

# 考虑顾客效用下的交叉销售服务决策

倪梦凡, 戴 韬

东华大学旭日工商管理学院, 上海

收稿日期: 2025年12月4日; 录用日期: 2025年12月28日; 发布日期: 2025年12月31日

## 摘 要

为获取更多收益, 企业会在客服中心开展基础服务后增加交叉销售服务。然而开展交叉销售服务会造成顾客等待时间增加, 进而导致顾客流失, 造成基础收益的下降。因此, 开展交叉销售服务的策略设置需要进一步探讨。本文基于顾客效用, 从开展比例及开展时机角度出发, 构建了交叉销售比例及交叉销售阈值影响下的多服务台排队模型, 并通过生灭过程推导出性能指标。基于此, 进一步构建效益指标, 以获得最优交叉销售策略。研究表明, 比例及阈值策略可以提高企业客服中心性能, 并获得更多收益。本文的研究为企业开展交叉销售服务提供了理论依据以及指导意见。

## 关键词

交叉销售服务, 排队论, 服务比例, 服务时机, 顾客效用

# Cross-Selling Service Decision with Customer Utility Consideration

Mengfan Ni, Tao Dai

Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai

Received: December 4, 2025; accepted: December 28, 2025; published: December 31, 2025

## Abstract

To secure greater profits, enterprises often introduce cross-selling services after providing basic services at their customer service centers. However, the implementation of cross-selling services can lead to longer customer waiting times, which may subsequently cause customers to balk, resulting in a decline in basic revenue. Hence, the strategies for implementing cross-selling services need further exploration. Based on customer utility, this paper constructs a multi-server queuing model influenced by cross-selling proportions and thresholds, considering both the proportion and timing of implementation, and performance metrics are derived through the birth-death process. Based

on these, benefit metrics are further established to obtain the optimal cross-selling strategy. Research indicates that proportion and threshold strategies can enhance the performance of enterprise's customer service centers and generate more profits. This study offers theoretical support and practical guidance for enterprises to implement cross-selling services.

## Keywords

Cross-Selling Service, Queueing Theory, Service Proportion, Service Timing, Customer Utility

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

客服中心是企业运营中的重要组成部分, 被视为与客户互动的重要渠道之一。凭借优质服务, 企业能够有效提升顾客满意度, 稳固并发展客户关系。在基础服务模式, 企业收益局限于基础服务本身。然而, 顾客的到访同样也是销售契机, 企业可将客服中心同时作为服务中心与销售起点, 在提供基础服务基础上, 向顾客推介新产品或现有产品以获取额外收入, 这种销售方式被称为交叉销售, 即引导已购买公司某一业务的顾客主动购买公司其他业务。开展交叉销售服务不仅可以为企业增加额外收入, 扩大产品和服务的宣传范围, 也可以增加顾客粘性。

然而, 合并基础服务与交叉销售服务会带来一系列问题。顾客服务时间增加, 导致顾客等待时间延长, 顾客效用降低, 进而引发顾客止步行为, 影响企业入场费收入。长期来看, 会造成顾客流失和服务口碑受损。因此, 如何科学合理地设置交叉销售策略, 以平衡服务收益和服务质量, 成为需要解决的关键问题。

## 2. 文献综述

关于交叉销售服务的文献, 已有学者研究类似模型。Demiriz 等(2009) [1]从排队论的角度出发, 为了平衡 M/M/1 排队系统中的交叉销售和服务活动, 取交叉销售成功概率最高的前  $p$  部分顾客进行交叉销售, 其余顾客只进行基础销售, 通过数值仿真, 确定交叉销售最优比例。Armony 等(2010) [2]表明, 为了最大化交叉销售的预期稳态收入以及等待时间较低, 只有当系统中的客户数量小于阈值时, 才能启动交叉销售活动。而 Armony 等(2018) [3]进一步从阈值角度探讨何时开启交叉销售服务。在上述关于交叉销售比例、阈值的文献中, 并未考虑到顾客行为对排队系统的影响, 且大多从排队系统性能指标进行分析。

