

新旧版本数学教材有理数内容的比较和教学思考

——以人教版和苏科版为例

杨 敏, 董玉成

新疆师范大学数学科学学院, 新疆 乌鲁木齐

收稿日期: 2025年3月10日; 录用日期: 2025年4月22日; 发布日期: 2025年4月30日

摘 要

2024年教材是落实核心素养的最新教材, 新教材在实施课程上有哪些变化是一个值得关注的问题。比较人教版和苏科版新旧教材有理数主题在定义、习题设置及课外阅读材料方面的变化, 发现人教版在有理数定义上从归纳分类模式变成了形式定义, 而苏科版恰恰相反; 在习题配置上, 人教版强化了有理数的分类和集合意识的渗透; 在阅读材料上, 新版人教版教材从中国历史中对负数的认识, 进一步扩充至人类对负数的认识历程。苏科版新教材删除了“循环小数可以化为分数”的课外阅读内容, 保留了有理数在日常应用的阅读材料。建议在具体教学中教师应该参考多个版本的教材, 取长补短, 适当淡化形式, 加强应用和整数、小数化分数的练习。

关键词

有理数, 新旧教材比较, 教学策略

Comparison and Teaching Reflection on Rational Number Content in Old and New Editions of Mathematics Textbooks

—Taking the People's Education Edition and Jiangsu Science and
Technology Edition as Examples

Min Yang, Yucheng Dong

School of Mathematical Sciences, Xinjiang Normal University, Urumqi Xinjiang

Abstract

The 2024 textbook is the latest textbook for implementing core competencies. What changes will be made in the new textbook in the curriculum implementation is a question worthy of attention. This study compares the changes in the rational number content of the old and new editions of the People's Education Edition and the Jiangsu Science and Technology Edition, focusing on definitions, exercise arrangements, and extracurricular reading materials. The findings reveal that the People's Education Edition has transitioned from an inductive classification model to a formal definition in terms of the definition of rational numbers, whereas the Jiangsu Science and Technology Edition has taken the opposite approach. In terms of exercise configuration, the People's Education Edition strengthened the classification of rational numbers and the infiltration of collective consciousness. Regarding reading materials, the new People's Education Edition has expanded the historical context of negative numbers from a focus on Chinese history to a broader exploration of their development in human civilization. Meanwhile, the new Jiangsu Science and Technology Edition has removed the extracurricular reading material on converting repeating decimals into fractions while retaining the practical applications of rational numbers. In practical teaching, educators should consult multiple textbook editions to integrate their strengths, appropriately downplay the form, and strengthen applications as well as exercises on converting integers and decimals into fractions.

Keywords

Rational Numbers, Comparison of New and Old Textbooks, Teaching Strategies

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

2022 年,我国核心素养导向的《义务教育数学课程标准》发布,2024 年秋季学期,与课标配套的教材开始使用。新教材会有什么变化?教学中如何对待新教材的变化?这是值得关注的问题。本文就有理数部分,特别是有理数定义、习题、阅读材料翻阅了人教版、北师大版、沪科版、苏科版、青岛版等教材,发现在结构、定义、习题与阅读材料的配置上多少都发生了变化,特别是人教版和苏科版教材在有理数定义上有较大变化,而这两版教材在国内都具有影响,因此本文以 2024 版和 2012 版的人教版、苏科版教材为例,探讨了新旧教材在有理数定义、习题设置及课外阅读材料方面的变化,并就教学处理进行简单讨论。

2. 教材内容呈现

2.1. 定义的对比

数学概念是人类对现实世界空间形式和数量关系的概括反映,是建立数学法则、公式、定理的基础,也是运算、推理、判断和证明的基石,更是数学思维、交流的工具[1]。数学概念也是落实数学抽象素养的重要载体,所以如何形成概念是一个非常值得注意的问题。

