

基于GeoGebra的高中数学可视化教学 ——以“正弦定理”为例

白欣悦

河西学院数学学院, 甘肃 张掖

收稿日期: 2026年7月6日; 录用日期: 2026年8月11日; 发布日期: 2026年8月20日

摘 要

本文以“正弦定理”为例, 探讨GeoGebra在高中数学可视化教学中的应用策略。借助动态软件演示“比值恒定”的外接圆几何本质, 针对“解的个数”这一教学难点设计问题串, 并提出从验证到探究、代数与几何视图整合、难点可视化转化三条教学策略。

关键词

可视化教学, GeoGebra软件, 正弦定理

Visual Teaching of High School Mathematics Based on GeoGebra —Taking “Law of Sines” as an Example

Xinyue Bai

School of Mathematics, Hexi University, Zhangye Gansu

Received: July 6, 2026; accepted: August 11, 2026; published: August 20, 2026

Abstract

This article takes the “law of sines” as an example to explore the application strategies of GeoGebra in visual teaching of high school mathematics. By demonstrating the geometric essence of the “constant ratio” of the circumscribed circle with dynamic software, we design a series of questions targeting the teaching difficulty of “the number of solutions”, and propose three teaching strategies: from verification to exploration, integration of algebraic and geometric views, and visualization transformation of difficulties.

Keywords

Visual Teaching, GeoGebra Software, Law of Sines

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题的提出

随着时代的发展,信息技术逐渐走进了高中数学课堂,二者深度融合,改变了原有教学中刻板化、流程化和单一化倾向,使课堂焕发出新活力[1]。《教育信息化 2.0 行动计划》中明确提出信息技术对教育的革命性影响已初步显现,强调教育信息化支撑引领教育现代化[2]。借助数学软件的动态演示功能开展可视化教学,已成为教学中提升课堂效率的常用方式。可视化最早可追溯至 20 世纪 80 年代,美国国家自然科学基金会曾举办专题研讨会,可视化在会议中被提出,随着信息技术的快速发展,可视化成为了大量数学教育研究者关注的焦点[3]。《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》中也明确指出“信息技术在教学中应用广泛,要注重信息技术与学科的融合,提高教学的实效性”[4]。尽管《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》当中强调技术融合的重要性,但许多课堂仍未建立技术与内容的有效联结。因此,为信息技术介入课堂提供了必要性与切入点。

张维忠等[5]借助认知负荷理论,结合课堂教学案例,给出了五大可视化教学内容设计的原则;张志勇[6]认为可视化教学的要义在于对抽象概念的具象化呈现,以启迪学习者认识数学本质特性,并在文章中提出三个基本教学原则;陈康智[7]认为应用 GeoGebra 开展数学可视化教学,可以更好地理解知识,学会用数学眼光观察世界,提高数学学科核心素养;钟小玲、黄金雄[8]认为 GeoGebra 是目前主流的动态数学软件,能够动态演示过程,揭示数形关系,突显研究对象间的内在联系,从而降低学生的认知负荷,优化学生的认知结构,提高教学的教学效率与教学质量;崔颖等[9]利用 GeoGebra 软件的可视化功能帮助学生理解和掌握抽象的数学概念和原理,使学生的数学核心素养得到了提升;王荣亮等[10]借助 GeoGebra 软件与指数函数相结合,提高了教学效率,激发学生兴趣,促进教学质量得到提升;杨晓丹等运用 GeoGebra 软件辅助教学课件设计,增强了数形结合思想的渗透,显著突出了对学员形象思维的培养,提高了教学效率。

基于此,本文以正弦定理为例,在前人研究的基础上,探讨如何利用 GeoGebra 软件帮助学生更直观的理解“比值即为外接圆直径”的几何意义,同时对教学难点设计出具体课堂提问策略,以期 GeoGebra 在高中数学可视化教学中提供参考。