在基础服务后开展交叉销售服务类似于第二阶段可选服务, 可参考涉及第一阶段基本服务(the First Essential Service, FES)和第二阶段可选服务(a Second Optional Service, SOS)的排队模型。Jain 等(2020) [4]考虑了一个带有 Bernoulli 反馈、服务中断以及多阶段 FES 和 SOS 的批量到达排队模型。李子坤等(2023) [5]在带有工作休假机制的流体排队模型中考虑了 SOS 的情况, 得出了平衡状态下缓冲器中流体的平均库存量及空库概率的解析表达式。模型中顾客选择接受 SOS 的概率类似于本文关于交叉销售的服务比例, 不同点在于本文的比例决策方在于企业。

另外, 由于 AI 客服的引入, 交叉销售服务速率得到有效提升和控制。但根据 Anand 等(2021) [6]的研究, 在顾客密集型服务中, 提高服务速度会降低服务带来的价值, 但通过降低服务速度也未必会增加服务价值。因此, 服务提供者需在服务质量和速度两者之间进行权衡。Reddy (2020)等[7]也指出病人

的满意度与他们的排队时间以及他们就诊的时间有关。Gupta (2024)等[8]在研究服务过程中的保真度决策问题时, 也涉及类似问题。在销售系统中也是如此, 顾客购买成功率与服务时间有关。但在关于交叉销售的研究中, 并未考虑到服务时间对服务质量的影响。

因此, 本文参考 Naor [9]对顾客效用的刻画, 构建并求解了同时考虑交叉销售比例与交叉销售阈值双重控制策略, 且嵌入了顾客效用内生止步行为的交叉销售排队模型。基于此, 构建各相关方效用指标, 并对不同到达率、服务率以及交叉销售成功率等参数进行敏感性分析, 以此获得不同运营目标下的最优交叉销售策略。

### 3. 交叉销售排队模型建模

#### 3.1. 模型假设与参数设置

针对交叉销售服务模式, 对相关参数作如下假设:

- (1) 顾客为同质, 顾客的到达过程服从参数为  $\lambda$  的泊松分布, 即到达率为  $\lambda$ ;
- (2) 服务系统为单队列多服务台(或称客服)并联服务模型, 服务台  $S$  个, 排队规则为“FCFS”原则;
- (3) 客服进行基础服务时, 客服服务顾客的基础服务时间服从参数为  $\mu$  的负指数分布;
- (4) 客服进行交叉销售服务时, 服务时间服从参数为  $\mu^*$  的负指数分布;
- (5) 当系统人数大于交叉销售阈值  $T$  后, 则关闭交叉销售服务; 反之,  $S$  个服务台则按比例  $p^*$  开展交叉销售服务, 此时该服务系统的平均服务率为  $\mu(p^*) = \left[ \left( \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu^*} \right) \times p^* + \frac{1}{\mu} \times (1 - p^*) \right]^{-1}$ ;

(6) 顾客是否进入系统排队等候的决策仅与其独立的效用有关, 其中顾客效用判断与接受服务获得的价值  $V$ 、系统状态为  $i$  时的等待时间、单位时间等待成本  $C$  以及入场费  $P_{\text{rice}}$  有关。当顾客效用非负时, 则进入服务系统, 反之顾客止步;

(7) 假设顾客在进入系统之前并不知道存在开展交叉销售的可能性, 且所给的信息通告为  $\mu(p^*)$ 。因此, 顾客一旦选择进入排队系统后, 则不存在中途退出的行为。

#### 3.2. 模型逻辑

交叉销售比例和阈值同时影响下的交叉销售排队模型逻辑如图 1 所示。当顾客到达时, 顾客计算效用做出止步判断。服务系统中存在  $S$  个服务台, 进入队列的顾客按 FCFS 的规则接受服务, 所有进队的顾客均将接受基础服务。而当系统人数  $i \leq$  交叉销售阈值  $T$  时, 其中  $p^*$  比例的服务台将开展交叉销售服务, 当系统人数  $i >$  交叉销售阈值  $T$  时, 则关闭交叉销售服务, 所有服务台仅进行基础服务。

