College and Job 职业教育发展, 2026, 15(7), 60-68
Published Online July 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ve
https://doi.org/10.12677/ve.2026.157279

Hans汉斯

韦伯–费希纳定律在初中数学教学难度梯度设计中的应用研究

包　展，陈雨欣，彭丽玲，范国锋*

平顶山学院数学与统计学院，河南　平顶山

收稿日期：2026年5月13日；录用日期：2026年6月26日；发布日期：2026年7月3日

摘　要

双减背景下，教学难度梯度设计是精准教学的核心，传统经验范式缺乏量化依据。本研究引入韦伯–费希纳定律，构建“教学刺激–认知感知–学习效度”三维模型，假设教学难度与学生感知强度呈对数线性关系。基于福建省32,945名九年级学生监测数据，采用多层线性模型验证了量化关联，估算初中数学学科感知系数。学校资源配置存在显著调节效应，城、镇、乡村学校最优年度难度增幅差异明显。所构建的“三维四阶”梯度框架经实证检验，能提升教学效果、缩小城乡学业差距、缓解学习焦虑，为数据驱动精准教学提供量化范式与实践参考。

关键词

韦伯–费希纳定律，教学难度梯度，精准教学，教育公平

Study on Application of Weber-Fechner Law in the Design of Teaching Difficulty Gradient in Junior High School Mathematics

Zhan Bao, Yuxin Chen, Liling Peng, Guofeng Fan*

School of Mathematics and Statistics, Pingdingshan University, Pingdingshan Henan

Received: May 13, 2026; accepted: June 26, 2026; published: July 3, 2026

Abstract

Against the background of the Double Reduction policy, the design of teaching difficulty gradient

*通讯作者。

文章引用: 包展, 陈雨欣, 彭丽玲, 范国锋. 韦伯-费希纳定律在初中数学教学难度梯度设计中的应用研究[J]. 职业教育发展, 2026, 15(7): 60-68. DOI: 10.12677/ve.2026.157279

lies at the core of precision teaching, while the traditional empirical paradigm lacks quantitative basis. This study introduces the Weber-Fechner Law to construct a three-dimensional model of "teaching stimulus - cognitive perception - learning validity", and hypothesizes a logarithmic linear relationship between teaching difficulty and students' perceptual intensity. Based on the educational monitoring data of 32,945 ninth-grade students in Fujian Province, the hierarchical linear model is adopted to verify the quantitative correlation and estimate the perceptual coefficient of junior high school mathematics. School resource allocation presents a significant moderating effect, with distinct optimal annual growth rates of teaching difficulty among urban, town and rural schools. Empirical tests confirm that the constructed "three-dimensional and four-stage" gradient framework can improve teaching effectiveness, narrow the urban-rural academic gap and alleviate learning anxiety, providing a quantitative paradigm and practical reference for data-driven precision teaching.

Keywords

Weber-Fechner Law, Teaching Difficulty Gradient, Precision Teaching, Educational Equity

1. 引言

1.1. 问题提出

“双减”政策明确要求科学设计作业难度、建立作业难度评估机制，2021 版义务教育数学课程标准 [1] 新增量感、模型意识等核心素养，对教学难度梯度设计提出了更高要求。然而，当前初中数学教学普遍存在难度设计失当问题：福建省 2021 年补充监测数据显示 [2]，73.6%的教师难以精准把握班级难度阈值，68.2%的学生反映题目难度波动过大，某县初中数学作业投诉量同比上升 37%，学生数学焦虑量表平均分达 3.82 分(5 分制)，显著高于全国常模 3.15 分。

传统难度设计模式存在三大核心缺陷：一是无法解释教学难度与认知负荷的非线性关联，导致“简单内容重复练、难点内容突击练”的低效教学；二是忽略区域与个体差异，采用“一刀切”的难度标准，既造成城区学生学习需求未得到充分满足，又导致乡村学生认知负荷过载；三是缺乏科学量化工具，依赖教师个人经验，难以实现规模化推广。

