

以案例为牵引的理工类高等数学课程思政研究与实践

廖春艳, 赵艳辉, 晏玉梅

湖南科技学院理学院, 湖南 永州

收稿日期: 2025年9月22日; 录用日期: 2025年12月27日; 发布日期: 2025年12月31日

摘要

案例式教学能将复杂的数学知识融入具体案例, 构建新的知识结构, 对培养学生数学思维, 提升综合能力和激发创新思维都有较大的帮助。本文立足理工科学生的发展需要, 结合多年高等数学课程教学实践与思考, 构建了与思政教育紧密结合的部分案例, 探索以案例为牵引的高等数学课程思政教学实践路径。

关键词

案例教学, 理工融合, 高等数学, 课程思政

Research and Practice on Ideological and Political Education in Advanced Mathematics Courses for Science and Engineering with Cases Driven

Chunyan Liao, Yanhui Zhao, Yumei Yan

School of Science, Hunan University of Science and Engineering, Yongzhou Hunan

Received: September 22, 2025; accepted: December 27, 2025; published: December 31, 2025

Abstract

Based on the development needs of science and engineering students, this paper explores the practice of ideological and political education in higher mathematics courses driven by cases. Case-based teaching can integrate complex mathematical knowledge into specific cases, construct new

knowledge structures, and is of great help in cultivating students' mathematical thinking, enhancing comprehensive abilities, and stimulating innovative thinking. This paper combines years of teaching practice and reflection on higher mathematics courses to construct some cases closely integrated with ideological and political education for reference by peers.

Keywords

Case Teaching, Integration of Science and Engineering, Advanced Mathematics, Curriculum for Ideological and Political Education

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

2020年,教育部印发《高等学校课程思政建设指导纲要》,强调了在专业教育中融入思想政治教育的重要性,指出要明确课程思政建设目标要求和内容重点,结合专业特点分类推进课程思政建设。这对新时代各门课程的育人工作提出了更具体、更高的要求,也对高等数学课程的授课教师提出了新要求、新挑战[1]。

案例教学指的是在教师的指导下,根据教学目的的需要,采用案例来组织学生进行学习、研究、锻炼能力的方法[2]。案例教学法的历史可追溯至1870年的哈佛大学法学院,后在1921年由哈佛大学商学院正式推广。自1979年中国工商行政代表团访美后,这一教学方法被引入国内,并迅速在教育领域占据了一席之地。20世纪60年代,皮亚杰、维果茨基的建构主义理论提出“知识不是被动接受的,而是学习者主动建构的”。这一理论为案例教学法提供了核心依据,案例作为“真实情境载体”,能激发学习者的已有经验,通过讨论、分析主动建构新知识。

高等数学作为理工类专业大一学生的必修公共基础课程,为理工类专业课程教学与学习提供必要的理论、思维、方法和工具支撑[3]。将高等数学知识点的应用价值通过具有鲜明时代主题背景的应用案例呈现出来,既可以让学生加深掌握相关知识点,又可调动学生的内在学习动力,让学生体会到高等数学的应用价值,还可以引出后面的主题思政教育[4][5]。

2. 理工融合对高等数学教学的新要求

“理工融合”创新人才培养是当前高等教育领域的一个重要议题,它旨在通过融合理科与工科的优势,培养出既具备扎实理论基础又拥有卓越实践能力的创新型人才。“理工融合”是当前高等教育改革与学科发展中的重要理念,其核心是打破传统理工科之间的壁垒,推动数学、物理、化学等基础学科与机械工程、电子信息、材料科学、计算机技术等应用工程学科的深度交叉、渗透与协同,最终实现知识、方法、思维的融合创新,培养具备跨学科视野和综合解决复杂问题能力的复合型人才。

高等数学是理工科人才培养体系中的基础核心课程。作为理工科学科交叉的“通用语言”和“工具核心”,在连接基础科学与工程应用、推动多学科协同创新中也发挥着不可替代的作用。不仅体现在知识传递层面,更渗透于思维塑造、能力培养与学科交叉的全过程,是支撑理工人才成长的“隐性根基”。与此同时,高等数学课时多、覆盖广,学生人数众多,在落实“立德树人”的根本任务中具有独特的价值引领功能,对于其他课程发挥育人功能具有辐射带动作用。