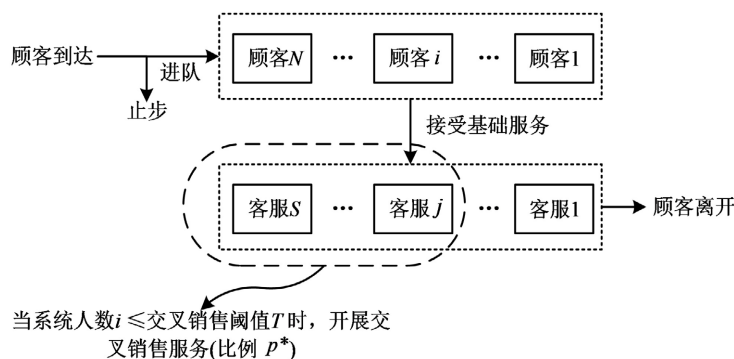


Figure 1. Queuing model diagram with cross-selling services  
图 1. 带有交叉销售服务的排队模式图

### 3.3. 顾客效用控制进队阈值建模

结合模型假设以及顾客效用公式  $U = V - C \times (i - S) [S\mu(p^*)]^{-1} - P_{rice}$ , 可以推导出顾客止步阈值:

$$L_t = \left\lceil \frac{S(V - P_{rice})\mu(p^*)}{C} \right\rceil + S + 1 \quad (1)$$

### 3.4. 交叉销售比例及阈值影响建模

在带有交叉销售比例影响下的排队模型基础上, 探讨带有交叉销售阈值的影响。此时,  $S < T < L_t$ 。因此, 可将该排队系统近似为系统容量有限、服务速率可变的多服务台排队模型, 其到达稳态时的生灭过程如图 2 所示。

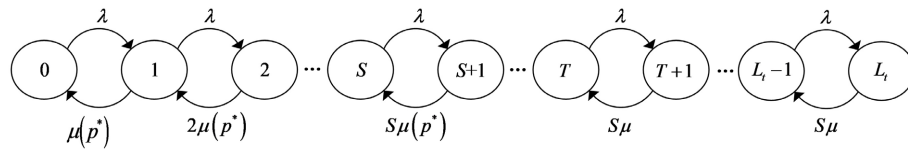


Figure 2. Birth-death process under the influence of cross-selling proportion and threshold  
图 2. 交叉销售比例及阈值影响下的生灭过程

$$\text{当系统达到稳态时, 系统中有 } i \text{ 个顾客的概率为: } p(i) = \begin{cases} \frac{S^i \rho_1^i}{i!} p(0) & 0 \leq i \leq S \\ \frac{S^S \rho_1^i}{S!} p(0) & S \leq i \leq T \\ \frac{S^S \rho_1^T \rho_2^{i-T}}{S!} p(0) & T \leq i \leq L_t \end{cases}$$

根据正则化条件  $\sum_{i=0}^{\infty} p(i) = 1$ , 可得:

$$p(0) = \left[ \sum_{i=0}^S \frac{S^i \rho_1^i}{i!} + \frac{S^S \rho_1 (\rho_1^S - \rho_1^{L_t})}{S!(1-\rho_1)} + \frac{S^S \rho_1^T (\rho_2 - \rho_2^{L_t-T+1})}{S!(1-\rho_2)} \right]^{-1} \quad (2)$$

当系统达到稳态状态下, 排队队长为:

$$L = \frac{S^S}{S!} \left[ \frac{\rho_1^T \rho_2 (1 - \rho_1^{L_t-T}) + (1 - \rho_2) ((T-S)\rho_2 - (L_t-S)\rho_2^{L_t-T+1})}{(1-\rho_2)^2} + \frac{\rho_1^{S+1} (1 - \rho_1^{T-S}) - (1 - \rho_1)(T-S)\rho_1^{T+1}}{(1-\rho_1)^2} \right] p(0) \quad (3)$$

有效到达率为:

$$\lambda_e = \lambda (1 - p(L_t)) = \lambda \left( 1 - \frac{S^S \rho_1^T \rho_2^{L_t-T}}{S!} p(0) \right) \quad (4)$$

则顾客止步概率为:

$$p_{balking} = 1 - \frac{\lambda_e}{\lambda} = \frac{S^S \rho_1^T \rho_2^{L_t-T}}{S!} p(0) \quad (5)$$

顾客在系统中的等待时间为：

$$W_q = \frac{L}{\lambda_e} = L \left[ \lambda \left( 1 - \frac{S^S \rho_1^T \rho_2^{L-T}}{S!} p(0) \right) \right]^{-1} \tag{6}$$

