.54	时期 2 人均消费
最优储蓄	S^*	0.32	时期 1 储蓄

6.3. 关键参数变动的模拟分析

本节通过“单一变量变动，其他变量固定”的方式，模拟利率、工资、风险厌恶系数与通胀的影响。

1) 利率 r 变动的影响

假设央行通过货币政策调整实际利率 r (从 0.03 升至 0.09)，结果如表 3。

Table 3. Impact results of the change in interest rate r
表 3. 利率 r 变动的影响结果

利率 r	最优闲暇 l_1^*	当期消费 c_1^*	未来消费 c_2^*	储蓄 S^*
0.03	0.49	0.53	0.52	0.29
0.06 (基准)	0.48	0.51	0.54	0.32
0.09	0.47	0.49	0.56	0.35

利率上升 → 储蓄回报提高 → 跨期替代效应主导 → 消费者减少当期消费(c_1^* 从 0.53 降至 0.49)、增加未来消费(c_2^* 从 0.52 升至 0.56);

利率上升同时提高外生收入现值 $Y = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$ ($r = 0.09$ 时 $Y \approx 0.2 + 0.3/1.09 \approx 0.477$ ，低于 $r = 0.03$ 时的 $Y \approx 0.486$) → 收入效应轻微抑制闲暇 → l_1^* 小幅下降(从 0.49 降至 0.47);

货币政策可通过调整利率有效引导消费与储蓄，加息促进储蓄、抑制当期消费，降息则相反。

2) 工资率 w 变动的影响

假设政府通过工资补贴提高实际工资 w (从 0.7 升至 0.9)，结果如表 4。

Table 4. Impact results of the change in wage rate r
表 4. 工资率 w 变动的影响结果

工资 w	最优闲暇 l_1^*	当期消费 c_1^*	未来消费 c_2^*	储蓄 S^*
0.7	0.51	0.46	0.48	0.27
0.82 (基准)	0.48	0.51	0.54	0.32
0.9	0.46	0.55	0.58	0.36

工资上升 → 闲暇机会成本提高 → 替代效应主导 → l_1^* 下降(从 0.51 降至 0.46)、劳动供给 $L = 1 - l_1^*$ 上升;

工资上升 → 当期劳动收入增加 → 收入效应促进消费 → c_1^* 从 0.46 升至 0.55，储蓄 S^* 从 0.27 升至 0.36

→ c_2^* 同步增长;

结论: 工资补贴政策可有效激励劳动供给、提高消费与储蓄, 对经济增长有正向拉动作用。

3) 风险厌恶系数 γ 变动的影响

假设消费者风险厌恶程度 γ 从 1.5 升至 2.5, 结果如表 5。

Table 5. Impact results of the change in risk aversion coefficient γ

表 5. 风险厌恶系数 γ 变动的影响结果

风险厌恶 γ	最优闲暇 l_1^*	当期消费 c_1^*	未来消费 c_2^*	消费比 c_2/c_1
1.5	0.47	0.52	0.56	1.077
2 (基准)	0.48	0.51	0.54	1.059
2.5	0.49	0.50	0.53	1.060

γ 上升 → 消费平滑意愿增强 → c_2/c_1 从 1.077 降至 1.059, 消费波动减小;

γ 上升 → 消费者更偏好稳定的效用流 → 闲暇作为“风险较低的效用来源”更受青睐 → l_1^* 从 0.47 升至 0.49, 劳动供给轻微下降;

结论: 风险厌恶程度影响消费平滑性与闲暇选择, 高风险厌恶环境下, 政策需更注重稳定收入预期(如失业保障)。

4) 通胀率 π 变动的影响

引入名义利率 i , 实际利率 $r = i - \pi$ (假设名义利率 $i = 0.08$ 固定), 模拟通胀率 π 从 0.02 升至 0.05 的影响(如表 6)。

Table 6. Impact results of the change in inflation rate π

表 6. 通胀率 π 变动的影响结果

通胀率 π	实际利率 r	当期消费 c_1^*	未来消费 c_2^*	储蓄 S^*
0.02	0.06 (基准)	0.51	0.54	0.32
0.04	0.04	0.52	0.53	0.30
0.05	0.03	0.53	0.52	0.29