2. 可视化教学的设计原则

2.1. 主体性原则

建构主义和奥苏贝尔的教学理论均提出,教学活动要尊重学生的主体地位,教学应该围绕学生进行。因此,在 GeoGebra 支持的数学可视化教学中,应合理设置教师引导、学生自主探究的实践环节,让学生在动手操作与合作交流中主动建构知识,激发学生的学习兴趣,符合新课标背景下“教师主导,学生主体”的要求。

2.2. 信息组块原则

可视化教学借助图像、动画等视觉符号呈现数学对象,使抽象内容更加直观生动,有助于学习者在

有限时间内获取更多有效信息[6]。然而,视觉元素的安排过于繁杂,反而容易加重学生的视觉疲劳,适得其反;反之,若课堂中仅呈现单一的公式推导,又难以维持学生的注意力。因此,教师在设计可视化教学时,需将适量信息组合成知识组块,兼顾直观呈现与认知负荷,实现二者的协调统一。

2.3. 双通道原则

从教学方法的角度来看,可视化课堂宜采用动态演示与教师讲解的有机结合,使图形呈现与语言阐释相互补充,以实现更佳的教学效果。但需要注意的是,GeoGebra 软件所构建的数学模型往往建立在大量数学结构的基础之上,倘若教师未能适时加以说明和引导,学生极易对演示内容产生误解,不仅无法充分发挥可视化工具的辅助功能,反而会加重思维负担。因此,教师在借助 GeoGebra 开展可视化教学时,需要同步规划好各环节的讲授内容,针对演示的每一阶段应配合哪些解说要点,均需心中有数,做到条理清晰、层层递进。

3. 教学过程示例

正弦定理是高中数学解三角形内容的核心知识点。在传统教学中,一般是由教师利用黑板给学生展现出边和角之间的关系,通过探究得到各边和它所对角的正弦的比值相等,但是这个比值的几何意义是什么?那么就需要借助信息技术与教学进行一个融合,利用 GeoGebra 软件实现数学可视化教学,让学生更加直观易懂的理解正弦定理这一内容。在教学过程中遵循主体性、信息组块与双通道原则。

3.1. 情境导入

在新课导入阶段,应立足学生实际生活创设情境,充分激发学生学习的主动性与探究性,以便课堂教学高效推进。

河流对岸有一座地标性灯塔,小明在河岸边的观测点 A 处,想测量河对岸灯塔底部 C 到自身位置 A 的直线距离(无法直接渡河拉尺)。于是他沿河岸笔直向前走了 50 米,到达另一观测点 B 。在 A 点,他用测角仪测得 $\angle CAB = 45^\circ$; 在 B 点,测得 $\angle CBA = 60^\circ$ 。已知题目只有一条公共边 $AB = 50$ 米和两个角度,那么你能否帮小明算出 AC 到底有多远?

在课堂导入环节,以小明测量灯塔距离问题展开教学,旨在提高学生的学习兴趣,使其从被动听讲转向主动求知,落实了教学活动应围绕学生展开的主体性原则。

3.2. 概念动态演示

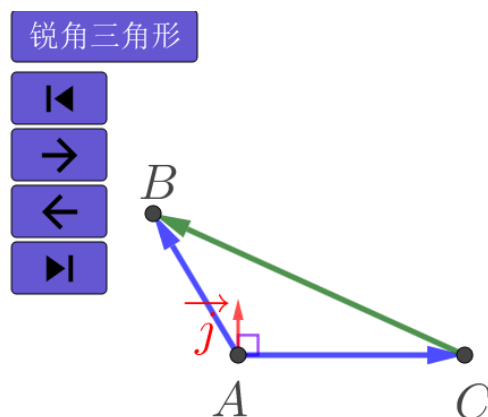


Figure 1. Verification by vector method
图 1. 向量法验证

首先从熟悉的直角三角形的边、角关系的分析入手,可以得到边与它的对角的正弦的比相等的形式。对于锐角三角形和钝角三角形,以上关系是否成立?因为涉及三角形的边、角关系,所以采用向量方法来研究。