当  $T = L_t$  时，该模型退化只有服务比例影响下的排队模型。

3.5. 相关方效用函数建模

单位时间的顾客总效用为：

$$U = \lambda_e \left( V - C \times W_q - P_{rice} + p_{rob} \times p^* \times v \times \sum_{i=0}^{\min(T, L_t)} p(i) \right) \tag{7}$$

其中， $p_{rob}$  为交叉销售成功的比例， $v$  是顾客从交叉销售服务中获得的单位效益。

单位时间的企业总效用为：

$$R = \lambda_e \times \left( P_{rice} + p_{rob} \times p^* \times r \times \sum_{i=0}^{\min(T, L_t)} p(i) \right) \tag{8}$$

其中， $r$  为企业可以从交叉销售服务中获得的单位收益。

进一步可以得出社会总效用为：

$$A = \lambda_e \left[ V - C \times W_q + p_{rob} \times p^* \times (v + r) \times \sum_{i=0}^{\min(T, L_t)} p(i) \right] \tag{9}$$

根据上述公式，可以对交叉销售比例及交叉销售阈值影响下的排队模型进行计算，以寻找最优交叉销售策略。

4. 数值实验

4.1. 算例实验

本文参考 Armony 等(2018) [3]关于交叉销售排队模型的参数设置，以某在线客服中心为背景设置实验参数如下：服务台个数  $S = 10$ 、顾客到达率  $\lambda = 4$ （人/分钟）、基础服务率  $\mu = 1$ （人/分钟）、交叉销售服务率  $\mu^* = 0.5$ （人/分钟）、顾客等待成本  $c = 0.1$ （元/分钟）、顾客从基础服务中获得的收益  $V = 3$ （元）、入场费  $P_{rice} = 2$ （元），顾客从交叉销售服务中获得的收益  $v = 5$ （元）、企业从交叉销售服务中获得的收益  $r = 4$ （元）以及顾客交叉销售服务接受度  $p_{rob} = 0.5$ 。

由 Matlab2018 进行计算，得到交叉销售比例阈值影响下的相关方效益如表 1。

Table 1. Performance and benefit metrics under varying cross-selling service decisions  
表 1. 不同交叉销售策略下的性能指标及效益指标

$p^*$	无交叉销售阈值影响下			交叉销售阈值影响下		
	$U$	$R$	$A$	$U$	$R$	$A$
0.5	8.836	12.000	20.836	8.837	12.000	20.837
0.6	9.557	12.797	22.355	9.573	12.797	22.370
0.7	9.667	13.501	23.168	9.865	13.560	23.425
0.8	9.066	13.724	22.790	9.694	14.191	23.886
0.9	8.784	13.555	22.338	9.610	14.545	24.156
1.0	8.761	13.331	22.092	8.761	13.331	22.092

根据表 1 可以得出如下结论:

(1) 当交叉销售比例较小时, 采取交叉销售阈值策略与无阈值时效果一致。为减少系统服务调换成本, 可以只采取交叉销售比例策略;