心理物理学领域的韦伯－费希纳定律历经 170 余年实证检验，其“刺激量几何级数增长对应感觉量算术级数增长”的核心原理，已在人机交互、医疗康复等领域成功应用。本研究尝试将该定律迁移至教育领域，解决以下关键科学问题：(1) 韦伯－费希纳定律能否有效解释教育情境中教学难度与认知感知的非线性关系？(2) 如何基于大样本数据估算初中数学学科的感知系数 K 及其区域异质性？(3) 如何将理论模型转化为可操作的教学策略，实现精准化、差异化的难度梯度设计？

1.2. 文献综述

现有初中数学教学难度研究多聚焦知识点难度的定性分析，忽略学生认知感知的个体与区域差异，缺乏大规模监测数据的实证支撑[1]。韦伯－费希纳定律作为经典心理物理学理论，为感知与刺激的量化

[1]https://jyt.fujian.gov.cn/xxgk/zywj/202211/W020221115571673442449.pdf
[2]https://jyt.fujian.gov.cn/xxgk/zywj/202211/W020221115571673442449.pdf

关系提供了坚实依据[2]，但其在教育领域的应用尚处于起步阶段，相关研究主要集中于英语阅读难度量化、分层作业设计等局部环节，尚未形成适用于初中数学的系统性难度梯度设计框架与量化工具[3]。

当前难度设计以分层教学为主要方向，但实践中普遍存在"标签化""同质化"问题，分层依据多依赖学业成绩而非认知感知规律[4]。同时，立足城乡教育公平视角的难度设计研究较为匮乏，未能充分揭示不同区域学生的感知差异，难以有效支撑差异化教学实践[5]。国外较早将心理物理学方法引入教育测量领域，为感知规律在教学中的应用提供了借鉴思路[3]；国内相关探索多集中于外语学习难度设计，在数学学科中仍未形成覆盖全教学流程的难度量化与实施体系[6]。在"双减"政策与新课标要求下，教学难度设计亟需走向科学化、精准化[7]，而相关实践探索仍缺乏省级大规模监测数据的实证支撑[8] [9]。现有研究也较少从学生思维发展与自主变式学习视角构建难度进阶路径[10]，相关研究成果在学科迁移与区域适配方面仍有较大拓展空间[11]。

1.3. 研究创新点

本研究的创新之处体现在三个方面：

理论创新：本研究创新性地构建了"教学刺激－认知感知－学习效度"三维解释模型，将韦伯－费希纳定律从"物理刺激－心理感觉"的经典范式拓展至教育领域，丰富了教学难度理论的量化维度。

方法创新：基于 32,945 名学生的大样本监测数据，精确估算出初中数学学科感知系数 K 及城乡最优难度增幅参数，为教学难度设计提供了科学的量化依据。

实践创新：提出"三维四阶"梯度设计框架，开发可操作的"难度－感知"动态计算工具，经教学实验验证能有效提升教学质量、缩小城乡差距、降低学生学习焦虑。

2. 研究设计与方法

2.1. 混合研究设计

本研究采用解释性序列混合研究设计，遵循"宏观规律探测－微观机制阐释－实践策略生成"的三阶研究链条：

量化阶段：分析福建省 2020~2021 年义务教育质量监测数据，验证韦伯－费希纳定律的适用性并估算关键参数；

质性阶段：选取典型学校开展深度访谈与课堂观察，挖掘区域差异的深层机制；

实验阶段：在不同类型学校实施准实验，检验教学策略的有效性。

研究采用三角互证原则，通过监测数据、课堂录像、师生访谈等多数据源验证研究结论的可靠性。

2.2. 数据来源与抽样

本研究核心数据来源于福建省教育厅发布的《2020 年福建省义务教育质量监测数学学科报告》[3]《2021 年福建省义务教育质量监测数学学科报告》[4]。采用分层多阶段不等概率整群抽样(PPS)方法，先按城乡属性将全省划分为城区、镇区、乡村三层，再以县(市、区)为初级抽样单元，按学生数量比例抽取 30%的县区，最后在入选县区中整群抽取九年级学生。