2.1.1. 人教版

在人教版旧教材中,有理数的定义采用的是归纳与分类的方式,强调数的类型划分。教材通过归纳已学过的数的类型,即“正整数、零、负整数统称为整数,正分数、负分数统称为分数”,得出“整数和分数统称为有理数”。这种分类式定义有助于学生迅速掌握数的基本类别,不过未能揭示有理数的本质。

但在章末小结中旧版人教材提到:“由于整数可以看成是分母为1的分数,因此有理数可以表示为 $\frac{p}{q}$ (p , q 是整数, $q \neq 0$)的形式;另一方面,形如 $\frac{p}{q}$ (p , q 是整数, $q \neq 0$)的数都是有理数,所以有理数可用 $\frac{p}{q}$ (p , q 是整数, $q \neq 0$)表示。”

在人教版的新教材中,定义从分类法转向本质揭示:“可以写成分数形式的数称为有理数。”例如,3是有理数,不仅因为它是整数,而且因为它可以写成分数形式 $\frac{3}{1}$ 。在有理数的除法一节例5的第一问中化简 $\frac{-2}{3}=(-2) \div 3 = -\frac{2}{3}$ 表明了其化简结果是负分数所以是有理数,其本身是写成两整数相除的形式,因此是有理数。再次强调了有理数就是形如 $\frac{p}{q}$ (p , q 是整数, $q \neq 0$)的数。像美国加州七年级数学教材(Glencoe/McGraw-Hill 2009 版)对有理数的定义亦是:只要能够表示为分数的数都叫有理数。然后给出了大量例题和实例讲解了如何将一个分数化为小数、如何将一个有限小数和无限循环小数化为分数,并在后面设置了大量的练习题,这为学生学习有理数及对有理数的判断扫清了障碍,如:3.6、-0.25、0.5这样的数[2]。

2.1.2. 苏科版

苏科版的有理数定义则经历了从强调形式化到回归分类-归纳的变化。

在旧教材中,苏科版通过“整数、有限小数和无限循环小数都可以化成分数”的观察,得出了有理数的定义:“能够写成分数形式 $\frac{m}{n}$ (其中 m , n 是整数,且 $n \neq 0$)的数叫做有理数。”

然而,在苏科版的新教材中,定义的表达方式回归为分类-归纳法:“正整数、零、负整数统称为整数,有限小数和循环小数可以看作分数,整数和分数统称为有理数。”

2.2. 习题的对比

习题是学生巩固和应用知识的重要环节。通过对比人教版和苏科版的关于有理数的习题编排,总的来说两者都关注了不同层次学生的需求。其中在有理数定义的习题设置方面有如下特点。

2.2.1. 人教版

在人教版旧教材第一章第2节第1课时有理数的练习题如图1所示,题目1是“所有正数组成正数集合,所有负数组成负数集合,把下面的有理数填入它属于的集合的圈内”,要求学生将给定的有理数填入到对应的正数和负数集合中。题目2是“指出下列各数中的正数、负数、整数、分数”,引导学生识别正数、负数、整数和分数。这两道题都着重强调有理数的分类。而且本节的复习题如图2所示,只是在有理数的范围内分成了正数和负数,虽然用上了集合的大括号,但并未明确强调“集合”这一概念。

新教材第一章第2节第1课时有理数的练习题如图3所示。第1题是“所有正有理数组成正有理数集合,所有负有理数组成负有理数集合,把下面的有理数填入它们属于的集合内”,并使用了高中阶段才接触的集合表示法。第2题是“写出题干中给定各数中的正有理数、负有理数、整数”,并增加了第3题,题目数量稍有增加。本节的复习题如图4所示,第1题中,题目要求写出正有理数集合、负有理数集合以及整数集合,再次提到了“集合”这一术语。

练习

1. 所有正数组成正数集合，所有负数组成负数集合。把下面的有理数填入它属于的集合的圈内：

15, $-\frac{1}{9}$, -5, $\frac{2}{15}$, $-\frac{13}{8}$, 0.1, -5.32, -80, 123, 2.333.

