

解读章首课，引领单元整体，落实数学素养

——以七年级9.1节单项式乘单项式为例

杨燕华

无锡市新城中学，江苏 无锡

收稿日期：2022年2月18日；录用日期：2022年3月22日；发布日期：2022年3月30日

摘要

随着数学核心素养的这一整体目标的提出，“单元整体教学”理念和实践拓展了新的教学视野，它是基于数学学科核心素养具有连续性、阶段性和整体性的特点提出的教学理念或主张。本文从解读章首课、在章首课中构建单元整体，从单元整体教学引领全章节，从而了解知识脉络、提供研究思路和方法，落实学生的核心素养。

关键词

数学核心素养，单元整体教学，章首课，教学方法

Interpret the First Lesson of the Chapter, Lead the Unit as a Whole, and Implement Mathematical Literacy

—Taking the Monomial Multiplied by the Monomial in Section 9.1 of the Seventh Grade as an Example

Yanhua Yang

Xincheng Middle School of Wuxi City, Wuxi Jiangsu

Received: Feb. 18th, 2022; accepted: Mar. 22nd, 2022; published: Mar. 30th, 2022

Abstract

With the proposal of the overall goal of mathematics core literacy, the concept and practice of

“unit whole teaching” have expanded a new teaching horizon, which is based on the characteristics of continuity, stage and integrity of the core literacy of mathematics. This article interprets the first lesson of the chapter, constructs the whole unit in the first lesson of the chapter, and guides the whole chapter from the overall teaching of the unit, so as to understand the knowledge context, provide research ideas and methods, and implement the core literacy of students.

Keywords

Mathematics Core Literacy, Whole Unit Teaching, First Lesson of Chapter, Teaching Method

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着数学核心素养的这一整体目标的提出，“单元整体教学”理念和实践为我们拓展了新的视野，它是基于数学学科核心素养具有连续性、阶段性和整体性的特点提出的教学理念或主张。

单元整体教学与传统的课时教学相比，有如下几点区别：从内容上看，单元整体教学把单元内容为主线；而课时教学的重点是本节课的内容。从结构上看，虽然两者都是新授课，但是单元整体教学是整体(总)结构，指引本章研究的思路和方法，课时教学是局部(分)结构，研究某一节课的重难点[1]。从作用来看，单元整体教学引领全章节、对后续学习起示范的作用，即在宏观上呈现整章内容的知识脉络、提供研究思路和方法；而课时教学起细化课时教学知识点的作用，即在微观上追根溯源知识点的产生、形成和发展,虽然单元整体教学与课时教学有很大的区别，但是两者相互联系，相互依存，组成一个有机的整体。

那么我们一线教师如何实施单元整体教学，一般可以把章首课作为实施“单元整体教学”的最佳素材，下面笔者以苏科版七年级 9.1 节《单项式乘单项式》为例，谈谈如何解读章首课、在章首课中构建单元整体、在单元整体教学中落实学生核心素养的问题。

2. 教学过程

2.1. 整体感知本章脉络

设计

问题 1：小学里，我们学习了正数的分类和运算，初中引入了“负数”，对“算术数”扩充为“有理数”，我们学生已经学习过有理数的哪些知识呢？(有理数的分类和运算；加减、乘除和乘方)

问题 2：我们还学会了“字母表示数”走到初中里的“式”，我们已经学习过有理式(整式)的哪些知识呢？(整式的分类：单项式和多项式、整式的加减运算)

问题 3：整式还有什么运算呢？(整式的乘法、除法和乘方运算)

问题 4：按照顺序，今天，我们先来学习整式的乘法运算。整式乘法分为哪几类相乘？(分为单项式乘单项式、单项式乘多项式、多项式乘多项式)

本章知识框架：见图 1

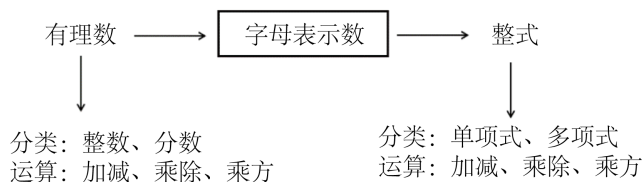


Figure 1. Knowledge framework
图 1. 知识框架

解读: 让学生明白本章知识从哪里来? 本章将要学哪些知识? 学习知识的顺序是怎样的? 学生已经有了整式加减运算的经验, 那么本章整式的乘法是前面加减的延续, 是后续学习整式的除法(分式)、分式方程的基础。初步感知本单元研究方向和意义, 为学生搭建本单元的知识框架, 从而提高学生的整体意识, 提升学生的数学素养。

2.2. 数形结合, 引领研究方法

设计

问题 1: 在单项式乘单项式的运算法则教学中, 教材给出了以下生活情境: 将几台相同型号的电视机叠放在一起组成“电视墙”, 计算这块电视墙的面积(见图 2)。(从整体上看, 把电视墙看成一个大长方形, 那么它的长为 $3a$ 、宽为 $2b$, 面积为 $3a \cdot 2b$; 从局部看, 把“电视墙”看成是由 6 个小长方形组成的, 那么它的面积为 $6ab$, 由此得到 $3a \cdot 2b = 6ab$)。