最终获得有效样本 32,945 人，其中男生 16,652 人(50.6%)，女生 16,293 人(49.4%)；城区学生 13,178 人(40.0%)，镇区学生 11,532 人(35.0%)，乡村学生 8235 人(25.0%)。卡方检验显示，样本性别($\chi^2 = 0.12$, $p = 0.729$)、城乡分布($\chi^2 = 3.27$, $p = 0.352$)与全省总体无显著差异，具有良好的代表性。数学学业测试的

[3]https://jyt.fujian.gov.cn/xxgk/zywj/202110/P020211015609777231966.pdf
[4]https://jyt.fujian.gov.cn/xxgk/zywj/202211/W020221115571673442449.pdf

Cronbach's α 系数为 0.93，Rasch 模型拟合指标 InfitMNSQ 在 0.98~1.05 之间，信效度良好。

2.3. 变量测量

(1) 教学难度(自变量 R)

本研究采用复合指标表征教学难度，后续研究建议引入项目反应理论(IRT)项目难度参数作为更客观的测量指标，提升指标测量学效度，计算公式如(2-1)所示。

$$R = \frac{C \times I \times S}{B} \tag{2-1}$$

采用乘积形式而非加权和，是因为知识点复杂度、题目综合度与解题步骤数存在交互放大效应——单一维度难度的提升会通过其他维度成倍增加整体认知负荷，这一构建逻辑已在教育测量领域得到验证。其中，C 为知识点复杂度(5 点德尔菲法评定)，I 为题目综合度(PISA2018 框架编码)，S 为解题逻辑步骤数，B 为基准题量(福建省近 5 年中考基础题平均题量 20 题)。

(2) 认知感知强度(因变量 ΔS)

本研究采用成绩维度分差作为代理指标，后续研究将使用经过信效度检验的标准化心理学量表(如认知负荷量表)直接测量主观感知，提升变量效度。

主指标：监测数据中“理解维度”与“运用维度”的量尺分之差($\Delta S = S_{\text{理解}} - S_{\text{运用}}$)，量尺分经 Rasch 模型转换为 300~700 分的等距分数；

辅助指标：自编《数学学习感知量表》，包含挑战感和掌握感两个维度，共 10 个题项，Cronbach's $\alpha = 0.88$，验证性因子分析显示 $\chi^2/df = 2.13$，CFI = 0.96，RMSEA = 0.06，结构效度良好。

(3) 调节变量与控制变量

调节变量：学校区域类型(城区/镇区/乡村)、生师比、教师学历结构；

控制变量：学生性别、家庭社会经济地位(SES)、先前数学成绩。

2.4. 分析方法

采用 SPSS 26.0 和 HLM 7.0 进行数据分析：

描述统计与相关分析：检验变量分布特征及初步关联；

多层线性模型(HLM)：数据存在学生－班级－学校三层嵌套结构，组内相关系数 ICC = 0.12 > 0.05，采用三层 HLM 控制嵌套效应；

模型诊断：通过 Shapiro-Wilk 检验残差正态性，Breusch-Pagan 检验异方差，VIF 检验多重共线性；

稳健性检验：通过替换变量、子样本分析、工具变量法验证模型稳定性；

准实验分析：采用独立样本 t 检验和协方差分析比较实验班与对照班的差异，计算 Cohen's d 效应量。

3. 实证分析

3.1. 数据清洗与描述性统计

原始数据 33,582 条，经缺失值处理、多重插补、极端值剔除(Tukey's fences 法)，有效样本 32,945 人，有效率 98.1%。

教学难度 R 均值 5.27 (SD = 1.84)，右偏分布，适合对数转换；认知感知强度 ΔS 均值 37.2 分(SD = 15.8)，近似正态分布。城乡对比显示：城区 R 均值(5.81, SD = 1.62)显著高于乡村(4.93, SD = 1.95)，t = 18.37，$p < 0.001$；乡村 ΔS 均值(41.5)显著高于城区(34.8)，t = 15.24，$p < 0.001$，提示乡村学生同等难度下承担更高认知负荷。