3. 理工融合背景下高等数学课程思政案例建设思路

3.1. 案例应注重理论推导与科学精神的结合

高等数学课程中, 极限与连续、可导与可积、极值与最值、方向导数与梯度等核心概念具有逻辑严谨、高度抽象、应用广泛等显著特点, 依托教学案例, 形成对公式、定理等的猜想、凝练、严格证明以及应用, 感悟数学中的理性与严谨, 形成解决复杂问题的创新思维与探索精神。引导学生体会理性、严谨不仅是数学的核心特质, 更是工程安全、科研诚信的基石, 进而形成解决复杂交叉问题的综合素质与批判性思维。

3.2. 案例应注重数学工具与工程实践的结合

高等数学中那些看似抽象的概念、定理与公式, 实则是人类在认识自然、改造世界的过程中凝结的智慧结晶, 它们既源于对日常现象的深度提炼, 更支撑着现代工程技术的突破性发展。将数学课程的知识点与国家重大工程建设、最新科技发展前沿、社会生活热点紧密结合, 构建教学案例, 实现传授知识与思政教育的高度融合。使学生了解到, 高等数学中所学的那些看起来枯燥无味却又极其重要的概念、定理和公式, 并不是无木之本, 无源之水, 是有现实来源与背景的, 认识到高等数学在工程技术中的核心作用。

3.3. 案例应注重跨学科问题与社会责任的结合

高等数学与社会责任的融合, 并非简单的知识叠加, 而是通过数学的逻辑工具与量化思维, 将抽象的社会责任转化为可操作、可评估的具体行动, 在生态保护、军事应用、社会公平等领域构建问题驱动、模型构建、方案解决的完整链条。如在讲解二阶微分方程时可以引入案例“投运物质运动轨迹以及着陆速度问题”。从微分方程角度, 物资投放后受重力、空气阻力影响, 其随时间的运动轨迹需通过二阶微分方程 $m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - kv$ (飞机飞行高度 y , m 为物资质量, k 为阻力系数, v 为速度) 描述。飞机投递物资的核心是通过建立运动微分方程描述物资的空间位置随时间的变化规律, 为精准投放提供数学依据。这一案例是微分方程在保障救援效率、践行社会责任中的生动体现。

4. 高等数学课程思政案例式教学的实践路径

4.1. 构建“三阶递进”教学体系, 实现思政元素与专业知识的深度耦合

构建基础知识思政、专业知识思政、综合知识思政的“三阶递进”案例式教学体系。通过基础案例、提高案例和拓展案例等不同层次, 帮助学生掌握基本概念和方法, 巩固拓展专业知识, 培养综合应用能力, 激发创新思维。

4.1.1. 基础层, 筑牢专业根基, 培养逻辑思维与科学精神

高等数学对学生逻辑思维的培养, 并非简单的知识传递, 而是通过严谨的理论体系、层层递进的推理过程, 引导学生构建发现问题、抽象建模、逻辑推演、验证结论的思维闭环, 最终形成兼具严谨性、抽象性与系统性的科学思维方式。这种培养贯穿于概念理解、定理推导、问题求解的全过程。

傅里叶级数是高等数学中的重要分析工具, 建立在微积分、级数理论等核心知识之上, 是函数逼近与正交分解思想的典型体现。傅里叶级数因其形式较为复杂、计算量较大, 常使学生面临记忆困难和学习体验不佳的问题。学生不仅想了解傅里叶级数在现代社会的广泛应用, 自然也想了解: 傅里叶级数相关理论是如何建立的? 建立的理论基础又有哪些? 为解决上述问题, 建立如下案例:

案例 1 傅里叶的提出及严谨化

傅里叶级数的诞生并非一蹴而就,它的思想种子可以追溯到18世纪科学家们对一个经典物理问题——振动琴弦问题。19世纪法国数学家、物理学家约瑟夫·傅里叶在其论文《热的传播》中为研究热传导问题中得到如下偏微分方程