教师在依托 GeoGebra 同步展示锐角三角形与钝角三角形的过程中,演示与讲解同步推进。GeoGebra 的动态功能将抽象的向量方法与夹角关系以动态呈现出来(见图 1),将向量背后的几何意义可视化,帮助学生在直观感受中建立数与形间的关系,发展直观想象素养。

综上可得正弦定理:

在一个三角形中,各边和它所对角的正弦的比值相等,即

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

本环节以双通道原则为主导,主要体现在教师讲解与动态演示过程中,借助 GeoGebra 软件验证锐角与钝角三角形中的向量法结论,体现了信息组块原则。

3.3. “比值恒定”本质揭示

由正弦定理可知,三角形各边和它所对角的正弦的比值相等,那么这个比值的几何意义是什么?

在师生共同探索“比值恒定”时,GeoGebra 展示出了独特优势。可通过外接圆法证明这一结论(见图 2),这一结论揭示了比值为对应三角形外接圆的直径。为了进一步加深理解,借助 GeoGebra 展示三角形并呈现其外接圆及 $\frac{a}{\sin A}$ 、 $\frac{b}{\sin B}$ 、 $\frac{c}{\sin C}$ 、 $2R$ 四组数值的实时对应关系。拖动三角形的顶点,学生可以清楚地看到三个比值始终随着三角形的变化而变化,并且与 $2R$ 保持一致(见图 3),从而理解“比值恒定”并非形式上的巧合。这样的验证,不仅吸引学生的注意力,还促使学生在观察中对知识进行建构,有效促进对正弦定理本质的理解与掌握。

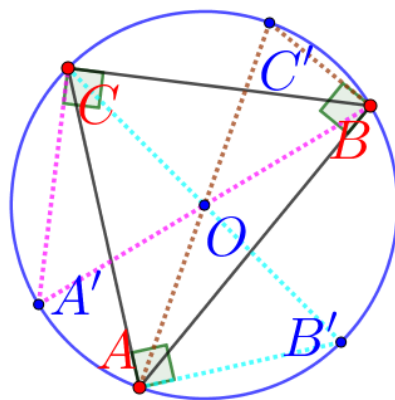


Figure 2. Verification by circumcircle
图 2. 外接圆验证

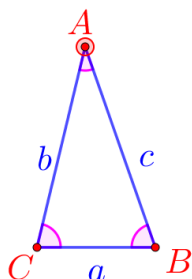
课堂教学时,教师需同步开展演示与讲解,直观呈现知识点,遵循双通道原则,同时以学生为主体、信息组块原则,实现多感官协同教学。GeoGebra 在正弦定理教学中,借助直观的演示和结构化的信息呈现,有效促进了学生对三角形边角关系和外接圆本质的理解,提高了教学效果。

课后,笔者借助问卷调查与访谈收集学生学习的反馈信息,结果表明,绝大多数同学认为动态数学软件使他们对正弦定理的本质有了更加清晰的认识,学习兴趣也有所提升。这说明,动态软件辅助教学

可以提升学生的学业成就与学习的积极性,通过可视化的演示,学生更好地理解正弦定理的实质,也领悟了其蕴含的几何意义,使学生的直观想象与逻辑推理能力在此过程实现了有机融合。

正弦定理的验证

初值



$a = 3$	$b = 5.22$	$c = 5.38$
$A = 32.83^\circ$	$B = 70.68^\circ$	$C = 76.49^\circ$
$\frac{a}{\sin A} = 5.53$	$\frac{b}{\sin B} = 5.53$	$\frac{c}{\sin C} = 5.53$