(2) 当交叉销售比例较大时, 采取交叉销售阈值策略时, 企业从各相关方角度均可以开展更多比例的交叉销售服务以获得更多收益。

## 4.2. 仿真验证

为了验证交叉销售服务排队模型的准确性, 利用 Flexsim7.5 搭建仿真模型进行验证。交叉销售比例影响下的解析值和仿真值计算结果对比如图 3。

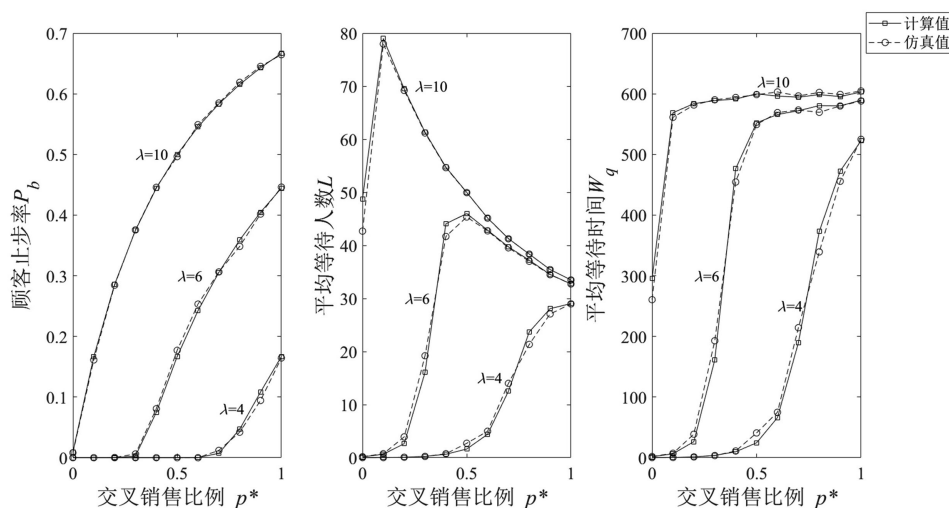


Figure 3. Simulation validation results for varying service proportions

图 3. 交叉销售比例影响下的仿真验证

在此参数基础上, 设置  $T = 43$ , 交叉销售阈值影响下的系统仿真对比如图 4。

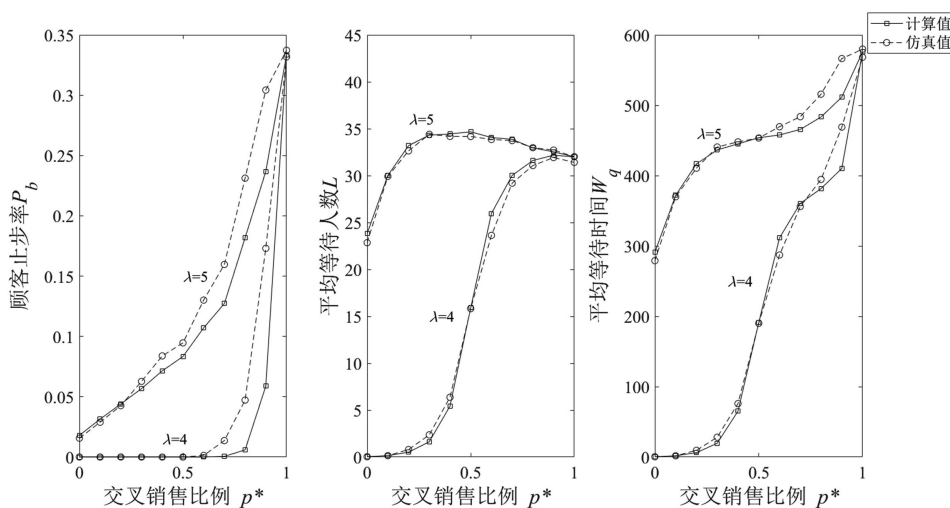


Figure 4. Simulation validation results for varying service thresholds

图 4. 交叉销售阈值影响下的仿真验证



交叉销售比例影响下，公式计算值和仿真值拟合较好。而对于交叉销售阈值影响下的模型，当交叉销售比例较大时，计算值与仿真值存在差距，但其稳态下平均等待人数公式基本重合，且所有性能指标变化趋势一致。这主要由于仿真设置关于服务时间的设置并未根据瞬时状态进行调整。因此在交叉销售比例较大时存在误差。但总体而言，可以证明本文构建的排队模型具有准确性和有效性。

## 5. 敏感性分析

### 5.1. 到达率的敏感性分析

设置不同的顾客平均到达率进行计算，获得不同场景下的最优交叉销售策略如表 2 和表 3。

**Table 2.** Optimal service proportion under varying arrival rates

**表 2.** 不同到达率下的最优交叉销售比例

$\lambda$	$\mu^* = 0.50$			$\mu^* = 0.55$		
	$p^*(U)$	$p^*(R)$	$p^*(A)$	$p^*(U)$	$p^*(R)$	$p^*(A)$
3.00	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
3.50	0.8	1.0	0.9	0.9	1.0	1.0
4.00	0.6	0.8	0.7	0.7	0.9	0.8
4.50	0.5	0.6	0.5	0.6	0.7	0.6
5.00	0.4	0.5	0.4	0.4	0.6	0.5

当顾客平均到达率  $\lambda$  增加时，以各相关方收益指标来看，最优交叉销售比例的设置呈现递减的趋势。这是因为当顾客平均到达率越大时，需要降低平均服务时间，以减少客止步行为。因此，需要降低交叉销售服务比例以提高系统服务速率，实现整体收益的优化。