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

其初始条件: $u(0,t)=u(\pi,t)=0$, $u(x,0)=f(x)$, $(0 \leq x \leq \pi)$, 这个方程描述了物理的温度 T 随时间 t 和空间 x 变化。傅里叶在求解该方程的解的过程中提出了一个很有争议性的结论: 任何连续周期函数 $f(x)$ 都可以用适当的正弦函数和余弦函数构成的无穷级数来表示。即

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx),$$

然而,在当时傅里叶的理论遭到了包括拉格朗日、拉普拉斯和泊松等顶尖数学家的质疑。他们认为傅立叶的推导过程不够严谨,其结论的普适性令人难以置信。因此,这篇石破天惊的论文被拒绝发表。但重要的是,傅里叶不惧权威的否定,并创造性地提供了一套行之有效的方法来计算三角级数中每一项的系数。利用三角函数系的正交性,通过积分运算,可以精确地筛选出每个频率分量的“权重”。这正是数学家伯努利在研究琴弦振动问题中所缺失的关键环节。

在利用该方法求解傅里叶级数的过程中也发现一些问题: 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上以 2π 为周期,

$$\text{且 } f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{4}, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \frac{\pi}{4}, & 0 < x < \pi \end{cases}, \quad f(x) \text{ 的傅里叶级数为正弦级数}$$

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)x}{2k-1} = \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \frac{1}{7} \sin 7x + \dots,$$

考虑在 $x_0 = 0$ 处的函数值, $f(0) = -\frac{\pi}{4}$, 右边三角级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} \Big|_{x=0} = 0$, 显然函数 $f(x)$ 同傅里叶级数不相等。

接下来的问题是考虑傅里叶级数满足什么条件是收敛的? 如果收敛是否一定收敛于 $f(x)$? 对此,德国的数学家狄利克雷于1829年给出了回答并对傅里叶级数的收敛定理进行了证明。

思政映射点: 通过问题探究: $f(x)$ 同傅里叶级数是否相同? 引导学生小组研讨, 感悟高等数学中的许多定理、公式, 都是无数数学家前赴后继的智慧结晶。体会数学家傅里叶在研究过程中所体现出来的卓越的逆向思维、发散思维、灵感思维。同时也可以看到数学家拉格朗日的质疑是正确的! 正是他严谨的科学态度, 求真务实的科学精神使得傅里叶级数的相关理论才会更加完善。

4.1.2. 专业层, 锤炼工程思维, 培养创新思维与探索精神

随着知识的快速增长与社会需求的转变,课程内容以及课程的实施方式也在不断更新迭代。教学中,将部分教学内容,基于工程案例,进行内容重构,启迪学生工程思维,助力学生基础学科素养及工程素养的提升。

曲率是高等数学中非常抽象的一个概念,它是衡量曲线弯曲程度的量,定义为曲线上某点处切线方向角对弧长的转速率,数学表达式为 $K = \frac{d\theta}{ds}$, 其中 θ 为切线转角, s 为弧长。曲率半径 R 是曲率 K 的倒数,即 $R = \frac{1}{K}$ (见图1)。对于一般的曲线,若直角坐标方程为 $y = f(x)$,且 $f(x)$ 具有二阶导数,则曲线

上一点处的曲率的计算公式为 $K = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$ ，当 $y' \approx 0$ 时，曲率 $K \approx |y''|$ 。为了更好地理解曲率概念的相关应用，建立如下案例：

案例 2 曲率和铁路缓和曲线设计

为什么高铁在弯道上能平稳如飞，乘客会感觉不到颠簸？今天我们来聊聊一个看似不起眼，但又关乎高铁安全与舒适的关键——缓和曲线(见图 2)。铁轨由直道转入圆弧形弯道(设半径为 R)时，接头处的曲率突然改变，容易发生事故。为保证火车的平稳运行，往往会在直道和弯道间接入一段缓和曲线。那么缓和曲线该如何设计呢？我们知道多项式函数形式表达简洁，也最为常用，首先考虑用高次多项式来设计缓和曲线。