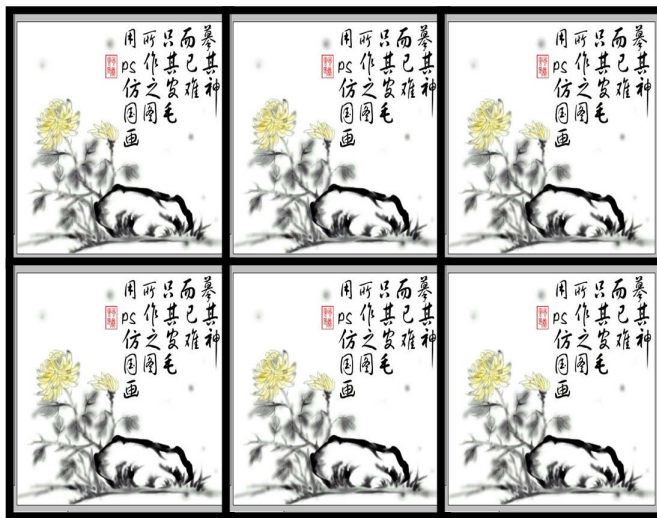


Figure 2. “TV Wall” placement situation
图 2. “电视墙”放置情境

问题 2: 我们已经学过整式的加减, 你能举几个单项式乘单项式吗? 并计算出结果。

生 1: $x^3 \cdot x^2 = x^5$; 生 2: $2x^3 \cdot 5x^2 = (2 \times 5) \cdot (x^3 \cdot x^2) = 10x^5$.

师生共同归纳单项式乘单项式的法则: 单项式与单项式相乘, 把它们的系数、相同字母的幂分别相乘, 对于只在一个单项式中出现的字母, 则连同它的指数一起作为积的一个因式。

解读: 问题 1 从生活实际出发, 抽象出数学问题: 求几何图形面积的问题, 建立“代数式”模型; 问题 2 从数学内部出发研究单项式乘单项式, 如 $2x^3 \cdot 5x^2$ 是依据学生已有乘法交换律、乘法结合律、

同底数幂的运算的知识展开的，所以这样的计算对学生并不难。

从生活(几何)和数学(代数)两个角度共同探究得到单项式乘单项式，由几何直观得到代数结论抽象概括为单项式与单项式的运算法则，渗透数形结合思想，这是本章的研究思路和方法，为后续研究单项式乘多项式 $a(b+c)$ 、多项式乘多项式 $(a+b)(c+d)$ 、乘方公式 $(a+b)^2$ 、 $(a+b)(a-b)$ 等运算法则形成过程起引导方法和示范作用。

结合本环节的设计，研究的数学核心活动有：数学运算、数学抽象、逻辑推理、直观想象，与之相应的是培养学生的核心能力：运算能力、抽象能力、推理论证能力、想象能力等，提升学生的数学素养。

2.3. 运用新知、灵活应用

设计

例 1 计算：(1) $-\frac{1}{3}a^2 \cdot (-6ab)$ (2) $(2x)^3 \cdot (-3xy^2)$

例 2 (1) $(-3a^2bc) \cdot (-a^2c)^2 + (-3a^2c)^2 b$

例 3 边长为 a 的正方形的面积是 $a \cdot a$ ，反过来， $a \cdot a$ 也可以看作是边长是 a 的正方形的面积。根据上述的说法，式子 $3a \cdot 2a$ 表示什么含义？式子 $3a \cdot 5a \cdot 7a$ 表示什么含义？

解读：例 1 是熟练应用单项式乘单项式法则，强化运算步骤，注意有理数的乘法运算，要确定正负符号等。例 2 是整式乘法的混合运算，类比有理数混合运算，顺序是一致的：“先乘方、再乘法，最后加减”的顺序。例 3 是学习了单项式乘法后用数学知识解决生活问题。

2.4. 课堂小结，传递本章研究方法

本节课我们学习了哪些知识？我们研究的方法是什么？体现的数学思想方法有哪些？后续还会学习什么内容？对你有什么启发？

解读：本节课学习了整式乘法中单项式乘单项式的法则，会表示实际意义；了解了几何直观与代数结论共同研究整式乘法的方法；体会数形结合、类对比，抽象、建模等思想，学生获得了在不断经历合情推理和演绎推理得到法则和公式的全过程的经验，感悟了数学的严谨性和运算的简单美；为后续学习整式乘法和因式分解指明了学习的思路、方法和经验。