**Table 3.** Optimal service threshold under varying arrival rates

**表 3.** 不同到达率下的最优交叉销售阈值

$\lambda$	$p_{rob} = 0.5$			$p_{rob} = 0.8$		
	$T(U)$	$T(R)$	$T(A)$	$T(U)$	$T(R)$	$T(A)$
3.00	24	59	36	33	60	52
3.50	23	59	33	30	59	47
4.00	20	58	28	26	59	39
4.50	18	57	24	22	58	30
5.00	16	55	20	19	56	24

在交叉销售比例固定时， $\lambda$  越大时，企业偏向于降低交叉销售阈值  $T$ 。这符合现实认知，即到达的顾客越多，企业为了获得更多的系统吞吐量，会降低交叉销售阈值，从而放弃一部分交叉销售收益以获取更多基础服务收益。从顾客角度来看，也是更偏向于较小的交叉销售阈值，以减少其等待成本。另外，顾客效用最大化目标下的最优交叉销售阈值远小于企业角度下的最优交叉销售阈值。

### 5.2. 服务率的敏感性分析

AI 辅助交叉销售服务，使得交叉销售服务速率  $\mu^*$  上升，因此对交叉销售服务率进行敏感性分析，最优交叉销售策略详见表 4 和表 5。

**Table 4.** Optimal service proportion under varying cross-selling service rates  
**表 4.** 不同交叉销售服务率下的最优交叉销售比例

$\mu^*$	$\lambda = 4$			$\lambda = 5$		
	$p^*(U)$	$p^*(R)$	$p^*(A)$	$p^*(U)$	$p^*(R)$	$p^*(A)$
0.10	0.1	0.1	0.1	0.0	0.1	0.0
0.20	0.2	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1
0.30	0.4	0.5	0.4	0.2	0.3	0.2
0.40	0.5	0.6	0.6	0.3	0.4	0.3
0.50	0.7	0.8	0.7	0.4	0.5	0.4
0.60	0.8	1.0	0.9	0.5	0.6	0.6
0.70	1.0	1.0	1.0	0.6	0.8	0.7

由于  $\mu^*$  上升，企业实际运营能力上升。因此，企业可以适当提高交叉销售服务比例或者交叉销售阈值，尽可能多的开展交叉销售服务，以获得更多的交叉销售服务。同样地，企业比起顾客更期待开展更多的交叉销售服务。

**Table 5.** Optimal service threshold under varying cross-selling service rates  
**表 5.** 不同交叉销售服务率下的最优交叉销售阈值

$\mu^*$	$\lambda = 5$			$\lambda = 6$		
	$T(U)$	$T(R)$	$T(A)$	$T(U)$	$T(R)$	$T(A)$
0.10	11	14	11	11	12	11
0.20	11	23	11	11	19	11
0.30	12	34	13	11	27	12
0.40	14	45	16	13	36	14
0.50	16	55	20	14	45	16
0.60	20	61	26	16	53	19
0.70	24	66	34	18	61	22

### 5.3. 交叉销售成功率的影响分析

虽然在 AI 的辅助下，可以大幅度提高交叉销售服务率，以获得更多的交叉销售服务收益。但交叉销售服务率越大可能导致更低的交叉销售服务质量。因此，假设交叉销售服务时间越高，交叉销售成功率越高，其变化趋势为先缓慢递增再快速递增，最后缓慢增加趋近于某一定值。不同服务时间对应的最优交叉销售比例及其收益见表 6。

尽管最优交叉销售比例随着交叉销售时间的减少呈现上升趋势，但最优策略对应的相关方效用呈现先上升后下降的趋势。在进行交叉销售比例决策时，可以先计算出不同交叉销售服务率对应的最优交叉销售比例，进一步计算出最优交叉销售比例对应的相关方效用，以效用值来确认最优交叉销售服务率以及最优交叉销售比例。



**Table 6.** Optimal cross-selling ratio and corresponding revenue under varying success rates of cross-selling service  
**表 6.** 不同交叉销售成功率下的最优交叉销售比例及其对应收益

$1/\mu^*$	$P^*(U)$	$P^*(R)$	$P^*(A)$	$U$	$R$	$A$
8.5	0.1	0.2	0.1	5.709	10.029	15.141
7.0	0.2	0.2	0.2	6.122	10.665	16.788
6.5	0.2	0.2	0.2	6.491	10.589	17.080
6.0	0.2	0.2	0.2	6.501	10.352	16.854
5.5	0.2	0.3	0.2	6.181	10.259	16.137