Figure 3. Verification of the law of sines
图 3. 正弦定理的验证

3.4. 习题强化理解

学生了解正弦定理及其适用条件后,教师安排针对性练习,使学生将内容加以巩固,习题数量不易偏多,关键在于形成由浅入深的逻辑链条,覆盖课堂所学的知识,促进学生的理解。

问题 1: 已知 $C = \sqrt{2}$, $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 求 $\triangle ABC$ 的外接圆半径;

问题 2: 已知 $\angle B = 30^\circ$, $\triangle ABC$, 外接圆半径 $R = 1$, 求 b 。

问题 3: 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b + c = \sqrt{2} + 1$, $\angle B = 30^\circ$, 三角形外接圆的面积为 π , 求 $\angle C$ 。

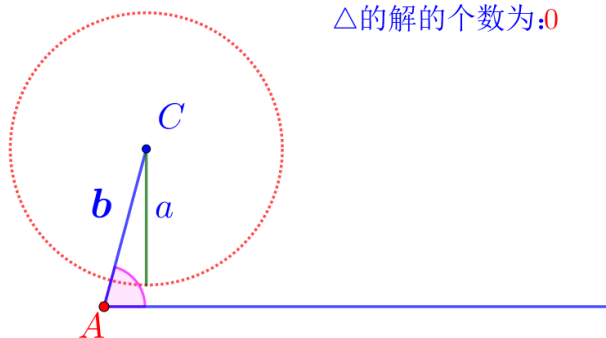
3.5. 教学难点与对策

在正弦定理应用中,已知三角形两边和其中一边的对角,解的个数存在不确定性,可能出现无解、一解或两解的情况,学生仅凭运算往往难理解为何会出现两种答案,以及何时产生增根。教材给出判定条件,但学生多留于记忆层面,缺乏几何直观。

教师借助 GeoGebra 构造动态图形:当圆与射线无交点时,对应无解(见图 4);当圆与射线相切时,对应一解(见图 5);当圆与射线有两个交点时,对应两解(见图 6);