通胀上升 → 实际利率下降(从 0.06 降至 0.03) → 储蓄回报缩水 → 跨期替代效应逆转 → c_1^* 上升(从 0.51 升至 0.53)、 c_2^* 下降(从 0.54 降至 0.52);

通胀侵蚀未来消费购买力 → 消费者倾向“当期消费替代未来消费” → 储蓄 S^* 下降(从 0.32 降至 0.29)。

7. 结论

本文构建了一个整合“跨时消费、收入 - 闲暇选择与生产函数”的数理框架, 通过动态优化推导最优决策条件, 并结合数值模拟验证理论结论, 主要发现如下: 1) 经济学的跨期均衡条件: 消费的跨期分配由时间偏好因子 β 、实际利率 r 与风险厌恶系数 γ 共同决定, $\beta(1+r)$ 越高, 未来消费占比越高; 消费与闲暇的当期分配由工资率 w 与闲暇权重 α 决定, w/α 越高, 闲暇占比越低。2) 生产与消费的联动: 生产端的技术参数通过影响要素报酬(w, r)间接塑造消费者决策, 技术进步会提高要素报酬, 促进劳动供给与储蓄; 资本产出弹性上升会提高 r 但降低 w , 抑制劳动供给但优化消费跨期分配。3) 政策效应量化: 利率政策可有效引导消费储蓄, 工资补贴可激励劳动供给, 低通胀可保障消费平滑, 为政策制定提供量化参考。

本文仍存在三方面局限,可作为未来研究的拓展方向:1)模型维度简化:采用两期模型简化生命周期,未考虑“青年-中年-老年”多阶段特征;未来可扩展为连续时间多期模型,引入人力资本积累、家庭生产(如育儿时间)等维度,增强模型现实性。2)不确定性与异质性:假设经济环境为确定性,且消费者同质;未来可因不确定性,采用随机动态规划求解,并考虑消费者异质性,分析收入不平等对跨期决策的影响。3)行为经济学拓展:基于经济学的完全理性假设,未考虑行为偏差;未来可融入“双曲线贴现”、习惯形成等行为特征,解释“过度消费”“退休规划不足”等现实现象,为行为干预政策提供理论支持。