正数集合

负数集合

2. 指出下列各数中的正数、负数、整数、分数：

-15, +6, -2, -0.9, 1, $\frac{3}{5}$, 0, $3\frac{1}{4}$, 0.63, -4.95.

图 1. 人教版旧教材练习题

习题 1.2

复习巩固

1. 把下面的有理数填在相应的大括号里（将各数用逗号分开）：

$15, -\frac{3}{8}, 0, 0.15, -30, -12.8, \frac{22}{5}, +20, -60.$

正数：{ ... } 负数：{ ... }

1. 把下面的有理数填在相应的大括号里 (将各数用逗号分开):

$$15, -\frac{3}{8}, 0, 0.15, -30, -12.8, \frac{22}{5}, +20, -60.$$

正数: $\{ \dots \}$ 负数: $\{ \dots \}$

图 2. 人教版旧教材复习题

 练习

1. 所有正有理数组成正有理数集合, 所有负有理数组成负有理数集合. 把下面的有理数填入它们属于的集合内:

15, $-\frac{1}{9}$, -5, 7, 0.5, -80, 12, -4.2, 2.3.

正有理数集合: { }.

负有理数集合: { }.

2. 指出下列各数中的正有理数、负有理数、整数:

-15, +6, -2, $-0.\dot{4}$, 1, $\frac{3}{5}$, 0, $3\frac{1}{4}$, 0.63, $-\frac{10}{3}$.

3. 在 -12, $\frac{4}{7}$, 19%, 50, $-3.\dot{1}\dot{2}$, -11, -5% , 6.3, 2 022 中, 正有理数的个数为 _____, 其中正整数的个数为 _____; 负有理数的个数为 _____, 其中负整数的个数为 _____.

图 3. 人教版新教材练习题

习题 1.2



复习巩固

1. 把下列各有理数填在相应的集合内:

$3, -\frac{4}{5}, 0, 1\frac{3}{4}, 0.45, 120, -77, -2.56, -123\frac{1}{2}, 0.\dot{3}$.

正有理数集合: { }.

负有理数集合: { }.

整数集合: { }.

Figure 4. Review exercises from the new people's education edition

图 4. 人教版新教材复习题

2.2.2. 苏科版

旧教材第二章第 2 节在学习了有理数和无理数。所以在如图 5 所示的练习题和如图 6 所示的章节习题有考查如何区分有理数和无理数。旧教材练一练“将下列各数填入相应的括号内”中有关于“集合”的表述, 题目要求分别写出正数集合、负数集合、有理数集合、无理数集合。



练一练

将下列各数填入相应的括号内:

$-6, 9.3, -\frac{1}{6}, 42, 0, -0.33, 0.333\cdots, 1.414\ 213\ 56,$

$-2\pi, 3.303\ 003\ 000\ 3\cdots, -3.141\ 592\ 6.$

正数集合: { };

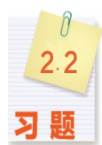
负数集合: { };

有理数集合: { };

无理数集合: { }.

Figure 5. Exercises from the old Jiangsu science and technology edition

图 5. 苏科版旧教材练习题



习题

1. 将下列各数填入相应的集合内:

$-\frac{7}{4}, 1.010\ 010\ 001, \frac{8}{33}, 0, -\pi, \frac{355}{113}, -2.626\ 626\ 662\cdots, 0.1\dot{2}.$



有理数集合



无理数集合

Figure 6. Chapter exercises from the old Jiangsu science and technology edition

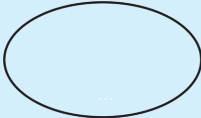
图 6. 苏科版旧教材章节习题

新教材第二章为有理数, 删去了无理数的内容, 所以在如图 7 所示的练习题和如图 8 所示的章节习题中更深层次地考查了有理数定义及分类。新教材第二章第 1 节的练习题中删除了“集合”这两字。另外, 还增加了分数与小数互化的练习。

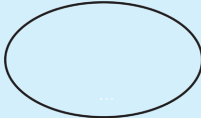
1. 把下列分数化成小数: $-\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{27}{100}$.
2. 把下列小数化成分数: 0.25, -2.3, -0.03.