5.4. 交叉销售比例与交叉销售阈值的交叉分析

同时采取交叉销售比例及交叉销售阈值策略时，可以开展的交叉销售阈值呈现下降的趋势，一方面是由于比例增加带来的进队阈值下降，进而阈值的设置区间变小，另一方面是由于比例增加造成系统繁忙，因此，需要降低阈值以平衡系统吞吐量，详见表 7。

**Table 7.** Optimal service threshold under varying service proportions  
**表 7.** 不同交叉销售比例下的最优阈值

$p^*$	$\lambda = 5$			$\lambda = 6$		
	$T(U)$	$T(R)$	$T(A)$	$T(U)$	$T(R)$	$T(A)$
0.2	28	80	43	22	79	32
0.4	19	62	25	15	54	18
0.6	15	47	17	13	37	15
0.8	13	36	15	12	29	13
1	12	29	13	12	24	13

6. 结论与管理意见

本文基于交叉销售特点，研究了带有交叉销售比例以及交叉销售阈值影响下的多服务台单队列排队模型，该模型综合考虑了顾客效用影响顾客止步，比例及阈值控制交叉销售服务的排队模型，并进一步推导出性能指标以及相关方效用指标，基于此，获得最优交叉销售策略。

研究发现：当交叉销售比例较小时，无需采取交叉销售阈值策略，反之，采取阈值策略可获取更多收益；当顾客平均到达率越大或者交叉销售服务率越小时，各相关方效用最大化角度下，交叉销售比例和交叉销售阈值均需向下调整。因此，企业在客流量较大时，下调服务比例及阈值获得更多的顾客进入；当客服接受培训或者利用 AI 辅助服务提高交叉销售服务速率时，上调服务比例及阈值同样可获得更多收益。而当交叉销售成功率与交叉销售服务时间存在变化关系时，企业不能为了提高交叉销售服务比例或者阈值，而盲目提高服务速率。另外，同时采取比例及阈值策略时，比例越大，需下调阈值保证系统繁忙程度。

参考文献

[1] Demiriz, A., Kula, U. and Akbilek, N. (2009) A Framework for Balanced Service and Cross-Selling by Using Queuing Science. *Journal of Intelligent Manufacturing*, **20**, 249-257. <https://doi.org/10.1007/s10845-008-0232-z>

[2] Armony, M. and Gurvich, I. (2010) When Promotions Meet Operations: Cross-Selling and Its Effect on Call Center

- 
- Performance. *Manufacturing & Service Operations Management*, **12**, 470-488. <https://doi.org/10.1287/msom.1090.0281>
- [3] Armony, M., Perel, E., Perel, N. and Yechiali, U. (2018) Exact Analysis for Multiserver Queueing Systems with Cross Selling. *Annals of Operations Research*, **274**, 75-100. <https://doi.org/10.1007/s10479-018-2924-x>
- [4] Jain, M. and Kaur, S. (2020) (p, N)-Policy for Unreliable Server Bulk Queue with Bernoulli Feedback. *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, **6**, Article No. 170. <https://doi.org/10.1007/s40819-020-00912-4>
- [5] 李子坤, 徐秀丽. 可选服务的多台工作休假排队系统驱动的流体模型稳态分析[J]. 工程数学学报, 2023, 40(4): 621-633.
- [6] Anand, K.S., Paç, M.F. and Veeraraghavan, S. (2011) Quality-Speed Conundrum: Trade-Offs in Customer-Intensive Services. *Management Science*, **57**, 40-56. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1100.1250>
- [7] Reddy, D.M., Girija, A.M. and Sarla, P. (2020) An Application of Queuing System to Patient Satisfaction at a Selected Hospital—A Field Study. *AIP Conference Proceedings*, **2246**, Article ID: 020111. <https://doi.org/10.1063/5.0014439>
- [8] Gupta, P. and Srivastava, V. (2024) Structural Properties of Optimal Fidelity Selection Policies for Human-in-the-Loop Queues. *Automatica*, **159**, Article ID: 111388. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.111388>
- [9] Naor, P. (1969) The Regulation of Queue Size by Levying Tolls. *Econometrica*, **37**, 15-24. <https://doi.org/10.2307/1909200>