三角形的解的个数

$$\frac{\alpha = 75^\circ}{a = 2.5}$$



$\angle A = 75^\circ$
 $b \sin A = 2.9$
 $\triangle$ 的解的个数为: 0

Figure 4. No solution
图 4. 无解

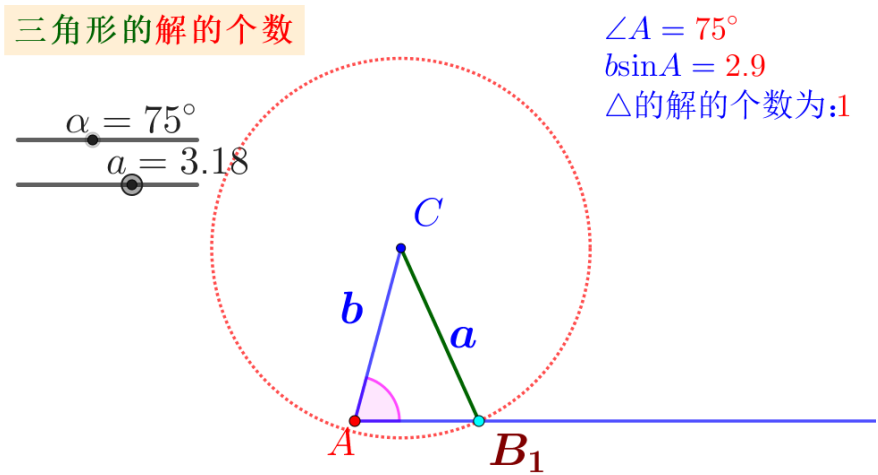


Figure 5. One solution
图 5. 一解

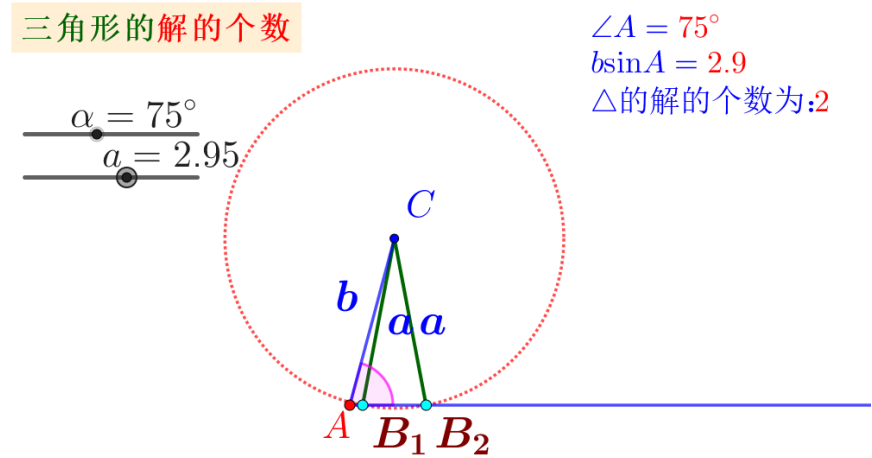


Figure 6. Two solutions
图 6. 两解

利用 GeoGebra 开展演示教学时，为使学生保持思维活跃，教师可设计层层递进的问题串(见表 1)。

Table 1. Question design
表 1. 提问设计

阶段	教师提问	学生思维
拖动前	固定角和 A 边 b ，若边 a 很短，你认为能构成几个三角形？为什么？	激活已有认知
动态演示	现在圆与射线有几个交点？改变边的长度，交点数量发生了怎样的变化？临界点在哪里？	观察变化，发现规律
动态演示后	几何上看到的两个交点，对应的代数解是什么？为什么会出现两个？	建立几何直观与代数运算的对应
总结	你能总结出“无解、一解、两解”各自对应的边长条件吗？	抽象提炼

3.6. 教学评价

为了检验本节教学设计的效果，笔者从以下三个方面收集了教学反馈信息。

(1) 学生学习效果

课后通过三道练习题，检测学生本节课的掌握情况。从答题情况来看，绝大多数学生能够正确运用正弦定理进行求值问题，说明公式掌握较为扎实。对于已知两边和一边对角求解三角形的题目，多数学生也能够借助图形来判断解的个数，并完成相应计算，说明可视化教学在突破这一难点方面取得了预期效果。

(2) 学生体验反馈

学生普遍认可 GeoGebra 可视化教学带来的课堂学习体验。他们认为，通过使用 GeoGebra 可以直观演示将抽象的数学关系变得可见，使原本的“静态”图形呈现出“可操作”的趣味性。以下是学生的一些反馈。

一位学生表示：“通过动态演示，可以更直观的理解数学概念，感觉数学也没有那么枯燥。”另一位学生表示：“看着屏幕三角形的变化，旁边的数字也在跟着变化，就像在做实验一样，非常有意思。”

从学生的反馈中可以看出，利用 GeoGebra 进行可视化教学得到了学生的肯定，动态的演示让数学知识更容易理解，有助于提高学生的学习积极性与课堂参与度。

(3) 教学反思

本节课借助 GeoGebra 帮助学生理解正弦定理“比值恒定”的外接圆几何本质，同时突破“解的个数”这一教学难点。在教学中，从特殊的直角三角形出发，到锐角三角形与钝角三角形的向量法验证，再到利用外接圆揭示比值的几何意义，从三个角度对正弦定理进行剖析，使学生掌握了公式的表达形式，也理解了“比值等于外接圆直径”这一几何事实。本节课在教材内容基础上，挖掘了正弦定理中“比值恒定”的深层几何意义，并借助 GeoGebra 的动态演示功能将抽象的数学关系可视化，让学生在观察与操作中提升了直观想象与逻辑推理素养。