2. 把下列各数填入相应的圈内:

$+13$, -3.25 , $-\frac{3}{4}$, 0 , $+\frac{12}{5}$, 0.32 , $-\frac{1}{2}$.



正有理数



负有理数

3. 把 $\frac{2}{9}$ 和 $-\frac{7}{9}$ 化成小数.

Figure 7. Exercises from the new Jiangsu science and technology edition
图 7. 苏科版新教材练习题

3. 指出下列数中的正整数、负整数、正有理数、负有理数:

$$-\frac{3}{11}, 16, -9.7, -0.56, -1.25,$$

$$-10, 0, 103, \frac{17}{5}, -111, 16.53.$$

Figure 8. Chapter exercises from the old Jiangsu science and technology edition
图 8. 苏科版新教材章节习题

2.3. 阅读材料的对比

课外阅读材料的设计是教材内容的延展部分, 对于学生的知识拓展和兴趣激发起到了重要作用。人教版和苏科版在这方面有所不同, 体现了两者的不同教学理念。

2.3.1. 人教版

旧教材关于有理数的课外阅读较少, 仅在第一章第 3 节《有理数的加减》后面的阅读与思考中“中国人最先使用负数”, 介绍了著名的中国古代数学著作《九章算术》中“方程”一章, 在世界数学史上首次正式引入负数。

新教材第一章第 2 节《有理数大小及其比较》后面的图说数学史中“漫漫长路认识负数”的阅读材料, 强调了从 1 世纪到 19 世纪, 从中国到印度再到欧洲认识负数的过程。

2.3.2. 苏科版

旧教材在“有理数与无理数”第二章第 2 节后安排了“循环小数可以化为分数”的课外阅读内容, 介绍了无限循环小数如何转化为分数, 进一步加深了学生对有理数的理解。在第二章第 6 节后安排了“漫

长的历程”的课外阅读,介绍了人类对负数认识的漫长历程。在第二章最后有关于分类的阅读材料,联系生活情境,如数钱时将相同面值的钱币整理在一起、商场陈列商品时的分类摆放,引出了数学中的分类思想。那我们现在学的有理数也可分为正有理数、负有理数和0,进而提出了棋牌从A格走28步是否到达B格的探究性问题,这不仅渗透了分类思想,还体现了用数学思考实际问题的要求。

新教材删除了“循环小数可以化为分数”的课外阅读内容,在第二章第1节正数与负数定义部分提到了负数的概念最早出现于中国古代的《九章算术》。第二章末关于分类的阅读材料中,不仅有对旅游预算的分类和对自然数的分类,还涉及代数问题——例如通过讨论 a 的取值范围($a > 0$, $a = 0$, $a < 0$)来比较 $a + 2$ 与2的大小。这里除了体现“分类思想”、“三会”要求,也加强了课程思政以及代数抽象与代数推理。

3. 对比结果的分析与讨论

3.1. 如何看待有理数概念定义的演变

人教版和苏科版新旧教材中对于什么是“有理数”的变化深刻反映了对于初一学生如何给有理数恰当地“定义”的困难。长期以来,我国各种初中数学教材在对待什么是“有理数”问题上,基本上采取的是“整数和分数统称有理数”这一答案。但显然这一“定义”并不是一个严谨的“科学定义”,只是一个“日常定义”,就像把动物、植物、微生物都称为生物,并没有对生物本身下定义,“整数和分数统称有理数”其实也并没有给出到底什么是“有理数”的严格定义。那为什么不在教材中使用“可以写成分数形式的数称为有理数”这一“科学定义”呢?并不是我国教材编写者不追求定义的严谨,而是这一定义与学生的认知经验有冲突,并且引发教师中一些无谓的争论。在七年级以前,学生从小学学习到的是整数与分数是完全不一样的两类数,它们互不包含,彼此对立,“可以写成分数形式的数称为有理数”意味着分数是一个包含整数的概念,这使学生难以接受。这一定义也导致一个常见的争论就是像 $\frac{2}{1}$ 这种数是分数还是整数?