3. 对单元整体教学的几点思考

3.1. 在章首课中对单元整体建构，培养学生数学学习能力

本节课是整式乘法与因式分解的起始课，它有统领作用，具体有两个方面：一对单元整体建构，让学生获得本章所要研究内容的整体脉络，本章课程分布由易到难(从单项式乘单项式到多项式乘多项式)，数学运算由难到易(多项式乘多项式转化为单项式乘多项式、单项式乘单项式)。二是单元整体教学可以对一个模块或一个单元的知识有一个系统的整体把握。教师对整个单元或整章知识的结构有着很清楚的认识，这是还不够的，还要让学生能够知道本单元在初中数学中的地位、与前面学过的章节和后续章节的联系，即本章所处初中数学知识链的什么位置？它的上位知识是什么？下位知识是什么？作为单元教学设计的章首课中，既要发现显性知识，又要挖掘隐性知识内涵和外延，这些都应在教学中交代清楚，学生学就会有目的、理解性的去学习了。

3.2. 在章首课中引领方法，培养学生实践能力

学生对有理数的分类和运算已经掌握，通过类对比学生可以完全得到整式分类和运算，但是对成

整式乘法运算的产生(单项式乘单项式的法则)是陌生的,学生还不具备探究乘法公式及法则的经验和方法。因此,本节课作为整式乘法的起始课,经历“操作-猜想-验证”的探究方法,让学生从两个不同的角度自主研究单项式乘多项式、多项式乘多项式的法则、公式、符号、图形等:从“几何”角度出发,由面积直观地得到整式乘法公式;从“代数”角度出发,着眼于学生的数学现实和数学内部关联,发现和验证公式、归纳法则,最后运用应用公式,一旦学生掌握了这些思想方法、形成思维方式,可以获取研究方法上的“基本套路”。有了单项式乘法的学习方法引领,学生后续学单项式与多项式、多项式乘多项式、乘法公式就能类比、对比的学习了。

整个单元的设计遵循“简单到复杂,复杂到简单”的方法,运用“化归”的思想方法,无论单项式乘多项式、多项式乘多项式,最终都是转化为单项式乘单项式完成的,所以单项式乘法是一切整式乘法展开的基础。从面积到乘法公式的得出,经历了从“几何”、“代数”角度分别进行了阐述,既有知识体系上的前后一致,又有研究方法上的“基本套路”的强化,以此为依据设计单元教学,引导学生按照探究初中代数的基本方法,培养学生探究新知的能力。

3.3. 章首课与前后知识板块融合,培养学生创造迁徙能力

弗莱登塔尔强调过:“学习数学唯一正确的方法是实行再创造,也就是由学生本人把要学的东西自己去发现或创造出来。”一方面,通过本单元对公式法则的学习,可类比第八章《幂的乘法》对公式正用、逆用,借助图形直观发现整式乘法法则,逆向变形探索因式分解方法,进一步体验数学知识之间的内在联系。

初中数学所学知识前后关联,学生从小学对正数的学习扩充到有理数、无理数,又从实数到有理式(整式和分式)的学习,以“生活-数学-生活”宏观架构,隐藏了“抽象-演绎-建模”隐性的知识线[2],一般研究实数(有理数、无理数)、有理式(整式、分式)以“定义、分类、运算、法则、公式、符号”等隐性知识线,包含“数形结合、类对比、建模、化归、转化、抽象”等隐性思想方法[3]。这些相关知识之间的联系和演变只有通过整个单元的连贯掌握,学生才会真实体会它们之间内容以及演变的过程。不仅为全章教学奠定一个良好的开端,更是为初中后阶段代数学习(数、式、方程、不等式、函数五大板块)做好方法引领和经验积累,培养学生创造迁移的能力。

知识框架(中观): 见图 3

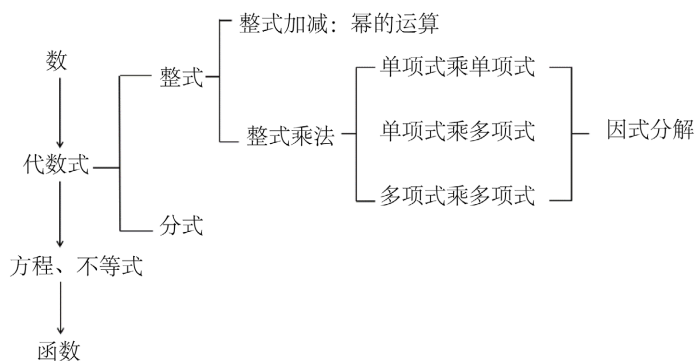


Figure 3. Knowledge framework (Meso)

图 3. 知识框架(中观)

4. 结尾

解读章首课是为了更好地解读单元整体,建构单元整体是为了将单元板块融入同类知识模块,为后

续初中、高中阶段同类型模块学习奠定基础，真正将数学核心素养落到实处。

参考文献

- [1] 浦叙德, 颜廷亮. 例谈单元整体教学中的“首呼、中联、尾应”[J]. 中学数学教学参考(中旬), 2018(5): 50-52.
- [2] 浦叙德. 初中代数“用...解决问题”课时的解读与设计——以苏科版教材七(下)“11.5 用一元一次不等式解决问题(1)”为例[J]. 中学数学(初中版), 2016(7): 28-30.
- [3] 黄玉华. “高立意”下的章节统领课教学实践与思考——以“分式”教学为例[J]. 中学数学(初中版), 2017(12): 23-25.