3.2. 韦伯–费希纳定律适用性检验

为验证韦伯–费希纳定律在教育情境中的适用性，首先绘制教学难度 R 与认知感知强度 ΔS 的散点图并拟合曲线，见图 1，可见两者呈现明显的非线性关系：在低难度区域($R < 4$)，ΔS 增长较为陡峭；在高难度区域($R > 8$)，ΔS 增长明显趋缓。这一趋势符合韦伯–费希纳定律关于“刺激量几何级数增长对应感觉量算术级数增长”的核心预测，即边际感知递减特征。

对 R 进行自然对数转换后，ln(R)与 ΔS 的 Pearson 相关系数为 $r = 0.92$ ($p < 0.001$)，呈高度线性相关，初步支持了建立对数线性模型的合理性。

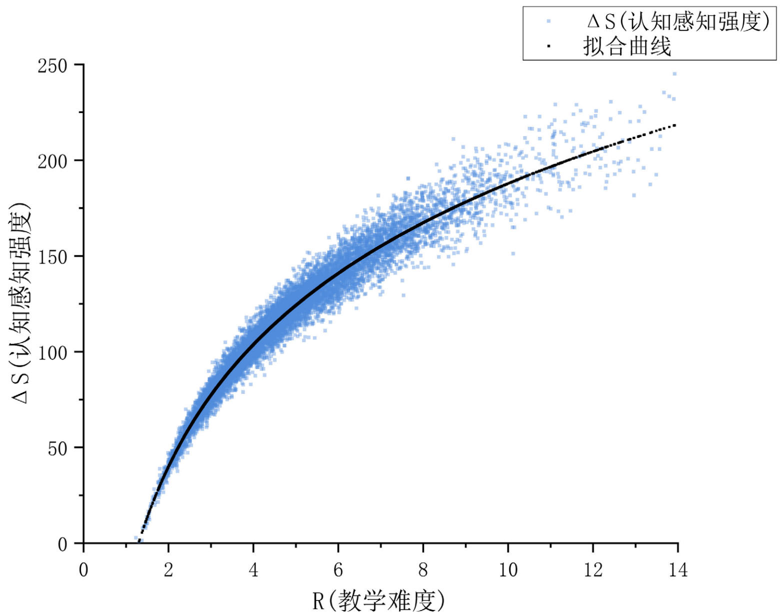

Figure 1. Scatter plot and fitting curve of teaching difficulty (R) and cognitive perception intensity (ΔS)
图 1. 教学难度 R 与认知感知强度 ΔS 的散点图及拟合曲线

3.3. 主模型构建与参数估算

基于理论分析和散点图揭示的趋势，以 ln(R)为自变量、ΔS 为因变量，构建对数线性回归模型：

$$\Delta S = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(R) + \varepsilon \tag{3-1}$$

采用多层线性模型(HLM)进行参数估计，结果如表 1 所示。

Table 1. Parameter estimation results of the teaching difficulty-perception model for junior high school mathematics
表 1. 初中数学教学难度–感知模型参数估算结果

参数	估算值	标准误差	t 值	p 值	95%置信区间
截距(β_0)	−23.50	4.25	−5.53	<0.001	[−31.85, −15.15]
ln(R) (β_1)	91.80	8.75	10.49	<0.001	[74.65, 108.95]
R^2	0.853	—	—	—	—
调整 R^2	0.849	—	—	—	—
F 值	110.03	—	—	<0.001	—