学生的认知发展是一个循序渐进的建构过程。依据皮亚杰的认知发展理论,学生在理解有理数概念时,需要经历从具体运算到形式运算的转变。人教版新教材和苏科版旧教材,把有理数定义为可以写成分数形式的数。然而,对于尚处于具体运算阶段的学生来说,这种方式是有挑战性的,因为他们在认知过程中更依赖具体的实例和直观的表象。因此在教材的具体使用中,教师需要权衡学生的接受度,也包括教师对概念的驾驭能力。

3.2. 习题的设置

习题的重要功能是帮助学生深化对数学知识的理解以及培养学生对知识的应用能力,是落实学生核心素养的重要环节。

人教版新教材与旧教材相比,习题中出现了集合的说法。与人教版新教材增加“集合”的说法相反,苏科版新教材却删除了“集合”的说法。并且苏科版新教材在有理数章节删除了无理数的内容,习题中多了对有理数分类的考查。苏科版把习题中与正文无关的无理数及集合概念删除是比较合适的,本节练习的重点之一是会进行有理数分类,分类的过程其实已经渗透了集合的思想,另外要渗透有理数的严格定义要求,就需要有较多的练习把整数和小数化为分数。

在习题的讲授中,教师要有意识地去渗透集合的学习思想,而不是把集合的概念作为教学的一个重要环节,否则就会顾此失彼。

3.3. 课外阅读的作用

课外阅读材料是数学教育的延伸,它为学生提供更多的学习资料,有助于学生更好地理解数学的应

用背景以及相关的数学知识的延展、数学思想方法以及数学史实, 从而形成更加丰富的认知体系, 也在某种程度上激发他们对数学的学习兴趣, 形成相应的心理品格。

在人教版新旧教材中, 课外阅读的设置多与数学史相关, 在第三章一元一次方程章节才出现了“无限循环小数化分数”的阅读材料, 而苏科版新旧教材都涉及了分类思想, 并且旧教材在课外阅读的设置上更加注重对数学概念的进一步探讨和应用。例如, 苏科版旧教材有理数一节就提供了关于“循环小数如何转化为分数”的阅读材料, 这样的设计既帮助学生掌握了将循环小数转化为分数的技巧, 也让学生对有理数的内涵有了更深刻的理解。不过苏科版新教材删除了“将循环小数化为分数”, 可能是这部分内容对于初一的学生而言较为困难, 把课外阅读重点放到了“分类”这一方面。

在阅读材料的使用中, 教师要根据学生的认知发展水平, 有选择性地让学生阅读相关资料, 也可加以补充其他阅读资料。

4. 教学思考

在前面已经分析和讨论了新旧版人教版教材和苏科版教材在定义、习题、和阅读材料方面的变化, 那在教师在之后的教学中如何教才能达到更好的效果呢?

4.1. 结合大量实例教学

人教版和苏科版两者关于有理数的最新的定义方式有所不同, 体现两书作者在处理何谓“有理数”这一问题上的不同思路, 同时两版教材在有理数及习题设置上相对简洁。对于学生来说, 可能会遇到一些认知障碍。比如, 有些学生会疑惑负整数是否为有理数, 尽管教材中举例说明了 -3 可以写成 $\frac{-3}{1}$ 的形式, 但他们对负整数这一特性可能并不直观。此外, 有学生可能会问: “ $\frac{\pi}{3}$ 是有理数吗?” 这时, 教师可以强调: 有理数定义中的“分数形式”要求分子和分母都为整数, 且分母不能为零。因此, 像 $\frac{\pi}{3}$ 这样的数并不是有理数。总之, 教师在有理数讲解中应该结合大量实例来让学生认识有理数。