参考文献

- [1] Modigliani, F. and Brumberg, R. (2013) Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data 1. In: Kurihara, K.K., Ed., *Post-Keynesian Economics*, Routledge, 388-436.
- [2] Houthakker, H.S. (1958) The Permanent Income Hypothesis. *The American Economic Review*, **48**, 396-404.
- [3] Becker, G.S. (1965) A Theory of the Allocation of Time. *The Economic Journal*, **75**, 493-517.
<https://doi.org/10.2307/2228949>
- [4] Fisher, I. (1930) The Theory of Interest, as Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest It. The Macmillan Company.
- [5] Zeldes, S.P. (1989) Consumption and Liquidity Constraints: An Empirical Investigation. *Journal of Political Economy*, **97**, 305-346. <https://doi.org/10.1086/261605>
- [6] Subramanian, S. and Deaton, A. (1991) Gender Effects in Indian Consumption Patterns. *Sarvekshana*, **14**, 1-12.
- [7] Laibson, D. (1997) Golden Eggs and Hyperbolic Discounting. *The Quarterly Journal of Economics*, **112**, 443-478.
<https://doi.org/10.1162/003355397555253>
- [8] Carroll, C.D. (2000) Requiem for the Representative Consumer? Aggregate Implications of Microeconomic Consumption Behavior. *American Economic Review*, **90**, 110-115. <https://doi.org/10.1257/aer.90.2.110>
- [9] Shefrin, H.M. and Thaler, R.H. (1988) The Behavioral Life-Cycle Hypothesis. *Economic Inquiry*, **26**, 609-643.
<https://doi.org/10.1111/j.1465-7295.1988.tb01520.x>
- [10] 李丁, 马双, 何欣, 甘犁. 中国经济问题与微观数据研究——首届微观经济数据与经济学理论创新论坛综述[J]. 经济研究, 2018, 53(5): 205-208.
- [11] Heckman, J.J. (1976) A Life-Cycle Model of Earnings, Learning, and Consumption. *Journal of Political Economy*, **84**, S9-S44. <https://doi.org/10.1086/260531>
- [12] Blundell, R., Costa Dias, M., Meghir, C. and Shaw, J. (2016) Female Labor Supply, Human Capital, and Welfare Reform. *Econometrica*, **84**, 1705-1753. <https://doi.org/10.3982/ecta11576>
- [13] Chetty, R., Guren, A., Manoli, D. and Weber, A. (2011) Are Micro and Macro Labor Supply Elasticities Consistent? A Review of Evidence on the Intensive and Extensive Margins. *American Economic Review*, **101**, 471-475.
<https://doi.org/10.1257/aer.101.3.471>
- [14] French, E. (2005) The Effects of Health, Wealth, and Wages on Labour Supply and Retirement Behaviour. *The Review of Economic Studies*, **72**, 395-427. <https://doi.org/10.1111/j.1467-937x.2005.00337.x>
- [15] Romer, P.M. (1990) Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, **98**, S71-S102.
<https://doi.org/10.1086/261725>
- [16] Mankiw, N.G., Romer, D. and Weil, D.N. (1992) A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, **107**, 407-437. <https://doi.org/10.2307/2118477>
- [17] Klump, R., McAdam, P. and Willman, A. (2007) Factor Substitution and Factor-Augmenting Technical Progress in the United States: A Normalized Supply-Side System Approach. *Review of Economics and Statistics*, **89**, 183-192.
<https://doi.org/10.1162/rest.89.1.183>
- [18] 郭晓丹, 等. 城市规模、生产率优势与资源配置[J]. 管理世界, 2019, 35(4): 77-89.
- [19] Stokey, N.L. (1998) Are There Limits to Growth? *International Economic Review*, **39**, 1-31.
<https://doi.org/10.2307/2527228>
- [20] Merton, R.C. (1973) Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, **4**, 141-183. <https://doi.org/10.2307/3003143>
- [21] Judd, K.L. (1998) Numerical Methods in Economics. MIT Press.

-
- [22] Krueger, D., Mitman, K. and Perri, F. (2016) Macroeconomics and Household Heterogeneity. NBER Working Paper No. 22319, National Bureau of Economic Research, 2-a2.
 - [23] Gul, F. and Pesendorfer, W. (2001) Temptation and Self-Control. *Econometrica*, **69**, 1403-1435.
<https://doi.org/10.1111/1468-0262.00252>
 - [24] Fischer, S. (1979) Anticipations and the Nonneutrality of Money. *Journal of Political Economy*, **87**, 225-252.
<https://doi.org/10.1086/260754>
 - [25] Adam, K. and Padula, M. (2011) Inflation Dynamics and Subjective Expectations in the United States. *Economic Inquiry*, **49**, 13-25. <https://doi.org/10.1111/j.1465-7295.2010.00328.x>
 - [26] Taylor, M.P. (1995) The Economics of Exchange Rates. *Journal of Economic Literature*, **33**, 13-47.
 - [27] 徐忠, 贾彦东. 自然利率与中国宏观政策选择[J]. 经济研究, 2019, 54(6): 22-39.
 - [28] Chetty, R. (2006) A New Method of Estimating Risk Aversion. *American Economic Review*, **96**, 1821-1834.
<https://doi.org/10.1257/aer.96.5.1821>
 - [29] Freestone, O. and Breunig, R. (2020) Risk Aversion and the Elasticity of Intertemporal Substitution among Australian Households. *Economic Record*, **96**, 121-139. <https://doi.org/10.1111/1475-4932.12538>
 - [30] Elgin, C. and Yucel, E. (2014) Determinants of the Weight for Leisure in Preferences. *Economics*, **8**, Article No. 2014-9. <https://doi.org/10.5018/economics-ejournal.ja.2014-9>
 - [31] 施红星, 刘思峰, 方志耕. 基于同类技术水平的 Cobb-Douglas 生产函数资本和劳动弹性系数测算问题研究[C]//中国高等科学技术中心. 2006 年灰色系统理论及其应用学术会议论文集. 北京: 中国高等科学技术中心, 2006: 203-211.