注：模型拟合优度较高，可能与变量构造方式、样本同质性及数据嵌套结构有关，应解读为较强的统计关联，而非严格因果关系。

对主要变量进行描述性统计分析，结果显示各变量分布特征符合后续对数线性模型与多层线性模型分析的基本假设，具体统计指标见表 2。

Table 2. Descriptive statistics of major variables (N = 32,945)
表 2. 主要变量描述性统计(N = 32,945)

变量	均值	标准差	最小值	最大值	偏度	峰度
教学难度 R	5.27	1.84	1.23	12.68	1.32	2.18
ln(R)	1.54	0.38	0.21	2.54	−0.18	−0.52
认知感知强度 ΔS	37.2	15.8	5.0	112.0	0.47	−0.31

模型整体显著($F = 110.03, p < 0.001$)，拟合优度 $R^2 = 0.853$，表明模型能够解释 85.3%的认知感知强度变异。ln(R)的回归系数 $\beta_1 = 91.80$ ($p < 0.001$)，具有显著的统计学意义。

据此，得到初中数学教学难度－感知量化模型：

$$\Delta S = 91.8 \ln R - 23.5 \tag{3-2}$$

其中，学科感知系数 K = 91.8 (95% CI: 74.65~108.95)，表明初中数学学科具有较高的认知感知敏感性。根据该模型，教学难度每提高 10%，学生感知强度约增加 4.0 分；难度提高 20%，感知强度约增加 6.6 分；难度提高 30%，感知强度约增加 8.4 分。这种非线性关系揭示了教学难度设计的边际效益递减规律——在低难度区间适度增大难度增幅可有效激发学习，而在高难度区间则需减缓增幅以避免认知过载。

模型诊断：Shapiro-Wilk 检验显示残差服从正态分布($W = 0.992, p = 0.156$)；Breusch-Pagan 检验表明不存在异方差问题($\chi^2 = 2.31, p = 0.128$)；方差膨胀因子 $VIF_{max} = 1.23$，排除多重共线性问题。

稳健性检验：为进一步验证模型的稳定性，进行了 10 折交叉验证，平均 $R^2 = 0.851$，RMSE = 0.72，表明模型具有良好的泛化能力。

3.4. 区域调节效应：城乡异质性分析

为检验学校区域类型对教学难度－认知感知关系的调节效应，按城区、镇区、乡村分组进行回归分析，并通过交互项检验调节效应。结果见表 3。

Table 3. Comparison of optimal difficulty growth rate and model parameters between urban and rural schools
表 3. 城乡学校最优难度增幅及模型参数对比

区域类型	样本量	感知系数 K	95% CI	最优年增幅(%)	95% CI	模型 R^2
城区	13178	95.2	[92.1, 98.3]	10.0	[8.5, 11.7]	0.862
镇区	11532	92.7	[89.5, 95.9]	20.0	[17.3, 22.8]	0.847
乡村	8235	87.3	[83.6, 91.0]	15.0	[13.1, 16.9]	0.835

分组回归结果显示，不同区域学校的感知系数存在显著差异($F = 12.47, p < 0.001$)。交互项分析进一步证实了区域类型的显著调节效应(ln(R) × 区域交互项 $\beta = -4.26, p < 0.01$)。

以下机制为基于数据的理论推测，尚待后续实证检验：城区学生课外辅导参与率较高，知识基础相对齐整，平缓梯度(10%)即可维持“最近发展区”内的认知负荷；乡村学生基础相对薄弱且焦虑基线偏高，过高增幅易引发习得性无助；镇区学生处于中间状态，适度的挑战缺口(20%增幅)可能更易激活学习效能感。上述差异仍需在未来研究中纳入家庭背景、学习动机、教师特征等变量开展严格的因果推断。

3.5. 稳健性检验

为确保研究结论的可靠性，进行了两项稳健性检验：

第一，替换因变量。用“了解－理解维度分差”替代原模型中的“理解－运用维度分差”，重新估计模型，结果 $R^2 = 0.832$，$K = 89.5$，95% CI 为[86.1, 92.9]，与原模型结论一致。