4.2. 融入数学文化

数学不只是抽象的公式和定理, 它还蕴含了丰富的历史与文化意义。比如, 在教学过程中, 适时地融入数学文化元素, 有助于学生更加全面地掌握数学概念, 并进一步激发他们学习的热情。很多版本的数学教材都没有深入探讨有理数名称的来源, 所以在有理数定义的教学中, 教师可呈现“有理数名称由来”的数学史料, 这样可以更好地建立“理”与“比例”之间的联系, 从而消除学生从字面意思来理解有理数而产生的困惑, 促进学生对有理数定义的理解[3]。

而实际上, 有理数一词源自于古希腊。在英文单词“rational number”中, “rational”是从拉丁语“ratio”衍生出来的, 它可以被解释为一个比率。因此, 有理数可以理解为“可以表示为比率的数”。从历史的角度来看, 既然整数和分数都可以转化为比率, 所以它们是有理数。

通过这些文化的融入, 学生可以不再将数学知识视为孤立的定理, 而是作为科学发展历史中的一部分, 从而培养他们的探索精神。

4.3. 从数集扩充的角度理解有理数

在数的学习中, 数集扩充是核心[4]。在自然数集中, 任意两个自然数进行加法、乘法运算, 其结果都是自然数。但是, 对于减法, 却出现了问题: 较小的数减去较大的数比如 $3 - 5$ 结果为多少? 想要解决这个问题, 就需要引入负整数, 这时就会形成一个新的数集——整数集。同样地, 为了保证自然数集

中的除法运算的封闭性, 我们需要将自然数集扩充到非负有理数集, 这时就可以说有理数就是形如 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, $q \neq 0$) 的数。

5. 结论

通过对人教版和苏科版数学教材中有理数定义、习题设置及课外阅读材料的比较研究可以看出, 新教材都发生了变化, 而两版教材变化的方式显然不同, 特别是在有理数定义上。

研究表明, 数学对象的表征方式决定性地影响学生对其理解[5]。定义是学科的基本结构, 在数学教材的编排中, 定义的呈现方式直接影响学生的认知结构和理解深度。建议在教学过程中, 还是要适当淡化形式, 关注学生已有的认知经验。

此外, 教材中习题和课外阅读的设计同样具有重要的教学价值。合理运用这些习题和材料, 不仅能帮助学生巩固知识, 还能拓宽学生的数学思维和文化视野。在教学过程中, 教师应善于引导学生通过实践和探究掌握有理数的定义和分类, 并通过应用情境的设计以及数学史实激发学生对无理数的求知欲。

总之, 教材在定义与内容呈现上虽然发生了变化, 但其本质目标都是要帮助学生更好地构建有理数概念。教师可以通过灵活运用不同版本教材内容的呈现方式, 注重逐级抽象水平的达成, 帮助学生全面掌握有理数及其相关概念。

参考文献

- [1] 邵光华, 章建跃. 数学概念的分类、特征及其教学探讨[J]. 课程·教材·教法, 2009, 29(7): 47-51.
- [2] 徐玉庆. 中美两国初中数学教材的比较研究——以“有理数”为例[J]. 中学数学, 2016(18): 17-21.
- [3] 黄贤明. 数学史渗透数学教学的微思考——以“有理数”单元为例[J]. 中学数学月刊, 2022(6): 49-51.
- [4] 姚燕菲, 孔凡哲. 深刻理解有理数[J]. 中学生数理化(七年级数学)(配合人教社教材), 2024(9): 5-6.
- [5] Zhang, J. (1997) The Nature of External Representations in Problem Solving. *Cognitive Science*, **21**, 179-217. https://doi.org/10.1207/s15516709cog2102_3