问题探索：建立坐标系，设 $O(0,0)$ ， $A(x_0, y_0)$ ，先考虑二次多项式

$$y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

在点 O 和点 A 处，为了保证缓和曲线连接直线和半径为 R 的圆曲线，其曲率由零至 $\frac{1}{R}$ 逐渐变化，有

$$y|_{x=0} = 0, y'|_{x=0} = 0, y''|_{x=0} = 0,$$

$$y|_{x=x_0} = y_0, y'|_{x=x_0} \approx 0, y''|_{x=x_0} = K = \frac{1}{R},$$

求解未知系数，得 $a_2 = a_1 = a_0 = 0$ ，显然不符合要求。

再尝试三次多项式 $y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ，在点 O 和点 A 处同样满足上述条件，解得 $a_3 = \frac{1}{6Rl}$ ， $a_2 = a_1 = a_0 = 0$ 。通过建立动力学模型及仿真实验，采用 3 次缓和曲线 $y = \frac{x^3}{6Rl}$ ($l \ll R$) 是可行且经济的选择。

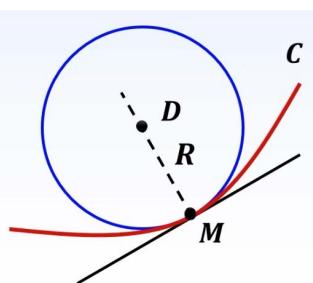


Figure 1. Circle of curvature and radius of curvature
图 1. 曲率圆和曲率半径

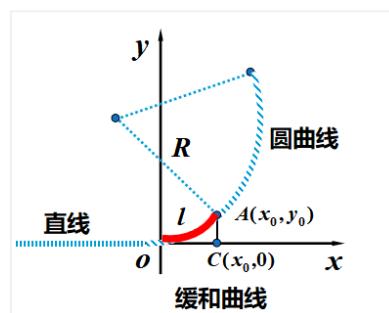


Figure 2. Transition curve
图 2. 缓和曲线

曲率看似抽象，却是缓和曲线设计的“数学灵魂”，它用严谨的量化规律，将“平稳过渡”这一工程需求转化为可计算、可控制的曲线参数，是数学理论解决实际工程问题的经典范例。缓和曲线的曲率参数设计需精确到毫米级，若曲率变化率误差超过阈值，可能导致列车轮轨磨损加剧、能耗增加，甚至引发脱轨风险。工程师在高铁轨道的缓和曲线设计中，通过百万次仿真计算优化参数，将曲率过渡误差控制在 0.001 rad/m 以内，工程师的每一个参数选择，都承载着对社会的责任。

思政映射点：引导学生结合案例背景小组讨论缓和曲线的设计，直观感受将抽象的数学理论转化为保障生命安全的工程方案，并为工程实践提供精准支撑。与此同时，启发学生思考工程实践的需求也能倒逼数学理论拓展。引导学生思考科学家在铁路设计中对“平滑过渡”的极致追求，在交流中体会学生严谨致知、责任担当的工程师素养。

4.1.3. 综合层，项目式案例，激发创新使命与社会责任感

项目式案例要求学生具备理科的逻辑推理、抽象建模能力与工科的系统设计、实践创新能力，以及面对复杂问题时能从多学科视角进行拆解与突破。在案例式教学中通过发挥小组成员优势，完成拓展训练及小组协作，将实际项目所创设的数学应用情境进行模型建立，项目展示和小组答辩，构建专业知识和应用能力，提升数学理论与实践有机融合，使学生成为有创新特质的专业人才。

高等数学中积分的微元法通过分割、近似、求和、取极限这一过程，将不规则、连续变化的整体量转化为可量化的微小单元的累积。微元法的重要性体现在对数学本质规律的深刻揭示与思维方式的革新上。学生在项目式案例中能掌握从具体场景中提炼知识、构建关系、建立模型、解决问题的能力。下面以微元法这一知识点为例，构造如下实践案例：