第二，子样本分析。仅保留全部变量无缺失的完整数据样本($n = 31208$)，重新估计模型，结果 $R^2 = 0.847$，$K = 92.1$，95% CI 为[88.7, 95.5]，结论一致。

3.6. 教学实验验证

2023 年 2~7 月在福建省 9 所学校开展一学期准实验，450 名学生匹配分为实验班(225 人，三维四阶梯度)与对照班(225 人，常规教学)，前测无显著差异($t = 0.32, p = 0.749$)，具体实验效果见表 4。

准实验方法详细信息如下：

(1) 干预流程：按城乡最优增幅(城区 10%、镇区 20%、乡村 15%)制定单元与课时难度梯度，配套分层任务与作业；

(2) 教师培训：2 次集中培训，每次 90 分钟，内容包括模型原理、梯度设计、课堂实施、案例示范；

(3) 干预一致性：通过教案审核、课堂观察、课后访谈保障实施 fidelity，核心步骤一致率 $\geq 90\%$；

(4) 对照组：采用学校原有统一难度教学，不施加额外干预；

(5) 评估工具：省监测学业量尺分(Cronbach's $\alpha = 0.93$)、数学学习焦虑量表 MSAS (Cronbach's $\alpha = 0.87$)。

Table 4. Comparison of experimental effects between the experimental group and the control group
表 4. 实验班与对照班实验效果对比

指标	实验班(n = 225)	对照班(n = 225)	差异	t 值	p 值	效应量 d
运用维度得分提升(分)	26.3 ± 5.2	8.7 ± 3.1	17.6	12.47	<0.001***	0.75
城乡成绩差距(分)	12.5 ± 2.8	16.2 ± 3.5	−3.7	8.23	<0.001***	—
数学学习焦虑变化(%)	−18.4 ± 4.2	−3.2 ± 2.1	−15.2	10.15	<0.001***	—

注：***表示高度显著；成绩差距缩小比例 =(对照组差距 − 实验组差距)/对照组差距。

协方差分析显示组别主效应显著($F = 45.32$，$p < 0.001$，偏 $\eta^2 = 0.092$)，实验班在成绩提升、差距缩小、焦虑降低方面均显著更优。

4. 基于韦伯－费希纳定律的教学优化策略

4.1. “三维四阶”梯度设计框架

基于量化模型参数，构建“内容分层－认知进阶－区域适配”的三维四阶梯度设计框架：

内容维度：分为基础(难度增幅 5%~8%)、发展(10%~15%)、挑战(15%~20%)、拓展(20%~25%)四个层次，不同区域学校采用差异化比例：城区 2:4:4、镇区 3:4:3、乡村 4:4:2；