4. 结语

GeoGebra 与高中数学的深度融合，不仅有助于学生对知识的理解，还能有效激发学生的学习兴趣，提升课堂效率。教师在进行可视化手段时，不仅要数学内容有所精通，还要关心学生的认知特点，将学生放在课堂的中心位置。同时，教师也应该认识到动态软件融入课堂的真正价值。基于本节课的教学，归纳出以下三条具有普适性的教学策略。

(1) 从验证到探究的递进策略

GeoGebra 的可视化功能不仅能够“验证结论”，更能用于“发现规律”。在本节课中，正弦定理的向量法证明并非由教师直接给出，而是学生在观察三角形对的动态变化中归纳得出；“比值恒定”的几何本质也是学生通过拖动顶点、观察数值变化发现的。这一“先观察、后猜想、再证明”的教学过程，同样适用于函数图像变换，例如学生可以通过拖动参数来观察函数图像变化规律，归纳平移、伸缩变换对解析式的影响。教师应将 GeoGebra 定位为学生探究的工具，而非仅仅作为演示的教具。

(2) 关联代数与几何视图的整合策略

GeoGebra 的优点在于其代数与几何的同步功能。在本节课中，学生同步观察三角形的形状变化与三组比值的实时变化，使“几何”与“代数”在同一个屏幕上同时展现。这一策略可迁移至函数教学中，教师可同步展示图像与解析式中参数的对应变化，以及在解析几何教学中同步呈现曲线轨迹与方程表达式之间的关系。教师在设计可视化教学时，利用 GeoGebra 的这一特性，帮助学生建立“数”与“形”之间的对应关系，使学生更好的从动态演示中理解数学的本质。

(3) 教学难点可视化转化策略

本节课,对于“解的个数”难以通过板书直观呈现,但 GeoGebra 能够将抽象判定条件转化为直观的图形位置关系。在本节课中,通过“圆与射线的交点个数”与“解的个数”之间的关系,将需要记忆的判定方法转化为可视的直观图形。可将其推广至其他存在“多解”、“无解”或“临界状态”的教学内容,例如,在一元二次方程根的判别中,通过抛物线与 x 轴的交点数判断根的个数;在直线与圆的位置关系中,可通过 GeoGebra 动态演示直线平移或半径变化时,圆心到直线的距离与半径之间的关系,学生观察 d 与 r 的大小即可判断直线与圆相离、相切、相交三种位置关系。

参考文献

- [1] 李琨. GeoGebra 软件在高中数学课堂中的应用——以“圆锥曲线”教学为例[J]. 数学教学通讯, 2022(27): 25-26.
- [2] 教育部关于印发《教育信息化 2.0 行动计划》的通知[EB/OL].
http://www.moe.gov.cn/srcsite/A16/s3342/201804/t20180425_334188.html, 2026-07-13.
- [3] 赵国庆, 黄荣怀, 陆志坚. 知识可视化的理论与方法[J]. 开放教育研究, 2005(1): 23-27.
- [4] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 3.
- [5] 张维忠, 唐慧荣. 可视化教学内容设计的五大原则[J]. 电化教育研究, 2010(10): 99-102.
- [6] 张志勇. 高中数学可视化教学: 原则、途径与策略——基于 GeoGebra 平台[J]. 数学通报, 2018, 57(7): 21-24+28.
- [7] 陈康智. 在 GeoGebra 可视化教学中发展学生数学眼光——以动点最值问题为例[J]. 中小学数字化教学, 2021(10): 56-58.
- [8] 钟小玲, 黄金雄. 信息技术下的中学数学可视化教学——以 GeoGebra、几何画板辅助教学为例[J]. 中学数学研究(华南师范大学版), 2021(12): 53+1-3.
- [9] 崔颖, 凌翔. 基于 GeoGebra 的可视化深度教学——以“祖暅原理与体积公式”为例[J]. 科技视界, 2022(30): 83-85.
- [10] 王荣亮, 王艳彩. 基于 GGB 的指数函数可视化设计与实践研究[J]. 电脑知识与技术, 2024, 20(26): 102-104.