案例 3 扫风面积与风力发电机组发电性能的优化

近日，我国自主研制的全球单机容量最大风电机组正式发电，其风机叶片长度达到 126 米，旋转起来的扫风面积超过 5.3 万平方米，相当于 7.5 个足球场。请同学们思考风机叶片的扫风面积如何计算？

问题假设：设风机叶片为空间曲面结构，旋转轴垂直于地面，旋转轨迹形成以轴为中心的旋转曲面，扫风面积为该曲面在垂直于旋转轴平面上的投影面积。简化叶片截面为平面曲线，设叶片距旋转轴的径向距离为 $r = r(\theta)$ (θ 为旋转角度， $0 \leq \theta \leq 2\pi$)。假设扫风面积 S 为极坐标下的曲边扇形面积总和，叶片旋转过程中无形变，旋转角速度恒定，忽略空气扰动对轨迹的微小影响。

模型分析：在上述案例中，从积分角度看，叶片旋转一周的扫风面积需用定积分计算。将叶片分割成无数微小扇形，累加其旋转面积得到扫风总面积，这一数据是评估风机发电效率的基础，直接关系到风能这一清洁能源的利用效率，助力实现“双碳”目标。导数在此过程中也发挥作用，叶片不同位置的线速度是半径的函数，其变化率影响叶片受力分布。通过分析导数变化，可优化叶片设计，避免局部应力过大导致断裂，保障风电设备安全运行，减少事故对周边环境和居民的影响。

思政映射点：分组分析风电叶片扫风面积建模，讨论“建模精度如何影响风电效率”；各小组对项目成果进行整理和完善，包括轨迹方程推导过程、极值求解结果、计算机仿真动画等，制作成报告和演示文稿。教师结合“双碳”战略，引导学生分享“数学优化扫风面积助力减排”的思考。

5. 结语

在理工融合背景下，依托多样化教学方法推动高等数学课程思政融入，让数学理性之美与思政内涵在互动体验中自然浸润。通过案例式教学联系实际应用、融入跨学科领域知识，从思维训练、知识拓展、实际应用和思政教育等方面总结案例，建立教学案例库，结合问题式学习理念设计教学过程[6]。与此同时，高等数学课程中优秀案例的选取和构建对教师的要求比较高，案例的设计既要体现课程教学内容，也要紧贴思政教育，学生既能扎实地掌握数学知识，又能在潜移默化中提升思想境界。同时，通过学习

通平台精心设计的课前预热、课中互动和课后巩固环节，将传统的知识传授与思政元素巧妙融合，转化为一系列富有探究性的问题，促进学生高阶思维发展。

基金项目

2025 年湖南省新工科、新医科、新农科、新文科研究与实践项目《“聚理融工、聚能重构、聚知施策”理念下理工并举创新人才培养模式探究》；2024 年湖南科技学院“四新”项目(XGK2024001)；2023 年湖南省课程思政示范课程《数学分析》；湖南省普通高等学校教学改革研究项目(HNJG-20231109)；2025 年湖南科技学院学位与研究生教育教学改革研究项目(XKYJGYB2502)。

参考文献

- [1] 王圣强, 俞绍文. 数学类基础课课程思政创新与实践[J]. 高教学刊, 2025, 11(19): 54-58.
- [2] 孙蕾, 朱健民, 苏芳. 课程思政下高等数学教学案例的设计与实践[J]. 大学数学, 2022, 38(4): 104-109.
- [3] 肖春梅, 苗剑, 苏安. 融合专业需求的地方高校理工类高等数学课程教学改革研究——以河池学院为例[J]. 河池学院学报, 2022, 42(5): 66-73.
- [4] 黄文林. 融入思政元素的高等数学课程案例教学设计与策略[J]. 高师理科学刊, 2025, 45(2): 73-77.
- [5] 刘妙华, 王维琼, 刘磊, 等. 基于以案例为牵引的微分方程的教学设计与实践[J]. 高等数学研究, 2025, 28(3): 50-52+57.
- [6] 陈博. 数学分析课程的案例库建设和案例式教学研究[J]. 教育教学论坛, 2024, 11(48): 123-127.