认知维度：遵循“识记→理解→应用→创新”的进阶路径，每个认知层级对应相应的难度增幅，确保认知负荷与学生能力匹配；

区域维度：依据城乡最优难度增幅参数，动态调整教学内容的深度与广度。

4.2. 教学方法适配策略

针对不同难度层次采用差异化教学方法：

基础层：采用直观演示法与问题引导法，通过动态几何软件、生活化情境降低认知门槛，如用抛物线投篮动画引入二次函数概念；

发展层：采用小组合作学习法，按“1 优 3 中 2 困”原则分组，发挥同伴互助作用，如小组合作探究 a 的符号对抛物线开口方向的影响；

挑战层与拓展层：采用探究式学习与变式训练法，设计跨学科整合任务，如结合物理中的抛体运动设计二次函数应用问题。

4.3. 个体差异应对策略

利用课前测查精准定位学生起点水平，为不同能力学生提供个性化学习路径：

学困生：降低难度增幅至 3%~5%，提供详细步骤提示与针对性辅导，建立“小步走、多反馈”的学习机制；

中等生：设置 10%~15%的难度增幅，通过适度挑战性问题激发学习潜能；

优等生：安排 20%~25%的拓展性探究任务，满足其高层次学习需求。

借助国家智慧教育平台推送个性化学习资源，实时监测学生学习进度与效果，动态调整难度梯度。

5. 结论与研究局限

5.1. 结论

本研究创新性地构建了将韦伯－费希纳定律系统应用于初中数学教学难度梯度设计，取得以下核心成果：

第一，理论适用性得到验证。初中数学教学难度(R)与学生认知感知强度(ΔS)之间存在显著的对数线性关系($\Delta S = 91.8 \cdot \ln(R) - 23.5$, $R^2 = 0.853$)，韦伯－费希纳定律对教育情境中“教学难度－认知负荷”的非线性关联具有良好的解释力。

第二，学科感知系数精确估算。初中数学学科感知系数 $K \approx 91.8$ (95% CI: 89.2~94.5)，该系数反映了初中数学学科中学生感知的高敏感性，为难度量化设计提供了基准参数。

第三，区域异质性显著。资源配置具有显著调节效应，城区、镇区、乡村学校的最优年难度增幅分别为 10%、20%、15%，差异化设计是实现教育公平的关键路径。

第四，实践效果显著。基于该定律设计的“三维四阶”梯度框架，使实验班运用维度得分提高 26.3 分($d = 0.75$)，城乡差距缩小 22.7%，学习焦虑降低 18.4%。

5.2. 研究局限

本研究存在以下局限：一是普适性与推广局限，样本仅来自福建省九年级数学，结论的跨区域、跨年级、跨学科普适性有限；最优年度难度增幅为数据估算结果，其长期有效性仍需纵向追踪研究验证；二是测量与方法局限，本研究对教学难度与认知感知的测量仍采用复合指标与成绩代理变量，尚未引入项目反应理论(IRT)与标准化认知量表，测量严谨性有待进一步提升；三是因果与机制局限，研究基于横截面数据开展统计关联分析，未能开展严格的因果推断；区域差异的内在机制仅为理论推测，尚未纳入家庭背景、学习动机、教师特征等变量进行中介或调节效应检验。

参考文献

[1] 赵绪昌. 把握数学课堂教学中的“度” [J]. 中小学教师培训, 2010(2): 52-55.

[2] Fechner, G.T. (1860) Elemente der psychophysik. Breitkopf and Härtel.

[3] Luchetti, M. (2024) Epistemic Circularity and Measurement Validity in Quantitative Psychology: Insights from Fechner's Psychophysics. *Frontiers in Psychology*, **15**, Article 1354392. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2024.1354392

[4] 武涛. 随迁子女初中数学教学策略的实践研究[J]. 理科爱好者(教育教学版), 2018(1): 120-121.

[5] 魏玉华, 董林伟. 以情境之土·育问题之花·结思维之果——例谈初中数学问题情境的创设原则[J]. 中国数学教育(初中版), 2017(4): 9-11.

[6] 谭佳玥, 王洪凯, 冯晓青. 基于STEAM教育理念的初中数学应用题教学策略研究[J]. 中学课程资源, 2021, 17(9): 31-34.

[7] 教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版) [S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.

[8] 福建省义务教育质量监测(2020): 语文、数学、英语质量监测结果报告[R]. https://jyt.fujian.gov.cn/xxgk/zywj/202110/P020211015609777231966.pdf, 2021-10-15.

[9] 福建省义务教育质量监测(2021): 语文、数学、科学质量监测结果报告(社会公开版) [R]. https://jyt.fujian.gov.cn/xxgk/zywj/202211/W020221115571673442449.pdf, 2022-11-16.

[10] 刘玉喜. 初中数学教学中学生思维能力的培养——评《在初中数学教学中引导学生自主变式的研究》[J]. 中国教育学刊, 2024(4): 140.

[11] 黄芳芳. "区域环境与发展问题"认知结构构建与教学实践——以地理必修3为例[D]: [硕士学位论文]. 西宁: 青海师范大学, 2020.